

# Die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen

Raumwirtschaftstheoretische Analyse der Ver-  
städterung und empirische Untersuchungen zum  
Wachstum der Stadtregionen in der  
Bundesrepublik Deutschland

Inaugural - Dissertation

zur Erlangung des Grades

Doctor rerum politicarum

— Dr. rer. pol. —

der Ludwig-Maximilians-Universität zu München

vorgelegt von

Jörg Beutel

1976







Digitized by the Internet Archive  
in 2026

[https://archive.org/details/IA41555611\\_0022](https://archive.org/details/IA41555611_0022)





# **Die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen**

**Raumwirtschaftstheoretische Analyse der Ver-  
städterung und empirische Untersuchungen zum  
Wachstum der Stadtregionen in der  
Bundesrepublik Deutschland**

**Inaugural - Dissertation  
zur Erlangung des Grades  
Doctor rerum politicarum  
— Dr. rer. pol. —  
der Ludwig-Maximilians-Universität zu München**

**vorgelegt von**

**Jörg Beutel**

**1976**

# Die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen

Geographisch-ethnographische Analyse der Ver-  
änderung und städtische Untersuchungen zum  
Wachstum der Städte in der  
Bundesrepublik Deutschland



Referent: Prof. Dr. E. von Böventer

Korreferent: Prof. Dr. H. Möller

Promotionsabschlußberatung: 23. Februar 1976

## Vorwort

Mein Interesse an dem in dieser Arbeit behandelten Thema wurde u.a. dadurch geweckt, daß ich von Herrn Prof. Dr. E. von Böventer in den Jahren 1971/72 mit der Bearbeitung eines Forschungsauftrags über "Raumordnungspolitische Konzeptionen für den Ausbau und die Entwicklung von Entlastungs-orten in der Bundesrepublik Deutschland" beauftragt wurde, den das damals für die Raumordnung zuständige Bundesministerium des Innern erteilt hatte.

Als theoretische Grundlage für die wirtschaftspolitischen Aussagen, die das Gutachten verlangte, habe ich versucht, den Ansatz einer Theorie der Hierarchie der Städte zu entwickeln; diese Gedanken konnten in dem auf raumwirtschaftspolitische Gesichtspunkte ausgerichteten Gutachten verständlicherweise nur kurz angedeutet werden. In der folgenden Zeit habe ich mich mit der Ausarbeitung meiner Ideen zur Theorie der Hierarchie der Städte beschäftigt, so daß darüber hinausgehende Untersuchungen erforderlich wurden. Beides bildet den Gegenstand dieser Dissertation. Kapitel IV und V sollen auf Wunsch des Bundesministerium für Raumordnung und Städtebau zusammen mit den raumordnungspolitischen Schlußfolgerungen des Gutachtens als Sonderschrift veröffentlicht werden.

Mein besonderer Dank gilt an dieser Stelle meinem langjährigen Lehrer, Herrn Prof. Dr. E. von Böventer, für viele fruchtbare Anregungen auf dem Gebiet der Raumwirtschaftstheorie und für das lebhafte Interesse sowie die Förderung, die er dieser Arbeit angedeihen ließ. Herzlich danken möchte ich auch Herrn Prof. Dr. H. Möller für viele wertvolle Hinweise und Verbesserungsvorschläge, die er mir im Rahmen des gemeinsamen Forschungsseminars gegeben hat.





|                                                                                                             |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Einleitung                                                                                                  | 1  |
| I. Überblick: Modelle und theoretische Ansätze zur Erklärung der Größenverteilung von Städten               | 8  |
| A. Hierarchie-Modelle                                                                                       | 12 |
| 1. Zentrale-Orte-Modelle                                                                                    | 15 |
| 2. Ein einfaches Stadthierarchiemodell auf der Basis industrieller Produktion                               | 24 |
| 3. Hierarchiemodelle für Städte als tertiäre Versorgungs- und Verwaltungszentren                            | 29 |
| B. Quasi-ökonomische Modelle                                                                                | 31 |
| 1. Neoklassisches Gleichgewichtsmodell                                                                      | 31 |
| 2. Ein "Economies of Scale"- und Transportkosten-Modell                                                     | 33 |
| 3. Ein Wachstumsmodell der Beschäftigung in Städten                                                         | 35 |
| 4. Ein spieltheoretischer Ansatz: Unternehmen als Koalitionspartner in Städten                              | 37 |
| C. Stochastische und systemtheoretische Modelle                                                             | 40 |
| 1. Ein Modell des proportionalen Wachstums von Städten als stochastischer Prozeß                            | 41 |
| 2. Opportunity-Modell für Wanderungsbewegungen                                                              | 45 |
| 3. Die Größenverteilung von Städten als Ergebnis einer Entropie-Maximierung                                 | 48 |
| 4. Markoff-Ketten-Modelle als Alternative zum Entropie-Ansatz                                               | 51 |
| a. Übergangswahrscheinlichkeiten in Städten: Ein Markoff-Ketten-Modell der Bevölkerungsverteilung           | 52 |
| b. Interregionale Wanderungsbewegungen als Markoff-Ketten                                                   | 54 |
| c. Modell regionaler Kapitaltransfers in Markoff-Ketten                                                     | 57 |
| 5. Ein Modell des allometrischen Wachstums von Städten                                                      | 62 |
| 6. Multiplikative Wirkungen auf das Wachstum von Städten: Der zentrale Grenzwertsatz in Verteilungsmodellen | 66 |
| D. Geeignete Verteilungsfunktionen zur Abbildung von Stadthierarchien                                       | 68 |
| E. Bedeutung und weitere Entwicklungsmöglichkeiten der Modelle                                              | 78 |

|                                                                                                                                                         | Seite |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| II. Raumwirtschaftstheoretische Grundlagen von<br>Landschaftsstrukturmodellen oder die Theorie<br>der zentralen Orte in ihrer traditionellen<br>Fassung | 81    |
| A. Die üblichen Annahmen einfacher Landschafts-<br>strukturmodelle - Homogenitätsbedingungen<br>einer isotropen Landschaft                              | 82    |
| B. Die Preispolitik der Unternehmung im Raum                                                                                                            | 86    |
| 1. Differenzierte Ortspreise                                                                                                                            | 91    |
| 2. Einheitlicher Preis ab Werk für einen<br>eindimensionalen Wirtschaftsraum                                                                            | 97    |
| 3. Einheitlicher Preis ab Werk für einen<br>zweidimensionalen Wirtschaftsraum                                                                           | 105   |
| 4. Einheitlicher Preis frei Haus für einen<br>eindimensionalen Wirtschaftsraum                                                                          | 110   |
| 5. Einheitlicher Preis frei Haus für einen<br>zweidimensionalen Wirtschaftsraum                                                                         | 115   |
| 6. Zusammenfassung der Ergebnisse                                                                                                                       | 119   |
| C. Marktform, Preisgestaltung und die Größe von<br>Marktgebieten                                                                                        | 122   |
| 1. Räumliche Monopoltheorie vs. Oligopol-<br>theorie                                                                                                    | 122   |
| 2. Gewinn, Ausgaben und Ausbringungsmengen<br>im Vergleich                                                                                              | 127   |
| 3. Reichweite der Lieferungen und Größe der<br>Marktgebiete                                                                                             | 130   |
| 4. Die Bedeutung von Absatzreichweiten für<br>die Theorie der zentralen Orte                                                                            | 133   |
| D. Aufbau der Landschaftsstrukturmodelle von<br>Christaller und Lösch                                                                                   | 139   |
| 1. Das System zentraler Orte nach Christaller                                                                                                           | 146   |
| 2. Die Struktur der Landschaft bei Lösch                                                                                                                | 151   |
| III. Landschaftsstrukturmodelle als explizite Raum-<br>wirtschaftsmodelle                                                                               | 158   |
| A. Optimale Absatzreichweiten - Ein Problem der<br>analytischen Geometrie oder ein Problem der<br>Angebots- und Nachfragebedingungen                    | 158   |
| B. Möglichkeiten der Berücksichtigung unter-<br>schiedlicher Besiedlungsdichten in Land-<br>schaftsstrukturmodellen                                     | 162   |
| 1. Ein modifiziertes Lösch-System mit räum-<br>lich verdichteter Nachfrage                                                                              | 162   |
| 2. Landschaftsstrukturmodelle mit unter-<br>schiedlichen Besiedlungsdichten                                                                             | 165   |



### III

|                                                                                                                                                       | Seite |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| C. Von der idealtypischen Gestalt von Landschaftsstrukturmodellen zur Berücksichtigung von Landesgrenzen                                              | 170   |
| D. Allokation im Raum - Kann die Grundstruktur von Landschaftsmodellen mit Hilfe des Linearen Programmierens abgeleitet werden                        | 179   |
| 1. Ein optimales Standortsystem für Versorgungseinrichtungen mit bestimmter Reichweite                                                                | 181   |
| 2. Ein Standortsystem von Versorgungseinrichtungen mit minimaler Durchschnittsentfernung für die Benutzer                                             | 185   |
| IV. Die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen: Ein raumwirtschaftstheoretischer Erklärungsansatz der Verstädterung                       | 189   |
| A. Theoretische Überlegungen zur Hierarchie der Städte: "Rank-Size-Rule" und die Theorie der zentralen Orte                                           | 191   |
| B. Die Hierarchie der Städte in Zentrale-Orte-Modellen                                                                                                | 195   |
| 1. Hierarchiesysteme zentraler Orte mit einheitlichem Versorgungsgrad und einheitlicher Zuweisung von Satellitenstädten                               | 195   |
| 2. Ein System zentraler Orte mit unterschiedlichen Versorgungsfunktionen und unterschiedlicher Zuordnung von Satellitenstädten                        | 205   |
| 3. Die Berücksichtigung der Binnenlage zentraler Orte in erweiterten Landschaftsstrukturmodellen                                                      | 212   |
| C. Die Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland - Der empirische Befund und seine raumwirtschaftstheoretische Erklärung | 228   |
| 1. Die Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland                                                                         | 230   |
| 2. Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland und "Urbanized Areas" der Vereinigten Staaten von Amerika im Vergleich                                | 240   |
| 3. Die Hierarchie der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland und ihre räumliche Lage im Gesamttraum                                          | 245   |
| 4. Ein raumwirtschaftstheoretischer Erklärungsansatz des Hierarchieaufbaus der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland                        | 254   |

|                                                                                                                                                                              | Seite |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| V. Konzentration und Verstädterung der Bevölkerung in der Bundesrepublik Deutschland                                                                                         | 258   |
| A. Die Bevölkerung der Stadtregionen in den Jahren 1939-1969                                                                                                                 | 259   |
| B. Die Konzentration der Bevölkerung in Stadtregionen der Abgrenzung 1961                                                                                                    | 263   |
| C. Die Zunahme der Verstädterung in der Bundesrepublik Deutschland in den Jahren 1950-1961                                                                                   | 268   |
| 1. Indizes der Verstädterung                                                                                                                                                 | 275   |
| 2. Zunahme der Verstädterung in einzelnen Zonen der Stadtregionen                                                                                                            | 278   |
| 3. Verstädterung im Bereich der 10 größten Stadtregionen                                                                                                                     | 284   |
| 4. Wachstum der "Übrigen Gemeinden" im Vergleich                                                                                                                             | 287   |
| D. Das Bevölkerungswachstum der Stadtregionen in den Jahren 1939-1969                                                                                                        | 289   |
| 1. Die regionale Verteilung des Bevölkerungswachstums der Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961                                                                           | 291   |
| 2. Die Bevölkerungsdichte der Stadtregionen und ihre regionale Verteilung                                                                                                    | 299   |
| 3. Das Bevölkerungswachstum im Norden und Süden der Bundesrepublik Deutschland unter besonderer Berücksichtigung der verstädterten Gebiete                                   | 305   |
| E. Das Bevölkerungswachstum und die Größenklassenstruktur der Stadtregionen im Raum                                                                                          | 309   |
| 1. Bevölkerungswachstum und Größenklassenstruktur der Stadtregionen und ihrer Umgebungspotentiale                                                                            | 310   |
| 2. Die Abgrenzung des Einflußbereichs von Stadtregionen                                                                                                                      | 315   |
| 3. Das Bevölkerungswachstum der Stadtregionen unter Gravitationsgesichtspunkten - Die regionale Verteilung der Potentiale und daraus abgeleitete raumbezogene Wachstumsraten | 321   |

|                                                                                                                                                                                     | Seite |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| VI. Städtehierarchien und Raumstrukturen - Zusammenfassung der theoretischen und empirischen Ergebnisse und ihre raumordnungspolitische Relevanz für die Bundesrepublik Deutschland | 327   |
| Mathematischer Anhang                                                                                                                                                               | 345   |
| Statistischer Anhang                                                                                                                                                                | 360   |
| Literaturverzeichnis                                                                                                                                                                | 383   |





## Einleitung

Unter Verstädterung wird allgemein die Tendenz verstanden, daß in einem Gebiet zunehmend städtische Lebensformen dominieren. Damit kann zum einen das Anwachsen des Teils der Bevölkerung gemeint sein, der in Städten wohnt, zum anderen aber auch die Beobachtung, daß im Verlauf der wirtschaftlichen Entwicklung ein immer größerer Anteil der Gesamtbevölkerung städtische Lebensformen annimmt, ohne daß dazu ein Wohnsitz in Städten Voraussetzung wäre. Gerade der zweite Aspekt verliert zunehmend an Bedeutung, da - zumindest in hochindustrialisierten Staaten - keine sehr großen Unterschiede zwischen ländlicher und städtischer Lebensweise mehr bestehen.

Verstädterung kann aber nicht nur als Entwicklungstendenz, sondern auch als Zustandscharakterisierung verstanden werden. Gemeint ist, daß es einerseits gilt, die Konzentration der Bevölkerung in Städten zu erfassen, und daß andererseits gerade die Flächenexpansion und das Bevölkerungswachstum der Städte von besonderer Bedeutung für die raumwirtschaftliche Analyse der Verstädterung ist. Es ist deshalb besonders wichtig, geeignete Abgrenzungskriterien für die Stadt zu wählen, die nicht weitgehend historisch oder verwaltungstechnisch bestimmt sind, sondern die Stadt in ihrer Bedeutung als Arbeitsmarkt und Versorgungszentrum erfassen.

Im Mittelpunkt dieser zunächst theoretischen Arbeit, die im weiteren Verlauf durch entsprechende empirische Untersuchungen ergänzt wird, stehen

- die Konzentration der Bevölkerung in Städten,
- die Zunahme der Verstädterung durch Flächenexpansion der Städte und
- das regional und je nach Größe unterschiedliche Bevölkerungswachstum der Städte.

Erklärt werden soll die räumliche Verteilung der Städte in ihrer spezifischen Größenklassenstruktur und damit die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen.

Die gleichmäßige Größenverteilung der Städte ist in vielen Ländern der Welt eines der auffallendsten sozialwissenschaftlichen Phänomene. Diese strenge Regelmäßigkeit, die bei geeigneter Abgrenzung nicht nur Aufschluß über den insgesamt erreichten Grad der Verstädterung zu geben vermag, sondern auch die Hierarchiestruktur dieser Verstädterung erkennen läßt, bedarf einer raumwirtschaftstheoretischen Erklärung. Die Grundlagen dazu sind mit den Arbeiten von CHRISTALLER<sup>1</sup> und LÖSCH<sup>2</sup> gelegt. Nicht die möglichst genaue Beschreibung empirisch feststellbarer Größenverteilungen von Städten durch geeignete Verteilungsfunktionen, sondern die Erklärung der tatsächlichen räumlichen Größenverteilung von Städten durch Raumwirtschaftsmodelle ist das Ziel dieser Untersuchung.

Mit der Verbindung der Theorie der zentralen Orte und einiger Ansätze zur Beschreibung der sogenannten "Rank-Size-Rule" für den Hierarchieaufbau von Städten soll der Versuch unternommen

---

<sup>1</sup> CHRISTALLER, W.: Die zentralen Orte in Süddeutschland - Eine ökonomisch-geographische Untersuchung über die Gesetzmäßigkeiten der Verbreitung und Entwicklung der Siedlungen mit städtischen Funktionen, Jena 1933.

<sup>2</sup> LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, Jena 1940.

werden, einen neuen Erklärungsansatz für Konzentrations- und Verstädterungstendenzen zu formulieren.

"Rank-Size-Rule" oder Stadthierarchiesysteme der verschiedensten Ausprägungen sind zunächst nur rein empirisch festzustellende Regelmäßigkeiten des hierarchischen Aufbaus der Städte. Viele Versuche gab es, diese auffallenden Regelmäßigkeiten zu beschreiben, wenige versuchten, sie zu erklären. Nur bei Modellen, die derartige Größenverteilungen von Städten direkt aus Raumwirtschaftsmodellen ableiten, kann von einem wirklichen Erklärungsansatz die Rede sein. In empirischen Untersuchungen ist darüber hinaus zu berücksichtigen, daß die "Rank-Size-Rule" an sich kein sehr sensibles Instrument zur Beschreibung der tatsächlichen Größenverteilung von Städten ist. Selbst bei denkbar genauer Regelmäßigkeit ist eine beliebige räumliche Anordnung der Städte möglich; geringe Abweichungen großer Städte von der durchschnittlichen Verteilung sind in Wirklichkeit auf gravierende Bevölkerungsdifferenzen zurückzuführen. Letzten Endes sollte auch untersucht werden, ob die strenge Rang-Größe-Verteilung von Städten, die in zahlreichen Ländern der Erde zu beobachten ist, nicht in einer Zeit entstanden ist, in der die Bedeutung von Agglomerationsvorteilen weitaus geringer war als heute, so daß zur Zeit möglicherweise ein struktureller Umbruch zu beobachten ist. Damit ist die Frage nach der Stabilität der Rang-Größe-Verteilungen von Städten gestellt: Inwieweit haben das Bevölkerungswachstum, die Zunahme der Verstädterung und neue Staatsgrenzen die regionale Größenverteilung von Städten verändert.



Kapitel I soll einen Überblick über bisher veröffentlichte Modelle und theoretische Ansätze zur Erklärung der Größenverteilung von Städten liefern. Diese Zusammenstellung ist besonders ausführlich, um später begründen zu können, daß wir nur wenige der bisher vorgestellten Ansätze für wirklich erklärungsfähig halten. Im Verlauf der Arbeit wird deshalb nur ein bestimmter Modelltyp weiterentwickelt.

Zwei große Gruppen, ökonomische Hierarchiemodelle und stochastische bzw. systemtheoretische Modelle, können unterschieden werden, die wiederum in reine Abbildungsmodelle und Erklärungsmodelle zu unterteilen sind. Als reine Abbildungsmodelle werden hier Ansätze verstanden, die lediglich versuchen, empirisch festgestellte Größenverteilungen von Städten möglichst genau zu reproduzieren, meistens in Analogie zu bekannten naturwissenschaftlichen Gesetzen. Als Erklärungsmodelle hingegen werden Modelle bezeichnet, die versuchen, die wichtigsten Bestimmungsgründe zu erfassen, die eine streng hierarchisch geordnete Größenverteilung von Städten bewirken.

Schließlich werden Verteilungsfunktionen diskutiert, die grundsätzlich geeignet sind, Stadthierarchien abzubilden. Im Prinzip scheiden Verteilungsfunktionen mit Normalverteilungscharakter aus, da in der Regel die Zahl der Städte mit dem Anstieg der Größenklasse abnimmt. Auf diese Weise ist zwar die Auswahl geeigneter Verteilungsfunktionen beschränkt, doch kann auch als Vorteil gewertet werden, daß keine großen Unterschiede zwischen den noch in Frage kommenden Verteilungsfunktionen bestehen.

Aus der vergleichenden Übersicht der verschiedenen Hierarchiemodelle geht hervor, daß keines der bekannten Stadtgrößenverteilungsmodelle eine räumliche Dimension besitzt. In Kapitel II rücken deshalb Zentrale-Orte-Modelle in den Mittelpunkt des Interesses. Zunächst werden die für den Aufbau von Landschaftsstrukturmodellen so wichtigen Systeme von Markt-

netzen unterschiedlicher Reichweite analysiert. Dabei wird versucht, die bekannten Verfahren zur Bestimmung unterschiedlicher Reichweiten für Güter und Dienstleistungen bei unterschiedlicher Preisgestaltung und Marktform zu vereinfachen. Über das für jedes Produkt minimal erforderliche Marktgebiet (notwendige Nachfrageerschließung zur kostendeckenden Produktion) und die entsprechende maximale Absatzreichweite bei alternativer Preisgestaltung können die Landschaftsstrukturmodelle im Sinne von CHRISTALLER und LÖSCH abgeleitet werden. Es wird versucht zu zeigen, daß zwischen beiden Systemen kein prinzipieller Unterschied besteht, sondern daß eigentlich das eine System als Spezialfall des anderen zu werten ist.

In dem folgenden Kapitel III wird versucht, zumindest zwei besonders unrealistische Annahmen herkömmlicher Landschaftsstrukturmodelle zu ersetzen. Um auf eine Möglichkeit hinzuweisen, wie die wirklichkeitsfremde Annahme der vollkommen homogenen Bevölkerungsverteilung aufgegeben werden kann, ohne daß sich die Grundstruktur von Zentrale-Orte-Systemen verändert, wird ein exaktes Landschaftsstrukturmodell mit vom Gravitationsmittelpunkt abnehmender Verdichtung abgeleitet. Außerdem wird die Annahme einer endlosen Siedlungsfläche, die im übrigen eine unbegrenzte Zahl von Hierarchiestufen impliziert, ersetzt durch die ausdrückliche Berücksichtigung von Landesgrenzen in Zentrale-Orte-Modellen. Die Auswirkungen werden zunächst für eine isotrope Landschaft untersucht. Im weiteren Verlauf werden dann Möglichkeiten erörtert, wie die Produktionsstandorte derartiger Landschaftsstrukturmodelle (endliche Anzahl von potentiellen Standorten) mit Hilfe des Linearen Programmierens bestimmt werden können.

In Kapitel IV werden erstmals künstliche Rang-Größe-Verteilungen von Städten erzeugt, die aus Zentrale-Orte-Systemen abgeleitet werden. Dabei wird zunächst eine konstante Zu-

weisung von Satellitenstädten und eine einheitliche Versorgungsintensität (städtische Bevölkerung/Versorgungsbevölkerung) für alle Hierarchiestufen unterstellt. Diese restriktiven Annahmen werden später modifiziert und entsprechenden Verteilungsfunktionen gegenübergestellt. Zunächst ist die Frage zu prüfen, ob überhaupt eine regelmäßige Größenverteilung der Städte im Sinne der "Rank-Size-Rule" aus Zentrale-Orte-Modellen abgeleitet werden kann. Umgekehrt ist auch die Frage zu prüfen, ob die "Rank-Size-Rule" bereits ein Zentrale-Orte-System impliziert.

Da diese Fragen nur für endliche Zentrale-Orte-Gefüge beantwortet werden können, wird im weiteren Verlauf versucht, das um Landesgrenzen modifizierte Theoriegebäude der zentralen Orte in die Überlegungen zur Rang-Größe-Ordnung von Städten zu integrieren. Ziel dieser Untersuchungen ist, ein theoretisches Landschaftsstrukturmodell zentraler Orte aufzubauen, aus dem eine Hierarchie der Städte abgeleitet werden kann, die mit den empirischen Ergebnissen weitgehend übereinstimmt. Als Kontrollindikator, ob sich eine Stadt einer bestimmten Hierarchiestufe auch an dem Standort befindet, den die Theorie der zentralen Orte für diese Größe vorsieht, können Potentialwerte verwendet werden. Damit soll zunächst nur überprüft werden, ob eine Stadt bestimmter Größe in einem Gravitationsfeld liegt, das einem zentralörtlichen Aufbau entspricht. In empirischen Untersuchungen läßt sich auf diese Weise bestimmen, ob die Städte einer wohlgeordneten Hierarchiereihe sich auch systematisch im Raum verteilen.

Entsprechende empirische Untersuchungen zur Rang-Größe-Verteilung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland schließen sich an, wobei ausdrücklich die räumliche Lage der einzelnen Städte berücksichtigt wird. Da zumindest in der Bundesrepublik Deutschland die Großstädte durch die expansive

Besiedlung der Randzonen längst die städtischen Gemeindegrenzen überwunden haben, werden entsprechende Untersuchungen für Stadtregionen durchgeführt, die die räumliche Trennung von Wohn- und Arbeitsort weitgehend berücksichtigen.

Ausgehend von der Konzentration der Bevölkerung in Städten, werden in Kapitel V die wichtigsten dynamischen Aspekte zentralörtlicher Systeme behandelt. Dabei wird versucht, die theoretische Analyse so weit wie möglich durch empirische Ergebnisse zu stützen. So wird für die Bundesrepublik Deutschland die Zunahme der allgemeinen Verstädterung und das regionale und größenklassenspezifische Wachstum der Stadtregionen untersucht. Im Vordergrund stehen damit vergleichende Aussagen über den Konzentrationsgrad der Bevölkerung in Städten und die räumlichen Schwerpunkte und regionalen Unterschiede der Verstädterung. Es wird deshalb zwischen Konzentration und Verstädterung durch Flächenexpansion der Stadtregionen unterschieden. Weiterhin wird das regionale Bevölkerungswachstum der Stadtregionen unter Größenklassen- und Gravitationsgesichtspunkten analysiert, wobei die Neuabgrenzung des Staatsgebietes nach dem 2. Weltkrieg von besonderer Bedeutung ist. Geklärt werden soll nicht zuletzt die Frage, ob aus der territorialen Neugliederung auch eine Neuorientierung des gesamten zentralörtlichen Systems folgt.

In Kapitel V wird versucht, die raumordnungspolitische Relevanz der theoretischen und empirischen Ergebnisse der Untersuchungen zur Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen für die Bundesrepublik Deutschland zu bewerten.

## I. Überblick: Modelle und theoretische Ansätze zur Erklärung der Größenverteilung von Städten

Die Erklärung der räumlichen Verteilung von Städten in ihrer spezifischen Größenklassenstruktur ist eines der faszinierendsten Probleme im Bereich der Regionalwissenschaft. Dabei ist diese Frage gleichsam interessant für hochindustrialisierte Staaten und Entwicklungsländer, für dicht- oder dünnbesiedelte Länder durchaus unterschiedlicher Wirtschaftssysteme. Immer wieder kann man beobachten, daß entsprechende Verteilungsfunktionen zur Abbildung der Hierarchie von Städten nach ihrer Einwohnergröße stets eine strenge vertikale Gliederung mit geringer Tendenz zu grundlegenden Veränderungen erkennen lassen.

Ähnlich wie im Bereich der Einkommensverteilungstheorie, wo ähnliche Gesetzmäßigkeiten<sup>1</sup> ermittelt wurden, gilt auch hier, daß die Kräfte, die in ihrem Prozeßablauf in einer Landschaft von Städten eine hierarchische Ordnung von Stadtgrößen erzeugen, so komplex und verschiedenartig sind, daß ihre Interaktio-

---

<sup>1</sup> PARETO, V.F.D.: Cours d'économie politique professé a l'Université de Lausanne, Vol. 2, Paris 2896/97.

Empirische Untersuchungen zur Einkommensverteilung in:

JOHNSON, N.O.: The Pareto Law, in: Review of Economics and Statistics, 1937.

Clark, C.: Condition of Economic Progress, 2d. ed., London 1951, S. 533-537.

BRONFENBRENNER, M.: Income Distribution Theory, Chicago 1971.

Formale Zusammenhänge zur Bevölkerungsverteilung werden diskutiert in:

SINGER, H.W.: The 'Courbes des Populations' - A Parallel to Pareto's Law, in: Economic Journal, 1939.

Die theoretischen Zusammenhänge zwischen der Pareto-Verteilung bzw. der sogenannten "Rank-Size-Rule" und der Theorie der zentralen Orte werden in Kapitel IV.A. behandelt.



nen in Modellen nur höchst unvollkommen abgebildet werden können. Wenn CHAMPERNOWNE bereits in den frühen 50er Jahren zum Aufbau von Einkommensverteilungen bemerkt, daß ihre Determinanten

"are so varied and complex, and interact and fluctuate continuously, that any theoretical model must either be unrealistically simplified or hopelessly complicated"<sup>1</sup>,

so hat diese Feststellung für Verteilungsgesetze von Stadthierarchien auch Gewicht. Ein Modellaufbau, der sich nicht zu weit von der empirischen Überprüfbarkeit der aufgestellten Hypothesen entfernen will, gestatten zunächst nur, daß lediglich einige der besonders unrealistischen Annahmen herkömmlicher Zentrale-Orte-Modelle durch plausiblere Komponenten ersetzt werden. In dieser Arbeit wird damit im Prinzip ein relativ "einfacher" Modellaufbau verfolgt, damit in begleitenden empirischen Untersuchungen versucht werden kann, Bestätigung für die aufgestellten Hypothesen zu finden.

Ein guter Aspekt im methodischen Bereich ist die Tatsache, daß die statistischen Verteilungsfunktionen, die zur Abbildung von Stadtgrößen geeignet sind, im Grunde alle sehr ähnlich sind, so daß oft die eine Funktion ein Spezialfall der anderen ist. Hier zumindest werden keine grundlegenden Probleme aufgeworfen.

Wenn im folgenden eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten "City-Size-Distribution-Modelle" folgt, von denen nur ein Teil im Mittelpunkt der folgenden Untersuchungen stehen wird, so nur, um zu Anfang einen vollständigen Überblick<sup>2</sup> des

---

1 CHAMPERNOWNE, D.G.: A Model of Income Distribution, in: Economic Journal, 1953 (63), S. 319 (Unterstreichungen durch den Verf.).

2 Einen ausgezeichneten Überblick über die "Theory of the Distribution of City Sizes" bietet der folgende Artikel:  
RICHARDSON, H.W.: Theory of the Distribution of City Sizes - Review and Prospects, in: Regional Studies, Vol. 7, 1973, S. 239-251.

Gesamtraumes zu vermitteln, in dem sich die folgende Diskussion bewegt. Leider wird es kein Raum im wörtlichen Sinne des Wortes sein, da - so unglaublich es auch klingen mag - alle Modelle zur Erklärung der Größenverteilung von Städten vom Raum abstrahieren. Schon hier stellt sich die Frage, ob nicht im Rahmen einer Theorie der "Distribution of City Sizes" eine Rückbesinnung auf die Modelle von CHRISTALLER und LÖSCH notwendig ist.

Die Zukunft weiterer empirischer Arbeiten liegt sicherlich bei Modellen, die als wirkliche Erklärungsmodelle die eigentlichen Ursachen der Verstädterung in ihrer spezifischen räumlichen Ausprägung erforschen. Reine Abbildungsmodelle ohne eigentlichen Erklärungsgehalt sind zwar in der Lage, verblüffende Regelmäßigkeiten vor Augen führen, besitzen aber in der Regel nur geringen prognostischen Wert. Zu oft wird die Tatsache übersehen oder zumindest ignoriert, daß die Hierarchie der Städte an sich zwar sehr stabil ist, jedoch damit keineswegs sichergestellt ist, daß auch die räumliche Ordnung dieser Hierarchie den gleichen "Gesetzen" gehorcht. Mit anderen Worten: in der Regel fehlt den meisten Modellen zur Abbildung von Stadthierarchien eine räumliche Dimension, ein für ihre praktische Verwendbarkeit untragbarer Zustand. Derartige Modelle sind also lediglich an einem "vordergründigen" Erklärungsansatz des hierarchischen Aufbaus von Städten interessiert, ohne daß das räumliche Ergebnis im Wirtschaftsraum auch nur die geringste Rolle spielt. Im Sinne dieser Theorien könnten sich die hierarchisch wohlgeordneten Städte eines Landes perlschnurartig in einer Himmelsrichtung, verteilt auf einem Kreis, als Großagglomeration in engem Verbund ("black whole") oder aber in strenger Hierarchie nach Christaller im Raum befinden, ohne daß die Verifizierung der in den einzelnen Modellen aufgestellten Hypothesen davon betroffen wäre. Damit

wird tatsächlich auch bei dieser ausgesprochenen raumwirtschaftlichen Fragestellung von vorneherein von der in der mikroökonomischen Theorie üblichen Fiktion der Punktwirtschaft ausgegangen. Ein Raumwirtschaftsmodell zur Erklärung der Verstädterung sollte deshalb ein Modell sein, daß alle Städte in ihrem räumlichen Verbund berücksichtigt. Derartige Modell werden in irgendeiner Form immer Zentrale-Orte-Modelle sein; sie erlangen im Rahmen dieser Arbeit deshalb besondere Bedeutung.

Ob wir am Ende, was den mikroökonomischen Gehalt dieser Modelle betrifft, die Meinung von GREENHUT teilen, wird sich erweisen, wenn er sagt:

"In this book we shall treat pure competition theory as a body of early thought which has helped to shed light on economic relations and readily serves as a departure point for other theories which better answer the problems of different periods in the history of man....

The underlying purpose of this book is to move toward such a new theory in economics. We strive here to add the dimensions of distances (i.e. economic space) between people and their institutions, and believe that we thereby achieve a more general microeconomics....

We suggest that the oligopoly theory of the firm in economic space ... is the more general theory of the two; by stripping our theory of selected assumptions (e.g. economic space and uncertainty), and working backward the theory of pure competition reappears".<sup>1</sup>

In einem Raumwirtschaftsmodell zur Erklärung der Verstädterung sollten zahlreiche stochastische und ökonomische Elemente der folgenden Modellansätze allgemeiner "City-Size-Distribution-Modelle" berücksichtigt werden. Die eigentliche theoretische Arbeit wird also auf einem Gebiet zu leisten sein, das die Erweiterung der herkömmlichen Zentrale-Orte-Modelle zu ausgesprochenen Raumwirtschaftsmodellen vorsieht.

---

<sup>1</sup> GREENHUT, M.L.: A Theory of the Firm in Economic Space, New York, 1970, S. 4 (Unterstreichungen durch den Verf.).

## A. Hierarchie-Modelle

Da diese Arbeit speziell einen Beitrag zur Weiterführung und Präzisierung von Hierarchie-Modellen zentraler Orte einer Raumwirtschaft im Sinne von erweiterten Landschaftsstrukturmodellen leisten will, sei hier nur kurz auf ihre Stellung im Gesamtzusammenhang der übrigen Modelle ähnlicher Prägung verwiesen.

Die klassischen Modelle dieses Forschungsgebietes sind die Systeme zentraler Orte von CHRISTALLER<sup>1</sup> (1933) und LÖSCH<sup>2</sup> (1940). Diese Prototypen begründeten einen neuen Forschungszweig, der - unter der Bezeichnung "Theorie der zentralen Orte" - eine schnelle Entwicklung erfahren hat. Hier sei zunächst nur auf 3 weitere Beiträge verwiesen, die im besonderem Maß richtungsweisende Akzente in der Weiterentwicklung der Theorie der zentralen Orte setzten. So wies 1956 ISARD<sup>3</sup> in "Location and the Space-Economy" auf die wirklichkeitsfremde Annahme einer homogenen Nachfrageverteilung eines Systems zentraler Orte in der strengen Formulierung nach CHRISTALLER und LÖSCH hin, die ja im Endergebnis ein "Land der Pendler" erfordert. Wenn also selbst auf homogener Fläche ein System unterschiedlicher Konzentration und Spezialisierung der Produktion ableitbar war, so war in seinen Augen umso mehr ein Zentrale-Orte-System von Interesse, das auch lokale Nachfrageballungen analysieren konnte. Die Fiktion der totalen Trennung von Wohn- und Arbeitsplätzen bzw. die Annahme der allgemeinen räumlichen Divergenz von Konsum und Produktion führte in den

---

1 CHRISTALLER, W.: Die zentralen Orte in Süddeutschland - Eine ökonomisch-geographische Untersuchung über die Gesetzmäßigkeiten der Verbreitung und Entwicklung der Siedlungen mit städtischen Funktionen, Jena 1933, Reprografischer Nachdruck der 1. Auflage, Darmstadt 1968.

2 LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, Jena 1940, 3. unveränderte Auflage, Stuttgart 1962.

3 ISARD, W.: Location and Space-Economy - A General Theory Relating to Industrial Location, Market Areas, Land Use, Trade, and Urban Structure, Cambridge, Massachusetts, 1956, 6. unveränderte Auflage, Cambridge, Massachusetts, 1968.

Systemen von CHRISTALLER und LÖSCH zwar zu ein-eindeutigen Lösungen einer theoretischen Landschaftsstruktur, ist aber nur im begrenzten Maß geeignet, die Wirklichkeit zu beschreiben. Selbst wenn dies scheinbar für einige Regionen gelingt, ist nicht festzustellen, wie sensitiv dieses theoretische Instrument eigentlich auf Veränderungen reagiert. Als Ergebnis dieser Überlegungen wurden von ISARD<sup>1</sup> Systeme von "distorted hexagons" beschrieben, die sich wie ein Spinnwebgewebe über die Landschaft erstrecken. Eine exakte Ableitung derartiger Systeme verdichteter Marktgebiete zentraler Orte steht aber bis heute noch aus. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit werden entsprechende Versuche unternommen werden.

1958 gelang es dann BECKMANN<sup>2</sup> die formale Grundstruktur eines Zentrale-Orte-Systems unter Verwendung sehr weniger und einfacher Annahmen analytisch zu beschreiben. Dieser Ansatz erfuhr 1969 in seiner "Location Theory"<sup>3</sup> eine notwendige Korrektur und schließlich 1970 gemeinsam mit McPHERSON<sup>4</sup> eine Erweiterung. Dieses Modell wird im weiteren Verlauf näher erläutert werden, da es Ausgangspunkt der eigenen Überlegungen ist.

Ein weiterer richtungsweisender Beitrag für die Entwicklung der Theorie der zentralen Orte folgt 1962: VON BÖVENTERS "Die Struktur der Landschaft"<sup>5</sup>. An dieser Stelle sei nur

---

1 Vgl. ISARD, W.: Location and Space-Economy, a.a.O., S. 272.

2 BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, in: Economic Development and Cultural Change, 1958 (6), S. 243-248.

3 BECKMANN, E.J.: Location Theory, Random House, New York, 1968.

4 BECKMANN, M.J.; McPHERSON, J.C.: City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, in: Journal of Regional Science, 1970 (10), S. 25-33.

5 VON BÖVENTER, E.: Die Struktur der Landschaft - Versuch einer Synthese und Weiterentwicklung der Modelle J.H. von Thürens, W. Christallers und A. Löschs, in: Optimales Wachstum und optimale Standortverteilung, Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F., Bd. 27, Berlin 1962, S. 77-133.



ein Ergebnis dieser wichtigen Untersuchung vorweggenommen:

"Das Christaller-System gilt also für den tertiären Sektor, und zwar in besonderem Maß für den Einzelhandel und die Dienstleistungen; ein sehr stark modifiziertes Lösch-System - mit dem Akzent auf der Spezialisierung - für den sekundären Sektor; und ein Thünen-System, das die hierarchische Ordnung der Städte berücksichtigt, für den primären Sektor (ausschließlich des Bergbaus).

Für den tertiären Sektor besitzen insbesondere die Annahmen Christallers über die Hierarchie der Funktionen der zentralen Orte große Bedeutung, während das System Löschs in seiner ursprünglichen Form die größte Bedeutung für die räumliche Verteilung so kleiner Unternehmen hat, daß eine Partialanalyse gerechtfertigt ist, und wenn diese Unternehmen auf homogener Fläche produzieren und weder eine Preisdiskriminierung noch eine Produktdifferenzierung betreiben.

Bei der Analyse der Bedeutung von geographischen Unregelmäßigkeiten für das Gesamtsystem sind auch die von Launhardt, Weber und Palander abgeleiteten Resultate wichtig. Hierdurch ergibt sich ein weiterer Brückenschlag zwischen verschiedenen Richtungen der traditionellen Standortlehre".<sup>1</sup>

Aus dieser Erkenntnis ergibt sich für ein gesamtwirtschaftliches Modell die Notwendigkeit, die verschiedenen Ansätze zu integrieren. Bei den Modellen von CHRISTALLER und LÖSCH scheint das nicht schwierig: Die Hierarchie der Städte eines Christaller-Systems ist grundsätzlich in einem Lösch-System enthalten. Und um sogleich Mißverständnissen vorzubeugen: Es ist durchaus nicht notwendig, daß sämtliche denkbaren Marktgebietsgrößen nach LÖSCH auch tatsächlich in der Realität auftreten. Nur wenn diese für ein oder mehrere Güter und Dienstleistungen auch tatsächlich optimale Marktgebiete im Sinne der gegebenen Produktions- und Nachfragebedingungen sind, entstehen entsprechende Marktgebietsnetze.

---

<sup>1</sup> VON BÖVENTER, E.: Die Struktur der Landschaft - Versuch einer Synthese und Weiterentwicklung der Modelle J.H. von Thürens, W. Christallers und A. Löschs, a.a.O., S. 121 f.

## 1. Zentrale-Orte-Modelle

Da speziell Zentrale-Orte-Modelle, soweit es möglich ist, sie in quantifizierbare Form zu fassen, im Mittelpunkt der weiteren Untersuchungen stehen, sei hier auf das bereits zitierte Ausgangsmodell von BECKMANN<sup>1</sup> verwiesen. Dieses Modell hat in der Folge eine Fülle von Verbesserungen und Erweiterungen<sup>2</sup> erfahren.

Die Grundidee ist folgende: Die Hauptfunktion von Städten ist, ihre eigene Bevölkerung und ein wohlbegrenztes Hinterland mit Gütern und Dienstleistungen unterschiedlicher Reichweite zu versorgen. In diesem Hinterland wiederum befinden sich Satellitenstädte des übergeordneten zentralen Ortes, die ihrerseits ebenfalls kleinere Zentrale-Orte-Satelliten besitzen.

---

1 BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, 1958, a.a.O.

2 DACEY, M.F.: Population of Places in a Central Place Hierarchy, in: Journal of Regional Science, 1966 (6), S. 27-33.

BECKMANN, M.J.: Location Theory, 1968, a.a.O.

PARR, J.B.: City Hierarchies and the Distribution of City Size - A Reconsideration of Beckmann's Contribution, in: Journal of Regional Science, 1969 (9), S. 239-253.

PARR, J.B.: Models of City Size in an Urban System, in: Papers of the Regional Science Association, 1970 (25), S. 221-253.

BECKMANN, M.J.; McPHERSON, J.C.: Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, 1970, a.a.O.

HENDERSON, J.V.: Hierarchy Models of City Size - An Economic Evaluation, in: Journal of Regional Science, 1972 (12), S. 435-441.

MILLS, E.S.: Urban Economics, Glenview, Illinois, 1972, S. 108-112.

PARR, J.B.: Structure and Size in the Urban System of Lösch, in: Economic Geography, 1973 (49), S. 185-212.

PARR, J.B.; DENIKE, K.G.; MULLIGAN, G.: City-Size Models and the Economic Base - A Recent Controversy, in: Journal of Regional Science, 1975 (15), S. 1-8.

Die unterschiedliche Reichweite der verschiedenen Produkte, die je nach Hierarchiestufe in den zentralen Orten hergestellt werden, wird von der Größe des für jedes Produkt optimalen Marktgebietes bestimmt. Dabei gilt für jedes Produkt, daß einerseits zumindest ein Minimum an Nachfrage im Raum erreicht werden muß, da sonst die erforderliche Mindestgröße der Produktionsanlagen nicht ausgelastet ist, und andererseits, daß neben der Nutzung von weiteren "economies of scale" die Zunahme der Transportkosten und Zeitüberwindung einen Nachfragerückgang bei der Belieferung oder Erschließung entfernterer Konsumenten nach sich zieht. Da aber unter diesen Voraussetzungen nicht jedes Produkt zugleich an jedem Standort produziert werden kann, ist es für gewisse Güter und Dienstleistungen effizienter, wenn sie lediglich in größeren Städten produziert werden; für andere dagegen ist eine Produktion in kleineren zentralen Orten günstiger<sup>1</sup>. Diese Unter- und Obergrenzen, die es bei der Produktion zu beachten gilt, führen letzten Endes dazu, daß sich aus dem Zusammenspiel der Angebots- und Nachfragebedingungen eine strenge Hierarchie von Städten herausbildet, deren Größe und Zahl auf jeder Hierarchiestufe bei vorgegebener Nachfrage- und Bevölkerungsverteilung eindeutig bestimmt ist.

Zur Ableitung eines ersten einfachen Hierarchie-Systems<sup>2</sup> zentraler Orte benötigen wir lediglich die beiden grund-

---

<sup>1</sup> Die letztere Möglichkeit ist übrigens in einem strengen Christaller-System ausgeschlossen und tritt bei LÖSCH unter ganz bestimmten Voraussetzungen auf.

<sup>2</sup> Dieses Modell von BECKMANN wird hier in der korrigierten Fassung erläutert, die erstmals bei PARR zu finden ist.

Vgl. BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, 1958, a.a.O.

PARR, J.B.: City Hierarchies and the Distribution of City Size - A reconsideration of Beckmann's Contribution, 1969, a.a.O.

In der ursprünglichen Fassung von 1958 wurde nicht berücksichtigt, daß der übergeordnete zentrale Ort nicht nur Satellitenstädte der nächst niederen Stufe zu versorgen hat, sondern auch Orte seines eigenen Hinterlandes

legenden Annahmen (A) und (B):

(A) Ausgehend von einer homogenen Fläche mit gleichverteilten Ressourcen sei die Größe einer Stadt der Hierarchiestufe  $m$  proportional zu der Bevölkerung, die von ihr versorgt wird.

- (1)  $E_m = c \cdot B_m$        $E_m$  = Einwohner einer Stadt der  $m$ -ten Hierarchiestufe  
wobei       $V_m$  = Externe Versorgungsbevölkerung einer Stadt der  $m$ -ten Hierarchiestufe  
 $B_m = E_m + V_m$        $B_m$  = Gesamtversorgungsbevölkerung einer Stadt der  $m$ -ten Hierarchiestufe  
 $c$  = Versorgungskoeffizient (Relation der städtischen Bevölkerung zur Gesamtversorgungsbevölkerung)

Mit Gleichung (1) wird im Grunde eine denkbar einfache Produktionsfunktion unterstellt, die lediglich als input die Arbeitskraft berücksichtigt.

(B) Jeder zentrale Ort höherer Ordnung besitzt eine für diese Hierarchiestufe typische Anzahl von Satellitenstädten.

- (2)  $B_m = E_m + V_{m-1} + s \cdot E_{m-1}$        $s$  = Anzahl der Satellitenstädte einer Stadt

In diesem ersten einfachen Modell wird für das Gesamtsystem unterstellt, daß sowohl der Versorgungskoeffizient ( $c$ ) als auch die Anzahl der Satellitenstädte ( $s$ ) über alle Hierarchiestufen konstant sind.

---

(noch Fußnote 2 von Seite 16)

bis zur untersten Hierarchiestufe. Mit anderen Worten: in der folgenden Gleichung (2) wurde der Term  $V_{m-1}$  nicht berücksichtigt.

Auch in der korrigierten Fassung von 1968 bestimmt BECKMANN die Basisbevölkerung noch unvollständig. Dieser Fehler schleppt sich bis heute in so wichtigen Standardwerken wie "Urban Economics" von MILLS oder dem Review-Artikel von RICHARDSON "Theory of the Distribution of City Sizes - Review and Prospects" fort.

Vgl. MILLS, E.S.: Urban Economics, 1972, a.a.O., S. 109.

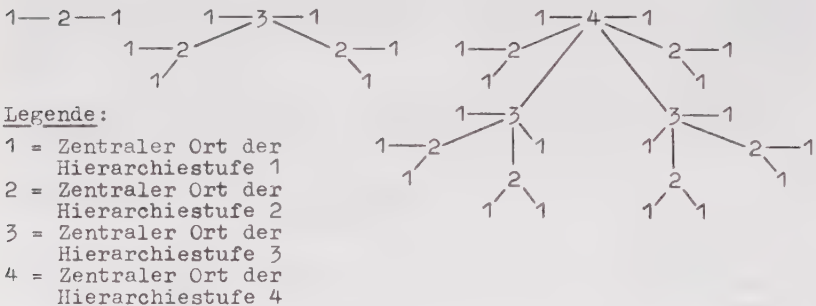
RICHARDSON, H.W.: Theory of the Distribution of City Sizes - Review and Prospects, a.a.O., S. 241.

BECKMANN, M.J.: Location Theory, 1968, a.a.O., S. 85-87.

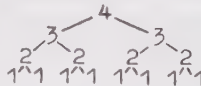
Das Gesamtsystem geht von einer kleinsten ländlichen Siedlungseinheit  $V_1$  aus, die alle zentralen Orte mit Agrarprodukten zu versorgen hat. Zwei einfache Beispiele sollen die einheitliche Zuweisung von Satellitenstädten und Versorgungskoeffizienten über alle Hierarchiestufen verdeutlichen.

Wenn in einem System zentraler Orte beispielsweise einem Ort höherer Ordnung jeweils 2 Satellitenstädte der nächst niederen Hierarchiestufe<sup>1</sup> zugewiesen werden, so hat das Zuweisungsverfahren<sup>2</sup> für alternativ 2,3 oder 4 Hierarchiestufen folgendes Aussehen:

Abb. 1 Zuweisungsverfahren von Satellitenstädten über 2,3 und 4 Hierarchiestufen eines Gesamtsystems zentraler Orte ( $k=3$  System)



- 1 Einer konstanten Zuweisung von jeweils 2 Satellitenstädten entspricht ein ( $k=3$ )-System von CHRISTALLER, denn es gilt für alle Hierarchiesprünge, daß  $k=s+1$ .
- 2 Zur Verdeutlichung sei auch das ursprünglich falsche Zuweisungsverfahren von BECKMANN abgebildet. Die Satelliten im unmittelbaren Einzugsbereich übergeordneter zentraler Orte werden nicht berücksichtigt.





Die Wirkungsweise des einheitlichen Versorgungskoeffizienten (c) sei an folgenden Beispielen verdeutlicht:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad E_m &= c \cdot B_m & \text{wobei} \\
 &= c(E_m + V_m) & c &= 1/3 \\
 &= (c/1-c) \cdot V_m & V_1 &= 200 \text{ (Agrarbevölkerung)}
 \end{aligned}$$

### 1. Beispiel: Zentrale Orte mit einer Hierarchiestufe



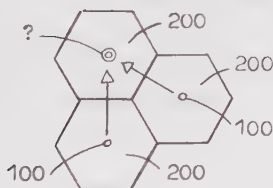
Gesucht wird die Bevölkerung des zentralen Ortes der 1. Hierarchiestufe.

$$E_m = (c/1-c) V_m$$

$$E_m = V_m/2 = 200/2 = 100$$

$E_1 = 100$  (Bevölkerung des zentralen Ortes der 1. Hierarchiestufe)

### 2. Beispiel: Zentrale Orte mit zwei Hierarchiestufen



Gesucht wird die Bevölkerung des zentralen Ortes der 2. Hierarchiestufe

$$B_m = E_m + V_{m-1} + s B_{m-1}$$

$$E_m + V_m = E_m + V_{m-1} + s B_{m-1}$$

$$V_m = V_{m-1} + s B_{m-1}$$

$$V_m = 200 + 2(100+200) = 800$$

$$E_m = V_m/2 = 800/2 = 400$$

$E_2 = 400$  (Bevölkerung des zentralen Ortes der 2. Hierarchiestufe)

Um zu einer allgemeinen Lösung zu gelangen, die für beliebige Hierarchiestufen gültig ist, ergeben sich folgende Zwischenschritte<sup>1</sup>:

<sup>1</sup> Der vollständige Lösungsweg findet sich im Mathematischen Anhang Teil A.

$$(2) \quad B_m = E_m + s \cdot B_{m-1} + V_{m-1}$$

$$= c \cdot B_{m-1} + s \cdot B_{m-1} + V_{m-1}$$

$$B_m(1-c) = s \cdot B_{m-1} + V_{m-1}$$

$$B_m = \frac{s}{1-c} B_{m-1} + V_{m-1}$$

wobei  $B_{m-1} = E_{m-1} + V_{m-1}$

$$= c \cdot B_{m-1} + V_{m-1}$$

so daß

$$B_{m-1}(1-c) = V_{m-1}$$

$$(3) \quad B_m = \frac{s}{1-c} \left( \frac{V_{m-1}}{1-c} \right) + V_{m-1}$$

$$B_{m-1} = \frac{V_{m-1}}{1-c}$$

$$\frac{V_{m-1}}{1-c} \left( 1 + \frac{s}{1-c} \right)$$

oder

$$B_m = B_{m-1} \left( 1 + \frac{s}{1-c} \right)$$

Über die üblichen Induktionsverfahren ergibt sich die allgemeine Lösung, zurückgeführt auf die kleinste Grundeinheit  $V_1$ :

$$(4) \quad B_m = \frac{V_1}{1-c} \left( 1 + \frac{s}{1-c} \right)^{m-1}$$

oder

$$B_m = B_1 \left( 1 + \frac{s}{1-c} \right)^{m-1}$$

Die gesamte Versorgungsbevölkerung einer Stadt beliebiger Hierarchiestufe läßt sich also in Einheiten der kleinsten ländlichen Siedlungseinheit  $V_1$  bzw. der kleinsten städtischen und ländlichen Siedlungseinheit  $B_1$  ausdrücken.

Für die Bevölkerungsgröße einer Stadt der Hierarchiestufe  $m$  ergibt sich dann:

$$(5) \quad E_m = \frac{c \cdot V_1}{1-c} \left(1 + \frac{s}{1-c}\right)^{m-1}$$

oder

$$E_m = E_1 \left(1 + \frac{s}{1-c}\right)^{m-1}$$

Dieser Ausdruck zeigt deutlich, daß vermittels zweier einfacher Annahmen die Stadtgrößen von Hierarchiestufe zu Hierarchiestufe exponentiell anwachsen, eine Beobachtung, die durch zahlreiche empirische Befunde<sup>1</sup> in vielen Ländern der Welt bestätigt wird. Die Tatsache aber, daß in einem derartigen Modell, alle zentralen Orte gleicher Hierarchiestufe auch die gleiche Bevölkerungsgröße besitzen, stimmt zwar mit den Hierarchiesprüngen theoretischer Landschaftsstrukturmodelle im Sinne von CHRISTALLER und LÖSCH überein, nicht jedoch mit den empirischen Ergebnissen. BECKMANN<sup>2</sup> hat deshalb vorgeschlagen, den Stadtgrößen-Multiplikator  $(s/1-c)$  als eine weitgehend zufallsbedingte Variable zu betrachten. Schon nach wenigen Hierarchiestufen wird in diesem Fall die "Sprung-Hierarchie" zentraler Orte in eine gleichmäßigere Verteilung im Sinne der sogenannten "Rank-Size-Rule"<sup>3</sup> überführt.

Mit Hilfe der Ableitungen (1) - (5) ist es möglich, den Bevölkerungsaufbau einer - zugegeben sehr einfachen - theoretischen Landschaft zu simulieren. Dieser Ansatz steht im Mittelpunkt der weiteren Untersuchung und wird deshalb an

1 Für zahlreiche Länder der Erde wurden stetige Größenverteilungen der Städte ermittelt, die mehr oder weniger der sogenannten "Rank-Size-Rule" mit individuellen Exponenten genügen. Ergebnisse hierzu finden sich in Kapitel IV.C.

2 BECKMANN, H.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, 1958, a.a.O., S. 245.

3 Eine eingehende Untersuchung der theoretischen Zusammenhänge zwischen der Theorie der zentralen Orte und der "Rank-Size-Rule" wird in Kapitel IV.A. vorgenommen.

dieser Stelle nicht weiterverfolgt. Nur so viel sei hier zu dem lebhaften Echo berichtet, den dieser Ansatz erfahren hat. Die Kritik richtete sich hauptsächlich gegen die zu "einfachen" Annahmen; so wird bemängelt, daß ein Modell der (städtischen) Bevölkerung zentraler Orte auf einer ländlichen Basisbevölkerung aufgebaut ist und mithin durch sie erklärt wird. Dazu MILLS:

"First, it assumes a simple production function in which cost curves are L-shaped, labor is the only input, and input/output ratios are constant above the minimum output.

Second, the entire model is built on the foundation of the number of rural residents that can be served by cities of the smallest size. That determines the spatial distribution of urban areas of the next smaller size and so on. This hardly seems an adequate foundation for a theory of urban area size in an economy in which two thirds of the population is urban. It is probably not accidental that the best empirical confirmation of the spatial pattern of urban areas of different sizes obtained by Lösch was in predominantly rural areas.

Third, the model ignores all geographical irregularities, natural resource availability, amenity resources, availability of harbors and other discrete transportation models, and climatic differences. In short, it ignores all the natural factors that contribute to the comparative advantage of particular areas.

Fourth, the model treats urban areas as points, without regard for spatial phenomena within urban areas. It ignores the possibility that urban area size may be partly limited by diminishing returns ...".<sup>1</sup>

Selbst wenn man dem Argument von MILLS folgt, daß es nicht angeht, daß die Hierarchie der Städte durch eine ländliche Basisbevölkerung erklärt wird, so könnte diese Basis leicht durch einen städtischen Nukleus ersetzt werden, der zugleich identisch ist mit der minimal erforderlichen Größe eines zentralen Ortes, ab der überhaupt städtische Versorgungsleistungen angeboten werden können. Auch andere Kritikpunkte<sup>2</sup> rühren nicht an der eigentlichen Substanz: Eine stets einheitliche Zuweisung von Satelliten führt dazu, daß zentrale

---

1 MILLS, E.S.: Urban Economics, 1972, a.a.O., S. 112.

2 Vgl. Kritik bei HENDERSON, J.V.: Hierarchy Models of City Size - An Economic Evaluation, in: Journal of Regional Science, 1972 (12), S. 436 ff.

Orte nur in Orte untergeordneter Hierarchiestufe exportieren, eine Beobachtung, die nicht der Wirklichkeit entspricht. Weiterhin erfordert die Annahme eines einheitlichen Versorgungskoeffizienten für das Gesamtsystem, daß unterschiedliche outputs stets mit den gleichen relativen Mengen an (Arbeits-) inputs produziert werden<sup>1</sup>. Diese Kritik führte in der Folge dazu, daß erweiterte Modelle<sup>2</sup> entwickelt wurden, die alternative Versorgungswerte (c) und Zuweisung von Satelliten (s) vorsehen; beides Möglichkeiten, die ja auch im Prinzip zumindest in dem Landschaftsstrukturmodell von LÖSCH impliziert sind. Diese Erweiterungen vergrößern den mathematischen Aufwand erheblich; die Grundstruktur des einfachen Beckmann-Modells bleibt davon unberührt.

Der gewichtigste Einwand richtet sich wohl gegen die Tatsache, daß derartige Hierarchie-Modelle im Grunde keine Landschaftsstrukturmodelle sind, da räumliche Beziehungen nicht explizit berücksichtigt werden. Gerade aber die Größe von Städten wird weitgehend auch von den relativen Entfernungen zu anderen Städten (und nicht nur von der relativen Position innerhalb der Größenhierarchie) bestimmt. Insofern erfüllt das Modell von Beckmann lediglich notwendige Hierarchie- und Produktionsbedingungen, die hinreichenden räumlichen Bedingungen für den Standort jedes zentralen Ortes in der Gesamtlandschaft sind erst noch zu formulieren. Nicht zuletzt diese Erweiterung steht im Mittelpunkt der folgenden Arbeit. In der weiteren Analyse wäre noch zu berücksichtigen, daß auch der innerstädtische Raum eines zentralen Ortes für die Analyse der Verstädterung eine wichtige Rolle spielt. Unterschiedliche Bevölkerungsdichten, Pendlerkosten und Flächenexpansion zentraler

---

1 Erste Modifikationen regte 1966 DACEY an:

DACEY, M.F.: Population of Places in a Central Place Hierarchy, 1966, a.a.O., S. 30 f.

2 Vgl. vor allen Dingen die Modelle von DACEY und BECKMANN/McPHERSON:

DACEY, M.F.: Population of Places in a Central Place Hierarchy, 1966, a.a.O.

BECKMANN, I.J.; McPHERSON, J.C.: City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, 1970, a.a.O.



Orte haben einen erheblichen Einfluß auf das Wachstum von Städten. Es wird versucht werden, auch diese Momente in Landschaftsstrukturmodellen zu berücksichtigen.

## 2. Ein einfaches Stadthierarchiemodell auf der Basis industrieller Produktion

TINBERGEN<sup>1</sup> entwickelte 1968 ein Hierarchiemodell der Größenverteilung von Städten, das stärker volkswirtschaftliche Größen berücksichtigt als das Ausgangsmodell von BECKMANN. TINBERGEN selbst sieht das folgende Modell jedoch lediglich als Vorschlag für weitere theoretische Überlegungen an:

"The model to be presented and discussed here is an example. In fact, it only constitutes a hypothesis, hanging in the air, so to say, between theory and observation. That is, it cannot be proven theoretically to be correct and it cannot be proven that it reproduces either reality or an optimum situation. It may serve as a starting point for both more refined theoretical models and empirical verification".<sup>2</sup>

Diese denkbar einfache Version eines Hierarchie-Modells zeigt aber einige interessante Ansätze, die an dieser Stelle kurz diskutiert werden sollen. Ausgangspunkt ist eine geschlossene Volkswirtschaft mit begrenzter homogener Fläche. Die landwirtschaftlichen Produktionsstätten sind gleichmäßig über die Fläche verteilt; an Standorten von Städten befinden sich dagegen keine Bauernhöfe.

Es existieren H Industriezweige, die Endprodukte herstellen. Ihre Reihenfolge ist mit h ( $h=0,1,2,\dots,H$ ) gekennzeichnet; h bezeichnet damit den "Rang" eines Industriezweiges, dementsprechend trägt der Sektor Landwirtschaft den Rang  $h=0$ .

---

<sup>1</sup> TINBERGEN, J.: The Hierarchy Model of the Size Distribution of Centres, in: Papers of the Regional Science Association, 1967 (20), S. 65-68.

<sup>2</sup> TINBERGEN, J.: The Hierarchy Model of the Size Distribution of Centres, 1967, a.a.O., S. 65 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Für jeden Industriezweig gibt es eine bestimmte Betriebsgröße, die auch als für diesen Zweig optimale Betriebsgröße angesehen werden kann.

Die Anzahl der Betriebe, die benötigt werden, um die Nachfrage nach Produkten des Industriezweiges  $h$  zu befriedigen, beträgt  $n_h$ . Die Endnachfrage nach Produkten der Kategorie  $h$  wiederum beträgt  $\alpha_h \cdot Y$ , wobei  $Y$  das Volkseinkommen und  $\alpha_h$  den entsprechenden Anteil des Produktes  $h$  (von der Verwendungsseite) bezeichnet.

Weiterhin wird angenommen, daß die Zahl der Betriebe pro Industriezweig mit dem Rang des entsprechenden Industriezweiges abnimmt ( $n_1, n_2, n_3, \dots, n_H$ ), wobei der an einem zentralen Ort vorhandene Industriezweig mit dem höchsten Rang ( $n_H=1$  für alle  $n_1$ ) nur jeweils einen Betrieb umfaßt.

Alle Einkommen werden ausgegeben, so daß gilt:

$$(1) \quad \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_H = 1$$

Um die Größenverteilung von Zentren ableiten zu können, müssen folgende weiteren Annahmen gemacht werden:

Es gibt insgesamt  $M$  Hierarchiestufen der Städte, wobei  $m = 1, 2, 3, \dots, M$ . In jeder Stadt des Ranges  $m$  existieren nur Industriezweige, für die gilt:  $h \leq m$ . Die Anzahl der Betriebe eines jeden Industriezweiges einer Stadt der Hierarchiestufe  $m$  versorgen nur die lokale Nachfrage, die einer Stadt entspricht, die eine um einen Platz niedrigere Rangstufe einnimmt. Der Industriezweig des Ranges  $h$  einer Stadt vom Rang  $m$  kann also nicht nur den lokalen Bedarf nach entsprechenden Produkten, sondern auch den Bedarf in Städten niederer Hierarchiestufen befriedigen. Diese Exporte verteilen sich gleichmäßig über alle Zentren der gleichen Hierarchiestufe. Diese etwas kompli-

ziert klingende Annahme besagt, daß jede Stadt lediglich Produkte eines Industriezweiges exportiert, der in ihren Mauern den höchsten Rang einnimmt.

Die Einkommen aller Zentren einer bestimmten Hierarchiestufe können auf folgende Weise ermittelt werden:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad Y^0 &= \alpha_0 Y \\
 Y^0 + Y^1 &= \frac{\alpha_0 Y}{1 - \alpha_1} \\
 Y^0 + Y^1 + Y^2 &= \frac{\alpha_0 Y}{1 - \alpha_1 - \alpha_2} \\
 &\vdots \\
 (2) \quad Y^0 + Y^1 + Y^2 + \dots + Y^m &= \frac{\alpha_0 Y}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_h}
 \end{aligned}$$

Wenn weiterhin gilt, daß in jeder Stadt nur jeweils 1 Betrieb des Industriezweiges, der in dieser Stadt den höchsten Rang einnimmt, vertreten ist, kann die Anzahl der Zentren jeder Hierarchiestufe berechnet werden:

$$(3) \quad n^m = n_h \cdot \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_h}$$

Die Gleichungen (2) und (3) bestimmen die "City-Size-Distribution" eines Systems zentraler Orte nach TINBERGEN.

Dieses einfache Modell einer Hierarchie von Städten stellt insofern ein Optimum dar, als unter gewissen Voraussetzungen die Transportkosten minimiert werden. Eine empirische Überprüfung des gesamten Systems ergab zumindest für Frankreich so schlechte Ergebnisse, daß von einer modellhaften Abbildung der Städtehierarchie Frankreichs keine Rede sein kann.

Ausgangspunkt sind Daten für Frankreich von 1962. Ohne weitere Begründung ("geometrical interpretation and transport efficiency") wird die Ansicht vertreten, daß das optimale Verhältnis eines zentralen Ortes einer bestimmten Rangstufe zu zentralen Orten der nächst niederen Hierarchiestufe 1:4 beträgt. Unter Verwendung dieses Verhältnisses und der entsprechenden Pro-Kopf-Einkommen-Daten werden unter Verwendung der Gleichungen (2) und (3) die Nachfragekoeffizienten  $\alpha_n$  und die Anzahl der Industriezweige  $n^m$  berechnet. Auf diese Weise werden für Frankreich 7 Hierarchiestufen unterschieden (vgl. Tabelle 1).

Tab. 1 Tatsächliche und theoretische Verteilung der Bevölkerung in Städten Frankreichs

| Rang | Anzahl der Zentren pro Rang | Theoretische Bevölkerung in 1.000 E. | Tatsächliche Bevölkerung in 1.000 E. |
|------|-----------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 7    | 1                           | 5.100,8                              | 7.813,9                              |
| 6    | 4                           | 3.575,9                              | 2.626,8                              |
| 5    | 20                          | 10.040,9                             | 4.725,3                              |
| 4    | 69                          | 9.335,8                              | 5.317,0                              |
| 3    | 203                         | 5.507,8                              | 4.615,3                              |
| 2    | 599                         | 1.959,7                              | 3.671,7                              |
| 1    | 2.257                       | 1.314,9                              | 5.174,9                              |
| 0    |                             | 10.722,6                             | 13.613,5                             |

Quelle:

TINBERGEN, J.:  
The Hierarchy  
Model of the  
Size Distribu-  
tion of Cent-  
res, a.a.O.,  
S. 68.

Ein Vergleich der theoretischen mit der tatsächlichen Verteilung der Bevölkerung Frankreichs auf verschiedenen Hierarchiestufen zeigt wenig Übereinstimmung. Die Überdimensionierung von Paris und die damit verbundene Unterdimensionierung der folgenden Zentren wird in dieser Zusammenstellung deutlich.

TINBERGEN meint dazu:

"It remains an open question, of course, whether the deviation means nonoptimality in the actual distribution or lack of realism in the theoretical one".<sup>1</sup>

<sup>1</sup> TINBERGEN, J.: The Hierarchy Model of the Size Distribution of Centres, a.a.O., S. 68.

Wie verschiedene weitere Arbeiten<sup>1</sup> zeigen, kann das Hierarchiemodell von TINBERGEN ohne große Schwierigkeiten erweitert werden um

- Außenhandel,
- Zwischenprodukte,
- Standortgebundenheit eines bestimmten Industriezweiges und
- inländische Warenströme über alle Hierarchiestufen.

Oft nicht beachtet und doch deutlich zu beobachten, ist eine enge Artverwandschaft zwischen den Modellen von BECKMANN und TINBERGEN, ohne daß sie direkt ausgewiesen wäre. Vergleicht man die Gleichungen (1) und (5) des einfachen Beckmann-Modells mit den entsprechenden Gleichungen (1) und (2) von TINBERGEN<sup>2</sup>, so wird deutlich, daß hier Einkommen an die Stelle der Bevölkerung tritt, dort der Versorgungskoeffizient (c) an die Stelle des Volkseinkommensanteilswertes ( $\alpha$ ). Möglicherweise

---

<sup>1</sup> Über die Voraussetzungen vgl. auch TINBERGEN, J.: Sur un Modèle de la Dispersion Géographique de l'Activité Economique, in: Revue d'Economie Politique, 1964 (74), S. 30.

Weitere Ergänzungen, so die Annahmen einer begrenzten Zahl von Standorten oder Produktionskosten in Abhängigkeit der Betriebsgrößen, finden sich bei BOS, H.C.: Spatial Dispersion of Economic Activity, Rotterdam University Press, Rotterdam, 1965.

<sup>2</sup> Für die Gleichung (2) von TINBERGEN kann man auch schreiben:

$$(2) \quad \alpha_0 Y / 1 - \sum_{i=1}^h a_i$$

Ersetzt man dagegen in dem einfachen Modell von BECKMANN den konstanten Versorgungskoeffizienten (c) durch eine variable Versorgungsannahme im Sinne von BECKMANN/McPHERSON, so kann man für die Gleichung (1)

$$(1) \quad E_m = c \cdot B_m \qquad E_m = c(E_m + V_m)$$

schreiben:

$$(1') \quad E_m = \sum_{i=1}^m c_i (E_m + V_i) \quad \text{bzw.} \quad E_m = (c_m / 1 - \sum_{i=1}^m c_i) (E_m + V_m)$$

$$E_m = c_m (E_m + V_m) / 1 - \sum_{i=1}^m c_i$$



führte aber nicht nur der Artikel von DACEY<sup>1</sup> (1966), sondern auch das Modell von TINBERGEN (1968) dazu, daß BECKMANN/McPHERSON<sup>2</sup> (1970) die Anregungen aufnahmen, den über alle Hierarchiestufen konstanten Versorgungskoeffizienten (c) durch eine variabelere Fassung zu ersetzen. Die formale Ähnlichkeit<sup>3</sup> der Modelle ist damit unübersehbar.

### 3. Hierarchiemodelle für Städte als tertiäre Versorgungs- und Verwaltungszentren

Als Alternative zu den herkömmlichen gesamtwirtschaftlichen oder auf die Industrieproduktion bezogenen Hierarchiemodellen sind Ansätze zu werten, die sich an den tertiären Versorgung- und Verwaltungsfunktionen von Städten orientieren. Schon CHRISTALLER hat sein System zentraler Orte eigentlich mehr als ein strenges Hierarchiesystem tertiärer Versorgung vorge-  
standen:

"Die Industriestandorte und -reviere ... bringen Unruhe und Unregelmäßigkeiten" in das zentralörtliche System und erfordern daher ständig "ein neues Sicheinspielen des Gleichgewichts zwischen zentralem Ort und seinem Gebiet".<sup>4</sup>

---

1 DACEY, M.F.: Population of Places in a Central Place Hierarchy, 1966, a.a.O.

2 BECKMANN, M.J.; MCPHERSON, J.C.: City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, 1970, a.a.O.

3 PARR/DENIKE/MULLIGAN analysieren die formalen Ähnlichkeiten der Modelle von DACEY und BECKMANN/McPHERSON. Sie stellen weitgehende Übereinstimmung fest.

Vgl. PARR, J.B.; DENIKE, K.G.; MULLIGAN, G.: City-Size Models and the Economic Base - A Recent Controversy, 1975, a.a.O.

4 Zitiert nach LAUSCHMANN, E.: Grundlagen einer Theorie der Regionalpolitik, 2. Aufl., Hannover, 1973, S. 50.

Originalzitat in: CHRISTALLER, W.: Das Grundgerüst der räumlichen Ordnung in Europa - Die Systeme der europäischen zentralen Orte, in: Frankfurter geographische Hefte, 1950 (24), S. 6 (Unterstreichungen durch den Verf.).

So ist es nur konsequent, wenn VON BÖVENTER äußert:

"Das hierarchische System Christallers kann man sich gewissermaßen als ein 'Netz der zentralen Funktionen' über das regionale Netz der Produktionsstätten des sekundären Sektor und des Bergbaus gelegt denken - wobei sich jedoch das tertiäre und sekundäre Netz in starkem Maß gegenseitig beeinflussen".<sup>1</sup>

da im besonderen die stochastischen und naturbedingten Elemente der Standortwahl von Industriebetrieben in wachsenden Volkswirtschaften zunehmend Einfluß auf Unregelmäßigkeiten einer Wirtschaftslandschaft gewinnen, vertritt DIETRICHs sogar die Meinung:

"Eine auf die heutigen Strukturverhältnisse anwendbare Theorie der zentralen Orte wird zweckmäßigerweise von der industriellen Standortstruktur ausgehend entwickelt. Dadurch sollen jene Strukturkomponenten in den Vordergrund gerückt werden, die in der Theorie der zentralen Orte bisher unberücksichtigt geblieben sind".<sup>2</sup>

Als Antipode sei an dieser Stelle auf eine Untersuchung von HARRIS<sup>3</sup> verwiesen, die man auch als "Administrative-Hierarchy-Model" bezeichnen könnte, das sich an den staatlichen Verwaltungsfunktionen von Städten in der UDSSR orientiert. Bei dieser bisher wohl gründlichsten empirischen Untersuchung über die Größe, das Wachstum und die Verdichtung der Städte in der UDSSR handelt es sich nicht um ein Zentrale-Orte-Modell. Dieses Modell ist in den Augen von HARRIS - zumindest in ihrer strengen Formulierung - nicht geeignet, die Verteilung der Städte in der UDSSR zu erklären, da dort der gesamte Dienstleistungsbereich noch relativ unterentwickelt ist.

Diese Untersuchung orientiert sich an der Verwaltungsgliederung der UDSSR in 18 Wirtschaftsregionen, die wiederum in

---

1 VON BÖVENTER, E.: Die Struktur der Landschaft, 1962, a.a.O. S. 123.

2 DIETRICHs, B.: Die Theorie der zentralen Orte - Aussage und Anwendung heute, in: Raumforschung und Raumordnung, 1966 (6), S. 262 (Unterstreichungen durch den Verf.).

3 HARRIS, C.D.: Cities of the Soviet Union - Studies in Their Functions, Size, Density, and Growth, 2d. ed., Washington, 1972, S. 129-186.

50 Industrieverwaltungsregionen (Sovnakhoz) oder zur Zeit 146 staatliche Verwaltungsregionen (Oblasts) unterteilt sind.

"A comparison of the central places of the major economic regions, which have been determined by political-administrative and planning considerations, with the centres of urban systems determined solely on the basis of relationships with the network of urban places demonstrates a remarkable similarity".<sup>1</sup>

Bei diesem Vergleich handelt es sich um einen im Grunde simplen Ansatz: Für die Wirtschaftsregionen der UDSSR wird die Rang-Größe-Ordnung ihrer Städte bestimmt und der tatsächlichen Verwaltungsgliederung gegenübergestellt. Es wurden nicht nur eine relativ stetige Rang-Größe-Verteilung der Städte in den meisten Distrikten ermittelt, sondern auch eine enge Übereinstimmung mit der tatsächlichen Verwaltungsgliederung der zentralen Orte. Mit anderen Worten: die Position eines zentralen Ortes innerhalb der Verwaltungshierarchie und innerhalb der Größenordnung der Städte stimmt in der Regel überein.

## B. Quasi-ökonomische Modelle

Die folgenden Modelle werden als quasi-ökonomische Modelle bezeichnet, da sie alle von so rudimentärem Charakter sind, daß sie in dieser Form nicht für empirische Untersuchungen herangezogen werden können.

### 1. Neoklassisches Gleichgewichtsmodell

Ein Mathematiker, dessen Forschungsgebiet meist biologische und nicht ökonomische Fragestellungen umfaßt, entwarf eine

---

<sup>1</sup> HARRIS, C.D.: Cities of the Soviet Union, 1972, a.a.O., S. 161 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Theorie der "City-Size-Distribution", die auf dem neoklassischen Gleichgewichtskonzept beruht. Nach der Vorstellung von RASHEVSKY<sup>1</sup> werden Wanderungsströme in der Hauptsache durch regionale Lohndifferenzen induziert, die unter den üblichen Annahmen der Grenzproduktivitätstheorie dazu führen, daß die Pro-Kopf-Produktivität ( $\beta$ ) in den einzelnen Städten gleich ist.

$$(1) \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_i = \bar{\beta}$$

Weiterhin wird eine Produktionsfunktion der Art

$$(2) \beta_i = f(p_i, P_i)$$

unterstellt, wobei  $P_i$  = Bewohner aller Städte der Größe  $p_i$ . Die Anzahl der Städte ( $N$ ) beträgt dann:

$$(3) N = \sum P_i / p_i$$

Um nun die eigentliche "City-Size-Distribution" berechnen zu können, ist die Produktionsfunktion (2) zu spezifizieren. RASHEVSKY unterstellt dabei, daß die Produktivität einer Stadt zugleich eine Funktion der Stadtgröße und der für das ganze System typischen Bevölkerungsverteilung sei. Als Ergebnis resultiert eine Gleichgewichtsverteilung, die der Gleichung (3) genügt.

Ganz abgesehen von der Frage der Angemessenheit eines neoklassischen Wanderungsmodells zur Erklärung tatsächlicher Wanderungsströme, ist zu beachten, daß dieses Modell nicht etwa wie bei BECKMANN oder TINBERGEN quasi von selbst eine

---

1 RASHEVSKY, N.: Contribution to the Theory of Human Relations - Outline of a Mathematical Theory of the Size of Cities, in: Psychometrika, 1943 (8), S. 87-90.

RASHEVSKY, N.: Mathematical Theory of Human Relations, Bloomington, 1947.

RASHEVSKY, N.: Mathematical Biology of Social Behaviour, Chicago University Press, Chicago, 1951.

Verteilung von Städten in hierarchischer Ordnung, welcher Art auch immer, erzeugt. Diese Funktion wird praktisch durch weitere Annahmen von außen in das Modell getragen. Wenn dieses Modell die Wirklichkeit von lognormalverteilten Städtegrößen oder der hierarchischen Ordnung der Städte entsprechend der "Rank-Size-Rule", wie sie allenthalben auf der Welt anzutreffen sind, erklären will, dann gibt es im Grunde nur die Möglichkeit anzunehmen, daß die Produktionsfunktionen der Städte durch multiplikative Komponenten bestimmt werden oder aber, daß eine Hierarchie der Produktion im Sinne der Modelle von BECKMANN oder TINBERGEN unterstellt wird.

## 2. Ein "Economies of Scale"- und Transportkosten-Modell

ZIPF<sup>1</sup> wurde bekannt durch seine empirischen Arbeiten zur Größenverteilung von Städten. Seine theoretischen Beiträge auf diesem Gebiet wurden weitgehend ignoriert, obwohl sie dies im Grunde nicht verdienen.

Die tatsächliche Größenverteilung von Städten spiegelt im besonderen den Einfluß von zwei Kräften wieder, die im Grunde auch die relative Beständigkeit von Konzentration einerseits und Dispersion andererseits einer Raumwirtschaft erklären. Eine vergleichsweise starke Wirkung von "economies of scale", die im Produktionsprozeß auftreten möge, wird im Raum zunehmend von Transportkosten kompensiert. Es gibt sogar Stimmen, die davon sprechen, daß diese beiden Kräfte einander die Waage halten, wenn die "Rank-Size-Rule" in ihrer klassischen Form erfüllt ist<sup>2</sup>.

---

1 ZIPF prägte die Bezeichnung "Rank-Size-Rule" für die regelmäßige Verteilung der Stadtgrößen über alle Hierarchiestufen.

Vgl. auch ZIPF, G.K.: *National Unity and Disunity - The Nation as a Bio-Social Organism*, Bloomington, 1941.

ZIPF, G.K.: *Human Behaviour and the Principle of Least Effort*, Cambridge (Mass.), 1949.

2 Vgl. RICHARDSON, H.W.: *Theory of the Distribution of City Size - Review and Prospects*, 1973, a.a.O., S. 246.



Hinter dem von ZIPF propagierten "Principle of Least Effort" in seinen Ausprägungen als "Force of Unification", "Force of Diversification" und "Force of Innovation" steht im Grunde das Konzept der Minimalkostenkombination in seiner analogen Formulierung als Haushaltsoptimum.

Die "Force of Unification" würde bei alleiniger Wirksamkeit dazu führen, daß die gesamte Bevölkerung wie die Produktion sich in einer großen Stadt befinden würden, um Agglomerationsvorteile voll nutzen zu können. Die "Force of Diversification" führt zur gegenteiligen Wirkung, wenn bei der Produktion und Verteilung lediglich zu beachten ist, daß die Transportkosten minimiert werden. Die "Force of Innovation" ist als dynamisches Element dieser Analyse zu verstehen, das in der Folge dazu führt, daß die Bedeutung der Transportkosten tendenziell abnimmt, während die Agglomerationsvorteile eher verstärkt werden. Wirksam wird aber auch in Zukunft das eine wie das andere Prinzip sein.

Wenngleich man nicht unbedingt die Meinung von ISARD teilen muß, wenn er zu ZIPF's theoretischer und empirischer Arbeit bemerkt:

"Zipf, as many others, has intuitively associated city size with market area complex. He has searched for simple rectilinear, and presumably stable, interactions over distance, although the logic connecting his statistical findings on the one hand and his Forces of Unification and Diversification and principle of least effort on the other is not at all clear"<sup>2</sup>.

Unbestritten ist sicherlich, daß eine derartige theoretische

- 1 Vgl. RICHARDSON, H.W.: Theory of the Distribution of City Size - Review and Prospects, a.a.O., S. 246.
- 2 ISARD, W.: Location and Space-Economy, a.a.O., S. 60 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Auch BECKMANN schätzt die theoretische Analyse von ZIPF nicht gerade hoch ein:

"Of the sociological contributions we have mentioned Zipf's empirical work, but his analysis is more in the nature of metaphysical speculation than of a well defined model".

BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Sizes, 1958, a.a.O., S. 247 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Analyse sich noch in einem zu allgemeinem Stadium befindet, als daß sie den tatsächlichen Verlauf der 'Rank-Size-Rule' in der von ZIPF in seinen empirischen Untersuchungen festgestellten Form erklären könnte.

### 3. Ein Wachstumsmodell der Beschäftigung in Städten

DAVIS und SWANSON<sup>1</sup> haben 1972 ein Modell entwickelt, das die herkömmliche Wachstumstheorie und einen stochastischen Prozess mit dem Ziel verbindet, eine lognormale Größenverteilung der Städte zu erzeugen. Ausgangspunkt ist eine Cobb-Douglas-Produktionsfunktion. Weiterhin wird angenommen, daß jede Stadt Investitionen nur in Höhe ihrer eigenen Ersparnisse mit zugleich konstantem Anteil am output vornehmen kann. Gleichgewicht wird durch die übliche I=S-Bedingung hergestellt, wobei naturgemäß keine ungeplanten Größen auftreten dürfen. Die Größenverteilung der Städte ändert sich im Laufe der Zeit durch das unterschiedliche Wachstum der Beschäftigten in den einzelnen Städten. Dabei steht den Städten ein nahezu unbegrenztes Reservoir an Arbeitskräften zur Verfügung, die durch höhere Lohnsätze aus dem Hinterland gewonnen werden können.

Die sogenannte "efficiency-progress-function"  $\varepsilon(t)$  mit "dis-embodied" und Hicks-neutralem technischen Fortschritt ist besonders wichtig für den weiteren Aufbau des Modells, da sie gewissermaßen die lognormale Grundstruktur induziert.

$$(1) \quad \varepsilon(t) = \exp(p \cdot t + z)$$

wobei  $p$  = Parameter  
 $t$  = Zeit  
 $z$  = Zufallsvariable

Damit wird der Produktivitätsfortschritt selbst eine Zufallsvariable, allerdings in dem Sinn, daß die durchschnittliche

---

<sup>1</sup> DAVIS, E.; SWANSON, J.G.: On the Distribution of City Growth Rates in a Theory of Regional Economic Growth, in: Economic Development and the Cultural Change, 1972 (20), S. 495-503.

Entwicklung durchaus eine komplementäre Zeiterscheinung ist, jedoch Abweichungen von der allgemeinen Entwicklung für die einzelnen Städte stark zufallsbedingt sind.

Unter Berücksichtigung der üblichen Annahmen der Wachstumstheorie können die relativen Wachstumsraten für die Beschäftigten der einzelnen Städte wiederum als Funktion der "efficiency-progress-function" angegeben werden:

$$(2) \quad l(t) = p \cdot t + s \cdot c^{1-\beta} [\varepsilon(t)]^\beta$$

wobei

$l(t)$  = relatives Wachstum der Beschäftigten in einzelnen Städten

$s$  = Sparneigung in jeder Stadt

$\beta$  =  $\alpha^{-1}$ , wobei  $\alpha$  den Anteil des Produktionsfaktors Arbeit am output bezeichnet.

$c$  =  $w(1-\alpha)^{-1}$ , wobei unter  $w$  der Reallohnsatz zu verstehen ist.

Ergebnis ist eine Lognormal-Verteilung des Wachstums der Beschäftigten in Städten. Wenn diese wiederum alleinbestimmend für das Wachstum von Städten ist, folgt auch eine lognormale Größenverteilung der Städte, die durch zahlreiche empirische Untersuchungen bereits identifiziert aber noch nicht erklärt ist. Es würde keine allzu großen Schwierigkeiten bereiten, einige der sehr restriktiven Annahmen von DAVIS und SWANSON aufzugeben, ohne daß das Verteilungsergebnis grundlegend betroffen wäre; variable Lohnsätze, Abschreibungen oder gar die Berücksichtigung von Kapitalbewegungen wären einige Möglichkeiten.

4. Ein spieltheoretischer Ansatz: Unternehmen als Koalitionspartner in Städten

EVANS<sup>1</sup> entwickelt in seiner "Pure Theory of City Size"<sup>2</sup> einen interessanten spieltheoretischen Ansatz zur Erklärung der Größenverteilung von Städten industrialisierter Volkswirtschaften. Allerdings handelt es sich hierbei wiederum nicht um ein raumwirtschaftliches Modell. Wenig überzeugend klingt es, wenn EVANS dazu anmerkt:

"In so doing we deliberately excluded the spatial aspects of the economy from consideration. We did this to simplify the construction of the theory and also to reveal the articulation of the theory more clearly"<sup>3</sup>.

Spätestens seit BERRY<sup>4</sup> ist zumindest umstritten, ob die sogenannte "Rank-Size-Rule", wie sie von SINGER<sup>5</sup> und ZIPF<sup>6</sup> formuliert wurde, generelle Gültigkeit für die Größenverteilung von Städten hat. So hat BERRY<sup>7</sup> die Größenverteilung von Städten in

---

1 EVANS, A.W.: The Pure Theory of City Size in an Industrial Economy, in: Urban Studies, 1972 (9), S. 29-48.

2 EVANS zur Bezeichnung seiner Theorie: "We call it a 'pure' theory not because we intend the theory to be taken as an abstraction having little to do with the real world but because we have tried to abstract a theory which disregards all aspects of the economy which we judge to be irrelevant.

Vgl. EVANS, A.W.: The Pure Theory of City Size in an Industrial Economy, a.a.O., S. 50 (Unterstreichungen durch den Verf.).

3 EVANS, A.W.: The Pure Theory of City Size in an Industrial Economy, a.a.O., S. 75 (Unterstreichungen durch den Verf.).

4 BERRY, B.J.L.: City Size Distributions and Economic Development, in: Economic Development and the Cultural Change, 1961, Vol. 9, No. 4, S. 573-588.

Vgl. auch ROSING, K.E.: A Rejection of the Zipf Model (Rank Size Rule) in Relation to City Size, in: The Professional Geographer, 1966, Vol. 18, No. 2, S. 75-82.

STEWART, C.T.: The Size and Spacing of Cities, in: Geographical Review, 1958, Vol. 48, No. 2, S. 222-245.

5 SINGER, H.W.: The 'Courbes des Populations' - A Parallel to Pareto's Law, a.a.O.

6 ZIPF, G.K.: Human Behaviour and the Principle of Least Effort, a.a.O.

7 BERRY, B.J.L.: City Size Distributions and Economic Development, a.a.O.

38 Ländern der Welt untersucht und lediglich für 13 Staaten eine Orientierung der Verteilung an der "Rank-Size-Rule" festgestellt; sonst wurden sogenannte "primate distributions"<sup>1</sup> bzw. Zwischenformen beobachtet. Eine Charakterisierung der Größenverteilung von Städten durch EVANS ist sicherlich unbestritten:

"One characteristic which is general to every city-size distribution is that the number of cities in any size-class tends to increase as the average size of cities in any size-class is reduced"<sup>2</sup>.

Lediglich für diese allgemeine Beobachtung möchte EVANS einen "intuitiven" Erklärungsansatz formulieren, da er sich noch nicht in der Lage sieht, einen streng mathematischen Beweis zu führen.

Die Grundidee ist, daß sowohl Unternehmen wie Haushalte<sup>3</sup> bei ihrer Standortwahl zwischen Städten verschiedener Größen wählen können. Insofern kann jede Stadt auch als "Klub" bzw. "Koalition" von Unternehmen (bzw. auch Individuen) betrachtet werden, deren spezifische Größe mit ganz bestimmten Vor- und Nachteilen verbunden ist. Die Unternehmen einer Volkswirtschaft sind also Teilnehmer an einem n-Personen-(Nicht-Nullsummen-)Spiel, in dem jeder Spieler Koalitionen mit anderen Unternehmen eingehen kann, ohne daß die Möglichkeit besteht, bestimmte Mitglieder auszuschließen. Jedes Unternehmen wird nun beabsichtigen, der Koalition beizutreten, deren Mitgliedschaft gewährleistet, daß die eigenen (Netto-) Vorteile - und damit kann durchaus konkret der Betriebsgewinn gemeint sein - maximiert werden.

---

1 "Primacy exists when a stratum of small towns and cities is dominated by one or more very large cities and there are fewer cities of intermediate sizes than would be expected from the rank-size-rule".

Vgl. BERRY, B.J.L.: City Size Distributions and Economic Development, a.a.O. (Unterstreichungen durch den Verf.).

2 Vgl. EVANS, A.W.: The Pure Theory of City Size in an Industrial Economy, a.a.O., S. 65.

3 Im folgenden wird hier nur noch das Beispiel der Unternehmen verfolgt. Insofern handelt es sich auch um eine Erweiterung von TIEBOUT's Modell, das auf die Standortwahl von Individuen ausgerichtet ist, die auf der Suche nach Gleichgesinnten in ihrer Nachfrage nach öffentlichen Gütern und Steuerbelastung ihren Wohnort wählen.

Vgl. auch TIEBOUT, C.L.: A Pure Theory of Local Expenditures, in: Journal of Political Economy, 1956 (64), S. 416-424.



Einige weitere Annahmen erlauben nun unter Verwendung der Theorie der Spiele<sup>1</sup> eine Hierarchie der Städte - in dem durch das Zitat weitgefaßten Sinn - abzuleiten.

So ist es zumindest vorstellbar, daß die Anzahl der Teilnehmer einer Gesamtpopulation ( $P_i$ ), die eine bestimmte Größenklasse ( $p_i$ ) wählen, für alle verschiedenen Größenklassen gleich ist ( $P_1=P_2=P_3= \dots =P_i=\bar{P}$ ), so daß die Anzahl der Städte von Hierarchiestufe zu Hierarchiestufe ( $i=1,2, \dots ,n$ ) ansteigt ( $\bar{P}/p_1, \bar{P}/p_2, \dots , \bar{P}/p_i$ ). Damit ist sichergestellt, daß die Zahl der Städte mit sinkender Größenklasse wächst.

Für den Produktionsbereich ist davon auszugehen, daß jedes Unternehmen mit konstanten Vorleistungs- und Primäraufwandskoeffizienten produziert und daß die Kosten dieser inputs zugleich eine Funktion der Stadtgrößen sind. Weiterhin sei die Größe einer Stadt eine lineare Funktion der dort vorhandenen Anzahl von Unternehmen. Jedes dieser Unternehmen wird eine Koalition suchen, die zugleich sicherstellt, daß seine Produktionskosten minimiert bzw. sein Gewinn maximiert werden. Auf die Dauer können bei vollkommener Konkurrenz nur Unternehmen bestehen, denen es gelungen ist, eine Stadt und damit Koalition optimaler oder nahezu optimaler Größe zu finden.

Weitere Modifikationen erlauben es, realistischere Annahmen über den Kostenverlauf bei Verlassen oder Zutritt von Koalitionen zu berücksichtigen. So führen dann relative - und nicht absolute - Veränderungen der Koalitionen auch zu relativen Veränderungen der Produktionskosten. Damit kann zum Beispiel berücksichtigt werden, daß die Zunahme der Kosten für Grund und Boden bzw. auch für Arbeit mit zunehmender Stadtgröße relativ größer ist, wenn Städte noch relativ klein sind, da mit steigendem Radius

---

<sup>1</sup> Die bisherigen Modelle gehen im allgemeinen von der Annahme aus, daß die Spieler die gleichen Präferenzen besitzen.

Vgl. auch BUCHANAN, J.M.: An Economic Theory of Clubs, in: *Economia*, 1965, Vol. 32, No. 1, S. 1-14.

PAULY, M.V.: Clubs, Commonality, and the Core, in: *Economia*, 1968, Vol. 35, No. 3, S. 314-324.

PAULY, M.V.: Cores and Clubs, in: *Public Choice*, 1970, Vol. 9, S. 53-65.

die erschlossene Fläche überproportional zunimmt.

Ohne hier genauer auf die normativen Aspekte dieses Modells eingehen zu wollen, bleibt festzustellen, daß dieses Modell nicht in der Lage ist, eine Hierarchie von Städten zu erzeugen, geschweige denn zu erklären, die mit den empirischen Befunden übereinstimmt. So ist in dem Modell keine Verhaltensannahme zu entdecken, die sicherstellt, daß auch tatsächlich eine große Zahl von Unternehmen ihren optimalen Standort in kleineren Städten sieht<sup>1</sup>. Weitere Komplikationen treten dadurch auf, daß nicht von vorneherein gewährleistet ist, daß die Standortwahl der Haushalte und die Standortwahl der Unternehmen, soweit davon die Hierarchie der Städte betroffen ist, in Einklang stehen<sup>2</sup>. Letztthin berücksichtigt dieser dynamische Ansatz überhaupt nicht, daß es gewissermaßen "geborene" Mitglieder von Koalitionen gibt, die in ihrer Entscheidungsfreiheit erheblich eingeschränkt sind.

### C. Stochastische und systemtheoretische Modelle

Da die Größe einer Stadt immer von einer Vielzahl von Komponenten bestimmt sein wird, deren Einfluß schwer zu erfassen und zu trennen sind, ist verständlich, daß zahlreiche Autoren weitgehend stochastisch bestimmte Modelle zur Erklärung heranziehen. So sind die eigentlichen Antipoden der zentralörtlichen Modelle systemtheoretische Modelle, die - mehr oder weniger - stochastische Elemente berücksichtigen.

---

<sup>1</sup> Es sei denn, man berücksichtigt eine ausgesprochen räumliche Ursache: In der Regel gibt es zahlreiche Unternehmen mit kleineren Marktgebieten, wenige mit großen. Eine Abstraktion vom Raum glaubte aber EVANS ohne Erkenntnisverlust hinnehmen zu können.

Vgl. auch EVANS, A.W.: The Pure Theory of City Size in An Industrial Economy, 1922, a.a.O., S. 75.

<sup>2</sup> Vgl. VON BOVENTER, B.: Optimal Spatial Structure and Regional Development, in: Kyklos, 1976 (23), S. 322 ff.

1. Ein Modell des proportionalen Wachstums von Städten als stochastischer Prozeß

SIMON<sup>1</sup> sah die Größenverteilung von Städten als den "steady-state-Gleichgewichtszustand" eines stochastischen Prozesses an, dessen Grundstruktur durch eine Pareto-Verteilungsfunktion<sup>2</sup> erfaßt werden kann. Im Mittelpunkt seiner theoretischen Überlegungen steht die in der Folge als "law of proportionate effect" bezeichnete Unterstellung, daß Städte proportional zu ihrer Größenklasse wachsen. Dieses Städtewachstum ist als stochastischer Prozeß in dem Sinne zu verstehen, daß nicht jede Stadt unbedingt proportional zu ihrer eigenen Größe wachsen muß, sondern lediglich die Wahrscheinlichkeit dieses proportionalen Wachstums symmetrisch über alle Größenklassen verteilt ist. Selbst eine entsprechende Normalverteilung dieser Größenklassen würde im Endergebnis zu einer Pareto-Verteilung der Größenklassen führen. Als Erklärungsgrößen führt SIMON die demographischen Bestandteile des Bevölkerungswachstums an; so seien die gesetzten Bedingungen erfüllt,

"if the growth of population were due solely to the net excess of births over deaths, and if this net growth were proportional to present population. This assumption is certainly satisfied at least roughly. Moreover, it need not hold for each city, but only for the aggregate of cities in each population band. Finally, the equation would still be satisfied, if there were net migration to or from cities of particular regions, provided the net addition or loss of population of individual cities

---

1 SIMON, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, in: Biometrika, 1955 (42), S. 425-440.

2 Die Größenverteilung von Städten in der Schreibweise einer Pareto-Verteilungsfunktion lautet:

$$N(\bar{E}) = A \cdot E^{-\alpha}$$

oder

$$\log N(\bar{E}) = \log A - \alpha \log E$$

wobei  $N(\bar{E})$  = Rang oder kumulierter prozentualer Anteil der Städte an der Gesamtzahl aller Städte über dem Mindestniveau ( $\bar{E}$ )

$A, \alpha$  = Konstante

$E$  = Stadtgröße in Einwohnern

Vgl. auch die Ausführungen über Verteilungsfunktionen in Kapitel I.D.

within any region was proportional to city size. That is even if all California cities were growing, and all New England cities declining, the equation would hold provided the percentage growth or decline in each area were uncorrelated with city size".<sup>1</sup>

Es ist also durchaus im Rahmen dieses Modells, wenn Städte eines Landes ein breites Spektrum von Wachstumsraten aufweisen, solange sie nur als jeweilige Gruppen die Bedingungen des proportionalen Wachstums erfüllen.

Ein einfaches Beispiel möge den Simon-Prozeß verdeutlichen<sup>2</sup>: Wenn E die Anzahl der Einwohner einer Region, N die Anzahl der Einwohner einer Stadt dieser Region und F(N) die Anzahl der Städte mit der Einwohnerzahl N bezeichnen, lauten die beiden Annahmen eines einfachen Simon-Modells:

- (A) Die Wahrscheinlichkeit, daß sich der (E+1)-te Einwanderer in einer Stadt niederläßt, die bereits N Einwohner besitzt, sei proportional zu der Gesamtgröße der Städte mit N Einwohnern, d.h.  $N \cdot F(N, E)$ .
- (B) Es gibt eine konstante Wahrscheinlichkeit  $\alpha$ , daß der (E+1)-te Einwanderer eine neue Stadt ( $N=1$ ) gründet.

Der auf den Annahmen (A) und (B) basierende Simon-Prozeß besitzt den Erwartungswert:

$$(1) \quad F(N, E+1) - F(N, E) = K(E) [(N-1) \cdot F(N-1, E) - N \cdot F(N, E)]$$

bzw.

$$F(1, E+1) - F(1, E) = \alpha - K(E) \cdot F(1, E)$$

wobei  $K(E)$  eine Konstante bezeichnet mit  $K = (1-\alpha)/E$ .

---

<sup>1</sup> SIMON, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, 1955, a.a.O., S. 430.

<sup>2</sup> Vgl. CARLBERG, M.: Beobachtungen zum Auerbachschen Gesetz in der Bundesrepublik Deutschland, in: Beiträge zur Wirtschaftsforschung des Sozialökonomischen Seminars der Universität Hamburg, hektographiertes Manuskript, Hamburg 1975.

Hypothetische Daten für  $\alpha$  und E mögen den Algorithmus verdeutlichen:

Bei einer Neugründungswahrscheinlichkeit von  $\alpha=0,1$  und  $E=1$  folgt  $K=(1-\alpha)/E=0,9$ . Dann gilt für die Anzahl der Städte bei  $N=1$  und einem zusätzlichen Einwanderer der Erwartungswert:

| E=1 und K=0,9 |                                                        |
|---------------|--------------------------------------------------------|
| N=1           | $F(1,2)-F(1,1)=0,1 - 0,9 \cdot F(1,1)$<br>$F(1,2)=0,2$ |
| N=2           | $F(2,2)-F(2,1)=0,9(F(1,1)-2F(2,1))$<br>$F(2,2)=0,9$    |

Bei einer Bevölkerung von insgesamt 2 Einwohnern werden also nur 0,2 Städte mit lediglich einem Einwohner erwartet. Die Zuwanderung in die bestehende Stadt ist mit  $F(2,2)=0,9$  wahrscheinlicher.

Für den folgenden Einwanderer gilt:

| E=2 und K=0,45 |                                                          |
|----------------|----------------------------------------------------------|
| N=1            | $F(1,3)-F(1,2)=0,1 - 0,45 \cdot F(1,2)$<br>$F(1,3)=0,21$ |
| N=2            | $F(2,3)-F(2,2)=0,45(F(1,2)-2F(2,2))$<br>$F(2,3)=0,18$    |
| N=3            | $F(3,3)-F(3,2)=0,45(2F(2,2)-3F(3,2))$<br>$F(3,3)=0,81$   |

Dieser Prozeß kann in dieser Weise für beliebig viele Einwanderer weitergeführt werden. SIMON<sup>1</sup> hat nun gezeigt,

<sup>1</sup> SIMON, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, 1955, a.a.O., S. 435.



daß die Betafunktion<sup>1</sup>

$$(3) \quad B(N, C) = T'(N) T'(C) / T'(N+C) \quad \text{mit } N, C \geq 0$$

mit der Konstanten C den Erwartungswert dieses Prozesses angibt. Dabei ist die in der Betafunktion angegebene Gammafunktion (N) definiert als<sup>2</sup>

$$(4) \quad T'(N) = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{N-1} dt$$

Wichtig für die Analyse der Größenverteilung von Städten ist nun, daß die Betafunktion bei großen N in eine Paretofunktion

$$(5) \quad F(N, C) = c \cdot N^{-\alpha}$$

überführt werden kann, die artverwandt mit der "Rank-Size-Rule" ist.

Problematisch an diesem speziellen Ansatz von CARLBERG ist sicherlich, daß Geburtenüberschuß und Zuwanderung im Simulationsprozeß gleichbehandelt werden. So ist das Modell sicherlich erklärungskräftiger für die Besiedlung von ausgesprochenen Einwanderungsländern. Interessanter ist aber heute die Frage, wie sich das ursprüngliche System zentraler Orte durch die Industrialisierung verändert hat und sich im Rahmen der zunehmenden Bedeutung des Dienstleistungsbereichs weiterentwickeln wird.

Ohne hier auf nähere Einzelheiten oder Erweiterungsmöglichkeiten eingehen zu können, ist der hauptsächliche Mangel von Modellen, die auf einem Simon-Prozeß aufbauen, wohl in der

---

<sup>1</sup> Vgl. auch KEEPING, E.S.: Introduction to Statistical Interference, Princeton, New Jersey, 1962, S. 83 f.

<sup>2</sup> Vgl. Erläuterungen zur Gammafunktion im Mathematischen Anhang Teil D.

Überbetonung stochastischer Elemente und der weitgehenden Negierung systematischer Einflußfaktoren speziell ökonomischen Charakters - etwa im Sinne der Theorie der zentralen Orte - zu sehen. Dennoch hat das Ausgangsmodell von Simon in der Folge mit Recht dazu geführt, daß in Verteilungsmodellen von Städtehierarchien stärker stochastische Elemente berücksichtigt werden als bisher<sup>1</sup>. Man sollte aber nicht dabei stehenbleiben, lediglich die Größenhierarchie der Städte zu simulieren, sondern versuchen, die damit verbundene räumliche Verteilung der Städte zu erfassen.

## 2. Opportunity-Modell für Wanderungsbewegungen

Als direktes Nachfolgemodell von SIMON kann der Ansatz von WARD<sup>2</sup> bezeichnet werden. Ausgehend von der Vermutung, daß bei empirischen Untersuchungen zur "Rank-Size-Distribution" von Städten

"the contrast between the very good fits in the middle range and some bad ones at the upper end suggests that there is some systematic error in the theory"<sup>3</sup>,

entwickelt WARD eigene Vorstellungen eines Modellaufbaus. Im Gegensatz zu SIMON, bei dem unterschiedliche Geburtenüberschüsse im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen, entscheidet sich WARD dafür, Wanderungsströme und einige ökonomische Elemente in den Mittelpunkt eines Erklärungsmodells der "City-Size-Distribution" zu stellen.

"One might well say then that all changes in city sizes are the results of migration, since a person who grows up in a city and remains there on reaching working age may be thought of as having chosen the city which offered him the best opportunity, of having migrated a distance of zero"<sup>4</sup>.

---

1 Dabei sollte aber nicht - wie in den Augen von SIMON - von vorneherein als positiv gewertet werden, daß dieser Ansatz in der Lage ist, weitere Verhaltensphänomene zu beschreiben, die wirklich wenig gemeinsam haben (z.B. Einkommensverteilung, Wortfrequenz in Prosa, wissenschaftliche Beiträge in Fachzeitschriften, etc.).

SIMON, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, 1955 a.a.O.

(Fortsetzung S. 46)

Unterschiedliche Beschäftigungsmöglichkeiten in den Städten induzieren also Wanderungsströme, die nach den Vorstellungen von WARD im wesentlichen die "City-Size-Distribution bestimmen. Diese unterschiedlichen "opportunities"<sup>5</sup> ihrerseits werden durch Marktexpansion und technischen Fortschritt verursacht. Den Ablauf stellt sich WARD folgendermaßen vor:

"We start with a given size distribution of cities, both in terms of active population and of market size (which may embrace a number of cities depending on the activity). A technical change creates opportunities in several types of activities. For the resource-based industries these are realized in the most likely among the feasible cities; for other activities the new opportunities may be more scattered. When realized they generate employment, a higher level of economic activity and greater market demand..."

The expanded market generates new opportunities, both in the originating activities and in others. In each case the realisation of an opportunity induces migration and expands the market, thus paving the way for new opportunities and new migrations. In this way the distributive mechanism responds to the exogenous changes corresponding to long run economic growth (and decline) and technological change".<sup>6</sup>

---

(Fortsetzung der S. 45)

- 2 WARD, B.: City Structure and Interdependance, in: Papers of the Regional Science Association, 1963 (1), S. 207-221.
- 3 WARD, B.: City Structure and Interdependance, 1963, a.a.O., S. 212 (Unterstreichungen durch den Verf.).
- 4 WARD, B.: City Structure and Interdependance, 1963, a.a.O., S. 212 (Unterstreichungen durch den Verf.).
- 5 Auf eine genauere Bestimmung, was eigentlich unter "opportunities" zu verstehen ist, legt sich WARD nicht fest:

"An opportunity is an event which consists in the possibility of a long run expansion in the level of an economic activity of some location. Without trying to be very precise, an opportunity may be said to exist if, given technology and reasonable estimates of demand, it is profitable, to carry out the expansion of activity, whatever the criterion used entrepreneurs... A negative opportunity, calling for permanent reduction in economic activity, is also possible".

WARD, B.: City Structure and Interdependance, 1963, a.a.O., S. 213 (Unterstreichungen durch den Verf.).

- 6 WARD, B.: City Structure and Interdependance, 1963, a.a.O., S. 215 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Weiterhin wird unterstellt, daß diese "opportunities" ohne Schwierigkeiten aggregiert werden können. Die Größe der Stadtbevölkerung wird dann als Maß für die Größe des eigenen Marktgebietes angesehen, so daß alle "opportunities", das Marktgebiet zu erweitern, direkt in Abhängigkeit von der betreffenden Stadtgröße zu sehen sind. Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens derartiger "opportunities" ist also proportional zur Markt- bzw. Stadtgröße. Die Artverwandschaft zu SIMON's "law of the proportionate effect" wird hier deutlich sichtbar. Eine Pareto-Verteilung der Stadtgrößen folgt aber erst aus der Annahme, daß unterhalb eines gewissen Schwellenwertes für die Stadtgröße die Wahrscheinlichkeit sehr gering ist, daß sich "opportunities" entwickeln können, da sowohl Unternehmer wie Wandernde sehr kleine Städte meiden, die selten geforderte Mindeststandards im Bereich der Infrastruktur, der Rohstoffversorgung, der Verkehrsanbindung und des Arbeitsmarktes erfüllen.

Ein gewichtiger Einwand gegen die Analyse von Ward ist wohl, daß derartige Überlegungen im Grunde nur geeignet sind, das Entstehen von Rang-Größe-Verteilungen von Städten in marktwirtschaftlich orientierten Ländern zu beschreiben, obwohl stetige Größenverteilungen von Städten auch in Zentralverwaltungswirtschaften zu beobachten sind. Daß derartig allgemeine Überlegungen zur Entstehung einer Hierarchie noch keinen Modellcharakter haben, sieht auch WARD:

"No attempt has been made so here to offer a specific model of phenomena under consideration".<sup>1</sup>

Etwas überraschend jedoch sein Ausblick:

"At the moment the most promising models would seem to be some forms of nonhomogenous first order Markov chains in which transition probabilities are themselves functions of the previous state; Simon's model is an example"<sup>2</sup>.

---

1 WARD, B.: City Structure and Interdependence, 1963, a.a.O., S. 221 (Unterstreichungen durch den Verf.).

2 WARD, B.: City Structure and Interdependence, 1963, a.a.O., S. 221 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Damit löst sich WARD zwar etwas von seinen ursprünglichen Vorstellungen, doch wird damit die völlig einseitige stochastische Orientierung dieses Ansatzes nicht aufgehoben.

### 3. Die Größenverteilung von Städten als Ergebnis einer Entropie-Maximierung

CURRY<sup>1</sup> entwarf ein Entropie-Maximierungsmodell zur Erklärung der Größenverteilung von Städten, das innerhalb der stochastischen Modelle als Alternativansatz zu SIMON's Modell des "law of the proportionate effect" anzusehen ist. Die Bedeutung dieses Modells wird durch die Tatsache unterstrichen, daß die Protagonisten systemtheoretischer Ansätze zur Erklärung der Größenverteilung von Städten, BERRY<sup>2</sup> und OLSSON<sup>3</sup>, diesen Ansatz in den Mittelpunkt ihrer Überlegungen stellen.

Entropie<sup>4</sup> wird in der Systemtheorie als Maß für den Ausgleich verwendet, der in einem Gesamtsystem hergestellt ist. Sie ist maximal, wenn ein Gleichgewichtszustand erreicht ist. Dieser Gleichgewichtszustand ist zugleich der wahrscheinlichste Zustand.

---

1 CURRY, L.: The Random Spatial Economy - An Exploration in Settlement Theory, in: Annals of the Association of American Geographers, 1964 (54), S. 138-146.

Vgl. auch CURRY, L.: Central Places in the Random Spatial Economy, in: Journal of Regional Science, 1967 (7), S. 217-238.

2 BERRY, B.J.L.: Cities as Systems within Systems of Cities, in: Papers of the Regional Science Association, 1964 (13), S. 147-163.

3 OLSSON, G.: Central Place Systems, Spatial Interaction, and Stochastic Processes, in: Papers of the Regional Science Association, 1967 (18), S. 13-45.

4 Entropie ist ein Begriff, der aus dem 2. Gesetz der Thermodynamik abgeleitet wurde.

Das 1. Gesetz der Thermodynamik besagt, daß alle Energieformen gleich und austauschbar sind. Die Summe der Gesamtenergie in einem geschlossenen System ist daher konstant und unbeeinflußt von der Zusammensetzung der Energieträger.

Das 2. Gesetz der Thermodynamik zeigt, in welche Richtung sich ein geschlossenes System entwickeln wird, wenn es sich



Gegeben seinen  $Z$  Städte, wobei die Stadt  $Z_i$  eine Bevölkerung von  $i$  Einwohnern besitzt. Es können insgesamt  $N$  Einwohner in  $P$  verschiedener Weise auf  $Z$  Städte verteilt werden:

$$(1) \quad P = Z! / \prod_{i=0}^N Z_i! \quad (0 \leq i \leq N)$$

Die Entropie  $H$  eines großen Systems<sup>1</sup> sei definiert als:

$$(2) \quad H = \log P = Z \log Z - \sum Z_i \log Z_i$$

Die Entropie  $H$  ist maximal, wenn gilt:

$$(3) \quad Z_i = (Z/N) \cdot e^{-(i/n)} \quad \text{wobei } n = N/Z \text{ (durchschnittliche Bevölkerungszahl pro Stadt)}$$

---

(noch Fußnote 4 von Seite 48)

im Ungleichgewicht befindet. So wird sich in einem geschlossenen System immer die Wärme von heißen zu kühlen Körpern bewegen, bis ein Ausgleich hergestellt ist.

Die Entropie eines geschlossenen System wird ansteigen, solange noch kein Gleichgewichtszustand erreicht ist. Entropie wird daher auch als Maß für den Ausgleich verwendet, der in einem Gesamtsystem hergestellt ist.

Nähere Erläuterungen, soweit sie für die folgenden Ausführungen zur Größenverteilung von Städten interessant sind, finden sich in: OLSSON, G.: Central Place Systems, Spatial Interactions, and Stochastic Processes, 1967, a.a.O., S. 37 ff.

1 Vgl. auch die Definition der physikalischen Entropie S:

$$S = k(p \log p - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i) + \text{const.}$$

wobei

$S$  = physikalische Entropie

$k$  = (Boltzmann-) Konstante

$p_i$  = Wahrscheinlichkeit, ein ideales System des Zustandes  $i$  von  $n$  möglichen Zustandsformen zu finden.

Vgl. auch OLSSON, G.: Central Place Systems, Spatial Interactions, and Stochastic Processes, 1967, a.a.O., S. 38.

Da Gleichung (3) eine Exponentialfunktion bezeichnet, kann sie auch in die Schreibweise einer "Rank-Size-Distribution" überführt werden:

$$(4) \quad Z_i = Z_1(1-e^{-(i/n)})$$

Hieraus kann man die Schlußfolgerung ziehen, daß eine Größenverteilung von Städten, die der sogenannten "Rank-Size-Rule" genügt, die wahrscheinlichste Verteilung ist, die in einem Gleichgewichtszustand angetroffen werden kann. Es besteht ein "steady state equilibrium", in dem die Entropie maximal ist. Unbedingt vor Augen sollte man aber behalten, daß dieser Gleichgewichtszustand allein das Ergebnis eines Zufallsprozesses ist. Eine "zu große" Bevölkerungskonzentration wird lediglich durch Zufall vermieden; eine Gleichverteilung auf alle Städte ist ebensowenig das Resultat dieses Prozesses.

Gegen die einseitige stochastische Orientierung derartiger Verteilungsmodelle wendet sich auch RICHARDSON:

"Even if the rank-size rule is the most probable state of the system of cities, this does not mean it is in any way an optimal distribution. If it represents an entropy-maximising state there may be a tendency for economists by force of habit to equate the equilibrium solution with the desired or optimal solution, but this is a danger to be resisted. Indeed, there is a degree of incompatibility in the notion of an optimum resulting from a process that is essentially stochastic".<sup>1</sup>

So ist der Hauptmangel auch dieses Modells in der völligen Vernachlässigung von systematischen Einflußfaktoren - etwa im Sinne der Theorie der zentralen Orte - zu sehen. BERRY<sup>2</sup> OLSSON<sup>3</sup> und FANO<sup>4</sup> versuchen zwar, einige derartige struktu-

1 RICHARDSON, H.W.: Optimality in City Size, Systems of Cities and Urban Policy - A Sceptic's View, in: Urban Studies, 1972 (9), S. 37 (Unterstreichungen durch den Verf.).

2 BERRY, B.J.L.: Cities as Systems within Systems of Cities, 1964, a.a.O.

3 OLSSON, G.: Central Place Systems, Spatial Interactions, and Stochastic Processes, 1967, a.a.O.

4 FANO, P.L.: Organisation, City Size Distribution and Central Places, in: Papers of the Regional Science Association, 1969 (22), S. 29-38.

relle Komponenten und Bestandteile der Informationstheorie zu verwenden, doch bleibt auch bei diesen Ansätzen der Einwand gegen die vorwiegende Zufallsbedingtheit der Bevölkerungsverteilung<sup>1</sup> bestehen.

#### 4. Markoff-Ketten-Modelle als Alternative zum Entropie-Ansatz

FANO<sup>2</sup> stellt den gesamten Entropie-Ansatz von CURRY<sup>3</sup> in Frage, dem es in seinen Augen nicht gelingen kann, die wichtigsten funktionalen Beziehungen einer Städtehierarchie zu erfassen. So sei CURRY der Vorwurf zu machen, bei der Interpretation seiner Gleichungen (3) und (4) eine völlig zufällige räumliche Verteilung isolierter Elemente mit einer Rang-Größenordnung von Städten zu überziehen, die zumindest aus diesem Ansatz nicht ableitbar ist:

"Curry's conclusions must however be seriously questioned. He implicitly identifies cities as loci characterized simply by a given population. However, since the model is built on the premise that single elements, or individuals, do not possess any structural relationship with other individuals, the term "city" appears unjustified from a strictly functional point of view".<sup>4</sup>

Eine wirkliche Alternative sieht FANO in einem Markoff-Ketten-Ansatz, der trotz seiner Verwandtschaft zum Entropie-Ansatz einige Selektionen und strukturelle Komponenten berücksichtigen kann.

---

1 An dem herkömmlichen Entropie-Ansatz üben auch HARAN und VINING Kritik. Dieser Ansatz unterstellt Wanderungsbewegungen, die nicht in jedem Fall Plausibilitätsüberlegungen standhalten. Während ihrer Meinung nach für offene Systeme von Städten (mit Außenwanderung und Geburtenüberschuß) der Ansatz von SIMON erklärungsfähig ist, fehlt eine entsprechende Theorie für geschlossene Systeme.

Vgl. HARAN, E.G.P.; VINING, D.R.: On the Implications of a Stationary Urban Population for the Size Distribution of Cities, in: Geographical Analysis, 1973 (5), S. 298-308.

2 FANO, P.L.: Organization, City Size Distributions, and Central Places, 1969, a.a.O.

3 CURRY, L.: The Random Spatial Economy - An Exploration in Settlement Theory, 1964, a.a.O.

4 FANO, P.L.: Organization, City Size Distributions, and Central Places, 1969, a.a.O., S. 31 (Unterstreichungen durch den Verf.).

a. Übergangswahrscheinlichkeiten in Städten: Ein Markoff-Ketten-Modell der Bevölkerungsverteilung

Wenn Städte in gewisse Größenklassen eingeteilt und Übergangswahrscheinlichkeiten für den Übertritt einer jeden Stadt von ihrer betreffenden Größenklasse in eine beliebig andere angegeben werden können, kann die Evolution der Größenklassenstruktur von Städten im Zeitablauf durch einen Markoff-Ketten-Ansatz beschrieben werden. Dieser erste einfache Ansatz für ein geschlossenes System berücksichtigt keine Geburten und Todesfälle.

Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Stadt der Größenklasse  $i$  in der nächsten Periode einer Größenklasse  $j$  angehört wird, sei  $p_{ij}$ . Dann kann die Übergangsmatrix  $P$  für ein System von Städten definiert werden als:

$$(1) \quad P = \begin{matrix} & \begin{matrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1r} \end{matrix} \\ \begin{matrix} p_{21} \\ p_{22} \\ \vdots \\ p_{r1} \end{matrix} & \begin{matrix} p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2r} \\ p_{r2} & & & p_{rr} \end{matrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{wobei} \\ \sum_{j=1}^r p_{ij} = 1 \\ i, j = 1, 2, \dots, r \end{matrix}$$

Die Ausgangsgrößenverteilung der Städte sei durch den Zeilenvektor  $w^0 = \{w_1^0, w_2^0, \dots, w_r^0\}$  beschrieben. Dann gilt für die Verteilung nach  $n$  Perioden:

$$(2) \quad w^n = w^0 P^n$$

Wenn nun  $P$  eine reguläre stochastische Matrix in dem Sinn ist, daß jede Größenklasse in endlichen Intervallen von jeder Ausgangsbasis erreicht werden kann, dann gilt, daß

$$(3) \quad P^n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} A,$$

wobei  $A$  eine Matrix bezeichnet, deren Zeilen dem Wahrschein-

lichkeitsvektor  $W$  entsprechen. Die Elemente von  $W$  beschreiben also die Gleichgewichtsverteilung der Städte auf verschiedene Größenklassen, nachdem  $n$  Perioden durchlaufen sind. Es gilt daher:

$$(4) \quad W = W \cdot P$$

$W$  ist also ein Wahrscheinlichkeitsvektor, der den im Lauf der Zeit erreichten Gleichgewichtszustand einer Größenverteilung von Städten beschreibt. Dieser Gleichgewichtszustand ist völlig unabhängig von der Ausgangsverteilung. Dieser Zustand ändert sich nicht mehr, da er nur von den Übergangswahrscheinlichkeiten bestimmt wird.

Im weiteren Verlauf seiner Untersuchung weist FANO nach, daß ein unbeschränkter Markoff-Prozess mit auf allen Stufen gleichen Übergangswahrscheinlichkeiten dazu führt, daß auch eine Gleichverteilung der Städte auf alle Größenklassen erfolgt, d.h. jede Größenklasse besitzt eine gleiche Anzahl von Städten, im Extremfall sogar jede Größenklasse nur eine Stadt. Hier wird die Zufallsbedingtheit eines derartigen Ansatzes besonders sichtbar. So ist dann auch ein unbeschränkter Markoff-Prozess mit für alle Größenklassenstufen gleichen Übergangswahrscheinlichkeiten einer Entropiemaximierung gleichzusetzen.

Im Rahmen des allgemeinen und regionalen Wachstums ist aber gerade nicht zu erwarten, daß die Städte in ihrem Übergang von einer Größenklasse zur anderen über die - für alle Stufen - gleiche Übergangswahrscheinlichkeit besitzen. So ist es in der Regel kaum vorstellbar, daß die Mehrzahl der Städte gleich mehrere Größenklassen überspringt. Allein die beschränkte Zahl der Funktionen höchster Ordnung für zentrale Orte spricht dafür, daß nicht alle Städte die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen können, in diese Klasse einzutreten. Auf der anderen Seite verhindert die lokale Gebundenheit eines einmal vor-



handenen Anlagevermögens den raschen Abstieg innerhalb der Hierarchie der Städte. Wenn man also entsprechende Ober- und Untergrenzen für Größenklassensprünge festsetzen kann, etwa indem man die entsprechenden Übergangswahrscheinlichkeiten invers proportional zu den Klassendifferenzen ansetzt, wird die resultierende Gleichgewichtsverteilung in der Grundstruktur einer Pareto-Verteilung entsprechen.

CHAMPERNOWNE<sup>1</sup> hat in einem entsprechenden Modell zur Einkommensverteilung genau dieses Problem behandelt und als Ergebnis einen Ausdruck ermittelt, der unverwechselbar die "Rank-Size-Rule" angibt:

$$(1) \log F(\bar{P}_j) = \beta - \alpha \log \bar{P}_j$$

wobei hier  $F(\bar{P}_j)$  die Anzahl der Städte mit einer Bevölkerung größer als  $\bar{P}_j$  angibt und  $\alpha, \beta$  Parameter bezeichnen.

RICHARDSON<sup>2</sup> und ROGERS<sup>3</sup> versuchen, diesen allgemeinen Ansatz von FANO für zwei konkrete Anwendungsfälle zu spezifizieren, die besonderen Einfluß auf das Wachstum von Städten nehmen: Wanderungsbewegungen und Kapitalströme.

#### b. Interregionale Wanderungsbewegungen als Markoff-Ketten

Gegeben sei ein interregionales System von  $m-1$  Städten (offenes System). Jeder Stadt  $i$  wird eine Bevölkerung  $w_i$  zugeordnet. Weiterhin ist zu beachten, daß in einem bestimmten Zeitraum ein Teil der Bevölkerung der Stadt  $i$  in die Stadt  $j$  wandert.

---

1 CHAMPERNOWNE, D.G.: A Model of Income Distribution, 1953, a.a.O.

2 RICHARDSON, H.W.: Regional Growth Theory, McMillan, London, 1973, S. 158-171.

3 ROGERS, A.: A Markovian Policy Model of Interregional Migration, in: Papers of the Regional Science Association, 1966 (17), S. 205-224.

Man erhält nun eine Matrix, die die wandernde Bevölkerung  $k_{ij}$  nach Herkunfts- und Zielorten erfaßt. Um ein geschlossenes Kreislaufsystem zu gewährleisten, sei weiterhin angenommen, daß ein Zielort außerhalb des interregionalen Systems existiere, der alle Wanderungen mit unbekannten Ziel (Außenwanderungen, Sterbefälle, etc.) aufnimmt. Gegeben ist damit die Matrix K:

$$(1) \quad K = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1m} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{m1} & k_{m2} & & k_{mm} \end{pmatrix}$$

Die Übergangsmatrix wird ermittelt, indem jedes Element  $k_{ij}$  durch die entsprechende Zeilensumme dividiert wird. Damit erhalten wir die Übergangsmatrix P mit den Elementen  $p_{ij} = k_{ij}/w_i$ . Diese Elemente, für die gilt  $0 \leq p_{ij} \leq 1$ , werden wiederum im Sinne der Theorie der Markoff-Ketten als Übergangswahrscheinlichkeiten interpretiert. Es gibt nun zwei Möglichkeiten<sup>1</sup>, die Matrix P einzusetzen. Einmal kann die Gesamtbevölkerung ("collective process") jeder Stadt nach n Perioden betrachtet werden, oder jedes  $p_{ij}$  wird als Wahrscheinlichkeit dafür angesehen, daß zufällig aus der Bevölkerung ausgesuchte individuelle Wandernde ("individual process") in der Bezugsperiode von i nach j wandern. ROGERS behandelt in seinem Modell den "collective process"; ihn interessiert also, welcher Anteil einer Bevölkerung der Stadt i sich nach n Perioden in der Stadt j befindet.

Sogenannte geschlossene oder "non-absorbing" Markoff-Modelle gehen davon aus, daß Wanderungsbewegungen von i nach j grundsätzlich möglich sind. Geburten und Todesfälle können in einem

<sup>1</sup> Vgl. KEMENY, J.G.; SNELL, J.L.: Finite Markov Chains, Princeton, New Jersey, 1960, S. 191.

derartigen System nicht berücksichtigt werden, da sie keine Ziel- bzw. Herkunftsregionen haben (Verletzung des Kreislaufaxioms). In derartigen Modellen wird also vorausgesetzt, daß die Gesamtbevölkerung konstant und in der Zusammensetzung unverändert bleibt. Beide Annahmen sprechen gegen eine praktische Verwendbarkeit dieses Ansatzes.

Durch das sogenannte "Absorbing Model", das im folgenden beschrieben wird, können Sterbefälle implizit und Geburten als exogene Größen berücksichtigt werden.

Die Anfangsverteilung der Bevölkerung auf verschiedene Städte sei beschrieben durch den Vektor  $w^0 = \{w_1^0, w_2^0, \dots, w_{n-1}^0\}$ . Die Gleichgewichtsverteilung wird durch  $y = \{y_1, y_2, \dots, y_{n-1}\}$  beschrieben. Der Tod als n-ter Zustand wird nicht berücksichtigt. Hinzu tritt ein Vektor  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}$ , der die Geburten  $x_i$  der Stadt  $i$  in dem angegebenen Zeitintervall bezeichnet. Die Matrix  $P$  wird bei einem Absorptionsmodell üblicherweise in die 4 Bestandteile

$$(1) \quad P = \begin{array}{c|c} Q & R \\ \hline 0 & I \end{array}$$

zerlegt, wobei die Absterbeordnung implizit in der Submatrix  $Q$  enthalten ist, die sich nicht zu 1 ergänzt.  $Q$  bezeichnet die Matrix der Übergangsstadien,  $R$  die der Absorption.

Wenn der Ausgangsvektor  $w^0$  und die Matrix  $P$  gegeben sind, erhalten wir die Bevölkerungsverteilung  $\bar{w}^0$ , die ein kleineres Volumen als  $w^0$  aufweist, da Todesfälle zu berücksichtigen sind.

$$(2) \quad \bar{w}^0 = w^0 \cdot Q$$

Hinzu kommen die entsprechenden Geburten, so daß gilt:

$$\begin{aligned}
 (3) \quad w^1 &= \bar{w}^0 + x \\
 &\text{bzw.} \\
 w^1 &= w^0 \cdot Q + x \\
 w^2 &= (w^0 \cdot Q + x)Q + x \\
 &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\
 w^n &= w^0 \cdot Q^n + x(I + Q + \dots + Q^{n-1})
 \end{aligned}$$

Da mit steigendem  $n$  aber  $Q^n \rightarrow 0$  strebt und damit auch  $w^0 \cdot Q^n \rightarrow 0$ , folgt, daß  $w^n \rightarrow x(I + Q + \dots + Q^{n-1})$ . Mit steigendem  $n$  gilt aber auch, daß  $(I + Q + \dots + Q^{n-1}) \rightarrow (I - Q)^{-1}$ . Daraus folgt:

$$(4) \quad y = w^e = \lim_{n \rightarrow \infty} w^n = x(I - Q)^{-1}$$

Damit wird klar, daß diese Gleichgewichtslösung  $y$  und damit die Endverteilung der Bevölkerung auf Städte bei konstanten Übergangswahrscheinlichkeiten der Wanderungsbewegungen völlig unabhängig von der Anfangsverteilung ist. Ein Ergebnis übrigens, das schon für den allgemeinen Fall bereits abgeleitet wurde und hier für ein Absorptionsmodell Bestätigung fand. Die Gleichgewichtsverteilung der Stadtgrößen ist damit lediglich von Geburten, Todesfällen und Wanderungsbewegungen abhängig, nicht aber von der Anfangsverteilung der Bevölkerung in Städten.

#### c. Modell regionaler Kapitaltransfers in Markoff-Ketten

Analog zu dem von ROGERS entwickelten Wanderungsmodell entwickelt RICHARDSON ein Markoff-Ketten-Modell zur Erklärung regionaler Kapitalbewegungen<sup>1</sup>, die ebenso wie Wanderungsbewegungen des Produktionsfaktors Arbeit erheblichen Einfluß auf die Größenverteilung von Städten nehmen.

<sup>1</sup> RICHARDSON, H.W.: Regional Growth Theory, 1973, a.a.O., S. 158-171.

Zunächst wird wieder ein "non-absorbing" Markoff-Ketten-Modell erläutert, in dem Ersparnisse als Spekulationsgeld umherirren, ohne eine Anlageform zu erfahren. Die Absorption erfolgt erst nach der "Irrfahrt" in Form konkreter Investitionen, die das Anlagevermögen erhöhen.

Ausgangspunkt ist ein System von  $m$  Städten. Jede Stadt  $i$  besitze Ersparnisse in Höhe von  $s_i$ . In einem bestimmten Zeitraum wird ein Teil der Ersparnisse der Stadt  $i$  in die Stadt  $j$  transferiert. Diese regionalen Kapitaltransfers können wiederum durch die Matrix  $S$  dargestellt werden:

$$(1) \quad S = \begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1m} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_{m1} & s_{m2} & & s_{mm} \end{pmatrix}$$

Diese Matrix der Kapitalströme ( $S$ ) kann in der üblichen Weise in eine Übergangsmatrix  $P$  mit den Elementen  $p_{ij} = s_{ij}/s_i$  überführt werden. Diese Elemente werden in der Folge als Übergangswahrscheinlichkeiten eines Markoff-Prozesses betrachtet. Jedes Stadium eines Markoff-Prozesses ist in der folgenden Weise von seinem Vorstadium abhängig:

$$(2) \quad s^{t+1} = s^t \cdot P$$

wobei  $s^t$  den Vektor der Kapitalströme in jeder Stadt zum Zeitpunkt  $t$  bezeichnet. Die Ersparnisse verteilen sich dann nach  $n$  Perioden in der folgenden Weise auf die Städte:

$$(3) \quad s^{t+n} = s^t \cdot P^n$$

Ist die Anzahl der Zeitintervalle groß genug, so wird durch (3) ein "steady-state-equilibrium" beschrieben, das zudem unabhängig von der Ausgangsverteilung ist. Ist dieses Gleich-

gewicht einmal erreicht, treten keine Kräfte mehr auf, die ein Abweichen bewirken könnten, vorausgesetzt, die Übergangswahrscheinlichkeiten bleiben konstant.

Die Vorstellung frei umherschwimmenden Kapitals ohne konkrete Anlageform ist natürlich nicht geeignet, die wirklichen Kreislaufzusammenhänge zwischen Ersparnissen und Investitionen und auch zwischen Bestands- und Stromgrößen zu erfassen. So besteht in dem folgenden "absorbing" Markoff-Ketten-Modell der Absorptionsprozeß darin, daß Ersparnisse konkret ihre Anlageform in Investitionen finden, was natürlich ex post immer der Fall ist. Von Interesse ist hier, in welcher Stadt Ersparnisse gebildet und in welcher - möglicherweise anderen - Stadt die Investitionen erstellt werden.

Die Matrix P wird wiederum in 4 Submatrizes unterteilt, wobei Q den Übergang und R die Absorption erfaßt.

$$(4) \quad P = \begin{array}{c|c} Q & R \\ \hline 0 & I \end{array}$$

Bei der Matrix Q handelt es sich also um eine quadratische Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten für Kapitalströme zwischen den Regionen oder Städten, während die Matrix R eine diagonale Matrix ist, die angibt, in welcher Stadt oder Region Ersparnisse in Form von Investitionen absorbiert werden.

Es existiert nun eine Matrix T vom Rang R

$$(5) \quad T = (I - Q)^{-1} \cdot R ,$$

die die Wahrscheinlichkeit für jede Stadt oder Region angibt, Ersparnisse zu absorbieren, also Anlagekapital zu bilden, nachdem der ganze Austauschprozeß im Sinne der Matrix Q abgelaufen ist. Vielleicht sollte man sich den Ablauf so vorstellen, daß es für n Perioden einige Wege und Zeit erfordert, bis die gesamte Ersparnis eines Systems von Regionen oder Städten



über das Bankensystem u.ä. an ihre eigentlichen Bestimmungs-  
orte (Q-Matrix) transferiert sind, wo sie als Investitionen  
mit der damit verbundenen Erhöhung des regionalen Kapitalstocks  
absorbiert (R-Matrix) werden. Als Gleichgewichtslösung ergibt  
sich dann:

$$(6) \Delta K^e = s^0(I - Q)^{-1} \cdot R$$

wobei  $\Delta K^e$  die Matrix der Veränderungen des Kapitalstock je  
nach Art und Stadt und  $s^0$  den Vektor der Ersparnisse bezeich-  
net. Um das Modell zu vereinfachen, wird in der Folge nur noch  
ein aggregierter Kapitalstock je Stadt betrachtet, so daß an  
die Stelle einer Matrix der Kapitalstockzuwächse differenziert  
nach Art und Stadt ( $\Delta K^e$ ) ein Vektor ( $\Delta k^e$ ) tritt. Daraus folgt  
statt (6) die Gleichung (6'):

$$(6') \Delta k^e = s^0(I - Q)^{-1} \cdot \hat{R}$$

wobei  $\Sigma \Delta k_i^e = \Sigma s_i^0$  und  $\hat{R}$  eine Diagonalmatrix der interregionalen  
Absorptionskoeffizienten bezeichnet.

Wie RICHARDSON<sup>1</sup> nachgewiesen hat, kann nun daraus abgeleitet  
werden, daß die Verteilung des Kapitalstocks in Städten zum  
Zeitpunkt n bestimmt wird durch:

$$(7) k^n = k^0(I + Z)^n$$

$k^0$  = Ausgangsverteilung des  
Kapitalstocks in der  
Städten

wobei

$\hat{A}$  = Matrix der regionalen  
Sparneigungen

$$(8) Z = \hat{A} \hat{V}^{-1} (I - Q)^{-1} \hat{R}$$

$\hat{V}$  = Matrix der "capital-output-  
ratios"

---

<sup>1</sup> RICHARDSON, H.W.: Regional Growth Theory, 1973, a.a.O.,  
S. 158-171.

Wenn man nun unterstellt, daß die Bevölkerungsgröße einer Stadt von dem dort zur Verfügung stehenden Kapitalstock abhängig ist, so daß

$$(9) \quad w_i = f(k_i) \quad , \quad \text{wobei} \quad \begin{array}{l} w_i = \text{Bevölkerung der Stadt } i, \\ k_i = \text{Kapitalstock der Stadt } i, \end{array}$$

dann kann die Größenverteilung der Städte zum Zeitpunkt  $n$  als eine Funktion der Verteilung des Kapitalstocks angegeben werden:

$$(10) \quad w^n = \hat{G} \cdot k^n = \hat{G} \cdot k^0 (I + Z)^n \quad ,$$

wobei  $\hat{G}$  nun wiederum die Matrix der Bevölkerung-Kapitalstock-Relationen bezeichnet. Damit spiegelt die  $\hat{G}$ -Matrix auch wieder, daß die städtische Bevölkerung einen gewissen Infrastrukturbedarf hat, der je nach Hierarchiestufe durchaus systematisch variieren kann. Dieser Ansatz macht aber auch deutlich, daß Größenverteilungen von Städten erzeugt werden können, die keinen Gleichgewichtszustand beschreiben, da keineswegs sicher gestellt ist, daß nur geplante Größen auftreten werden.

In den vom Ansatz her nahezu identischen Modellen von ROGERS<sup>1</sup> und RICHARDSON hängt es weitgehend von der Wahl der Übergangswahrscheinlichkeiten ab, welche Größenverteilungen der Städte erzeugt werden. Wenn es gelingt, hier plausible Annahmen über die spezielle Struktur der Übergangswahrscheinlichkeiten und ihrer Veränderungen, etwa im Sinne der Theorie der zentralen Orte, einzuführen, ist es nicht nur möglich, ein Modell aufzubauen, das Zufallseinflüsse und systematische Einflußfaktoren zur Erklärung der Größenverteilung von Städten in geeigneter Weise verbindet; damit ist im Grunde auch der Weg zu einer Dynamisierung der Theorie der zentralen Orte beschrritten.

---

<sup>1</sup> Der hier ausgewiesene Algorithmus wird durch erläuternde Beispiele beschrieben in:

ROGERS, A.: A Markovian Policy Model of Interregional Migration, 1966, a.a.O., S. 212-219.

derartigen Markoff-Ketten-Modellen wird also besonders in Hinblick auf eine mögliche Dynamisierung der Theorie der zentralen Orte unter besonderer Berücksichtigung stochastischer Elemente große Bedeutung zugemessen.

#### 5. Ein Modell des allometrischen Wachstums von Städten

BECKMANN hat in dem für die weitere Forschung wichtigen Artikel von 1958 "City Hierarchies and the Distribution of City Size" auf eine in der Biologie des Wachstums von Organismen entdeckte Regelmäßigkeit hingewiesen, die unter der Bezeichnung "law of allometric growth"<sup>1</sup> bekannt geworden ist.

Das Prinzip des allometrischen Wachstums besagt, das das relative Wachstum eines Organs in konstantem Verhältnis zu dem relativen Wachstum des Gesamtkörpers steht<sup>2</sup>.

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{dx}{dt}/x &= \frac{1}{a} \cdot \frac{dy}{dt}/y & \text{wobei } x &= \text{Größe des Organs} \\ & & y &= \text{Größe des gesamten Organismus} \\ & \text{bzw.} & t &= \text{Zeit} \\ \log x &= \log b + \frac{1}{a} \log y & a, b &= \text{Konstante} \\ \text{oder} & & & \\ (2) \quad x &= b \cdot y^{\frac{1}{a}} \end{aligned}$$

BECKMANN hat 1958 auf die formale Ähnlichkeit dieser Funktion für das Wachstum von Organen mit der Pareto-Verteilung hingewiesen<sup>3</sup>, ohne jedoch damals auf einen theoretischen Erklärungsversuch einzugehen. Ein stabiler Parameter  $a$  in Gleichung (2) wäre wohl so zu interpretieren, daß ein Gleichgewicht zwischen

<sup>1</sup> BERTALANFFY, L.; PIROZINSKY, W.J.: Ontogenetic and Evolutionary Allometry, in: Evolution, Vol. VI, No. 4, S. 387-392.

<sup>2</sup> Vgl. die vollständige Ableitung des "law of allometric growth" im Mathematischen Anhang Teil B.

<sup>3</sup> Vgl. Ableitung der formalen Ähnlichkeit des "law of allometric growth" und der Pareto-Verteilung im Mathematischen Anhang Teil B.

Gesamtkörper und den einzelnen Organen besteht, obwohl sie damit nicht gleiche Wachstumsraten aufweisen. Andererseits könnte ein stabiler Pareto-Exponent<sup>1</sup> einen Gleichgewichtszustand der "City-Size-Distribution" signalisieren, obwohl sich natürlich im Zeitablauf die Reihenfolge innerhalb der Verteilung erheblich verändern kann, ohne daß der Gleichgewichtszustand davon betroffen wäre.

In seiner "Location Theory" von 1968 versucht BECKMANN eine theoretische Begründung für derartige Wachstumsprozesse zentraler Orte zu geben:

"All industries will start out with one plant, and its optimal location will be invariably at or near the economic capital. As demand grows for the product of industries in which initially one plant was sufficient to meet the national demand, it becomes possible for more plants to enter. While these will first locate in the central city due to the Hotelling phenomenon, from a certain point on they will be located in central places of the next order. The effect then is a decentralisation of production, increased competition, and the growth of intermediate cities: regional capitals. This process may be described as "allometric growth" a term borrowed from biology. This means that the relative size of a city grows along with the total size of the economy but at a rate which in general is different from the over-all (absolute) rate of growth"<sup>2</sup>.

Es stellt sich die Frage, ob der hier beschriebene Prozeß der Dezentralisation nicht besser durch wirkliche Diffusionsmodelle erklärt werden kann als durch "Allometrie".

Der Weg von der Beschreibung allometrischer Wachstumsprozesse zur Systemtheorie ist nicht weit, und BERRY<sup>3</sup>, CURRY<sup>4</sup> und OLSSON<sup>5</sup> sind bis heute auf diesem Weg wohl am weitesten vorangeschritten.

---

1 Vgl. Fußnote 2 auf Seite 31 oder Ausführungen über zur Abbildung von Stadthierarchien geeignete Verteilungsfunktionen in Kap. I.4. auf Seite .

2 BECKMANN, M.J.: Location Theory, a.a.O., S. 121 (Unterstreichungen durch den Verf.).

3 BERRY, B.J.L.: Cities as Systems within Systems of Cities, a.a.O.

4 CURRY, L.: The Random Spatial Economy - An Exploration in Settlement Theory, a.a.O.

5 OLSSON, G.: Central Place Systems, Spatial Interaction, and Stochastic Processes, a.a.O.

So läßt sich über das Gesetz des allometrischen Wachstums eine sehr interessante Beziehung zwischen der von CLARK<sup>1</sup> untersuchten Abnahme der Bevölkerungsdichte innerhalb der Städte und der Rang-Größe-Regel herzustellen, die geeignet ist, zu einer möglichen Dynamisierung der Theorie der zentralen Orte beizutragen.

Die von CLARK formulierte Hypothese besagt:

$$(3) \quad d_x = d_0 \cdot e^{-bx} \quad \text{wobei } d_x = \text{Bevölkerungsdichte im Abstand } x \text{ vom Stadtzentrum}$$

bzw.

$$\log d_x = \log d_0 - bx \quad d_0 = \text{Bevölkerungsdichte im Stadtzentrum}$$

$b = \text{Dichtegradient}$

Die Grundstruktur einer Dichtefunktion für Städte ist in zahlreichen empirischen Untersuchungen bestätigt worden. ALONSO<sup>2</sup> und MUTH<sup>3</sup> haben sich eingehend mit der Begründung dieser für Städte typischen Regelmäßigkeit beschäftigt. So spielt im Lebenszyklus von Familien der "trade-off" zwischen Wohnungsausgaben und Transportkosten die entscheidende Rolle für die Grundstruktur dieser Funktion. Auch die Gesamtbevölkerung einer Stadt, die bis zu einer Entfernung  $m$  vom Stadtzentrum wohnt, kann mit Hilfe dieser Dichtefunktion bestimmt werden.

$$(4) \quad E_m = \int_0^m d_0 \cdot e^{-br} (2\pi r) dx \quad \text{wobei } E_m = \text{Bevölkerung einer Stadt mit Radius } m$$

- 
- 1 CLARK, C.: Urban Population Densities, in: Journal of the Royal Statistical Society, Ser. A, 1951 (114), S. 490-496.
  - 2 ALONSO, W.: A Theory of the Urban Land Market, in: Papers of the Regional Science Association, 1960 (6), S. 149-158.
  - 3 MUTH, R.F.: The Spatial Structure of the Housing Market, in: Papers of the Regional Science Association, 1961 (7), S. 207-220.

oder

$$(4') \quad E_m = 2d_0 \pi b^{-2} [1 - e^{-bm}(1+bm)] .$$

Die innere Bevölkerungsverteilung<sup>1</sup> einer Stadt kann also mit Hilfe der beiden Parameter  $d_0$  und  $b$  hinlänglich beschrieben werden.

Nach NEWLING<sup>2</sup> gilt aber für die Änderung des Dichtegradienten  $b$  im Zeitablauf folgende Beziehung:

$$(5) \quad b_{t+n} = b_t \cdot e^{-c(t+n)}$$

$b_{t+n}$  = Dichtegradient zum Zeitpunkt  $(t+n)$   
 $b_t$  = Dichtegradient zum Zeitpunkt  $t$   
 $c$  = natürlicher Logarithmus zur Herstellung des Zusammenhangs zwischen der Änderung des Dichtegradienten und dem Zeitablauf

Aus (3) und (5) läßt sich nun die Regel für das innerstädtische allometrische Wachstum ableiten, die die bekannte Ähnlichkeit mit der Pareto-Verteilung aufweist:

$$(6) \quad (1 + r_x) = (1 + r_0) e^{gk}$$

$r_0$  = prozentuale Wachstumsrate im Stadtzentrum  
 $r_x$  = prozentuale Wachstumsrate im Abstand  $x$  vom Stadtzentrum  
 $g$  = intra-urbaner Wachstumsgradient, der die Veränderung der Wachstumsrate mit wachsender Entfernung vom Zentrum mißt.

1 WINSBOROUGH hat den Ausdruck (4) als Konzentrationsmaß für die städtische Bevölkerung vorgeschlagen.

WINSBOROUGH, H.H.: City Growth and City Structure, in: Journal of Regional Science, 1963 (5).

2 NEWLING, B.E.: Urban Growth and Spatial Structure - Mathematical Models and Empirical Evidence, in: Geographical Review, 1966 (56), S. 213-225.



Bei der Übertragung der Analogie vom allometrischen Wachstum auf Städte sollte mehr beachtet werden, daß sich derartige naturwissenschaftliche Konzepte nicht so leicht auf sozial-ökonomische Phänomene übertragen lassen, wie es hier den Anschein hat. Bei Städten ist zumindest zu beachten, daß es sich hier nicht um ein System, sondern um ein System zahlreicher Subsysteme handelt. WILSON stellt dann auch in seiner kritischen Würdigung der Übertragung von physikalischen Konzepten auf sozialwissenschaftliche Fragestellungen fest:

"An entire urban regional system is made up of many subsystems. These subsystems may each be in disequilibrium, but tending towards equilibrium. The times taken for each system to gain its equilibrium position is likely to be very different. This fact alone suggests that the application of social physics' concepts to an entire urban or regional system, treated as a single system, is likely to give paradoxical results. Thus, it could be argued that the work of Curry, Berry and Olsson, where such broad concepts are used to establish city size distributions, is not yet convincing".<sup>1</sup>

#### 6. Multiplikative Wirkungen auf das Wachstum von Städten: Der zentrale Grenzwertsatz in Verteilungsmodellen

SIMON<sup>2</sup> verstand sein Modell des proportionalen Wachstums von Städten bereits als einen dynamischen stochastischen Prozeß. In einer ersten einfachen Ausführung begnügte es sich mit einer erklärenden Variablen. RICHARDSON<sup>3</sup> stellt mit Recht die Frage, warum nicht die Kombination einiger unabhängiger Faktoren, die sich in ihrer Wirkung möglicherweise multiplikativ ergänzen, ähnlich wie bei ROY<sup>4</sup> zur Erklärung von Größen-

---

1 WILSON, A.: Notes on Some Concepts in Social Physics, in: Papers of the Regional Science Association, 1969 (22), S. 159-193.

2 SIMON, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, 1955, a.a.O.

3 RICHARDSON, H.W.: Theory of the Distribution of City Size - Review and Prospects, 1973, a.a.O., S. 249.

4 ROY, A.D.: The Distribution of Earnings and Individual Output, in: Economic Journal, 1950 (60), S. 489-505.

verteilungen der Städte herangezogen werden können.

Ein entsprechender Ansatz kann auf den zentralen Grenzwertsatz zurückgeführt werden. Die Verteilung einer Zufallsvariablen  $y$ , die sich aus anderen unabhängigen und sich nicht gegenseitig dominierenden Zufallsvariablen  $x_i$  zusammensetzt, nähert sich einer Normalverteilung, wenn die Zahl der Variablen zunimmt. Mit anderen Worten:

$y$  nähert sich einer Normalverteilung, wenn gilt, daß

$$(1) \quad y = \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{und } n \longrightarrow \infty.$$

Übertragen auf die angestrebte multiplikative Verknüpfung der Komponenten dieses Ansatzes kann auch geschrieben werden:

$y$  nähert sich einer Lognormalverteilung, wenn gilt, daß

$$(2) \quad y = \prod_{i=1}^n x_i \quad \text{und } n \longrightarrow \infty.$$

Eine derartige Verteilung von  $y$  hat das typische Aussehen der "Rank-Size-Rule" im abfallenden Bereich, obwohl die Einzelverteilungen der erklärenden Variablen alle gemeinsam symmetrische Gestalt haben können. Die Steilheit der Verteilung nimmt mit der Anzahl der einbezogenen Variablen zu<sup>1</sup>, ein Umstand, der im Grunde bei empirischen Untersuchungen zu Manipulationen verleiten könnte.

Der Vorteil dieses Ansatzes mag aber in der Möglichkeit gesehen werden zu überprüfen, ob die in den empirischen Untersuchungen als meistens stabil festgestellte Größenverteilung

---

<sup>1</sup> Vgl. HALDANE, J.B.S.: Moments of the Distribution of Powers and Products of Normal Variates, in: Biometrika, 1942 (32), S. 226.

der Städte nicht auf Komponenten zurückzuführen ist, die sich ebenso durch eine sehr stabile Verteilung auszeichnen, so daß sie als möglicherweise "verursachende" Faktoren erkannt werden können. Für eine multiplikative Verknüpfung dieser Faktoren spricht die in empirischen Untersuchungen festgestellte und spätestens seit DUNCAN und REISS<sup>1</sup> akzeptierte Beobachtung, daß einzelne Faktoren ihren Einfluß zwar in unterschiedlicher Stärke, aber meist proportional zur betreffenden Größe einer Stadt ausüben und damit eben nicht überall und für jeden einen gleichgroßen absoluten Beitrag leisten. Zudem kann es bei gemeinsamen Auftreten einzelner Einflußfaktoren in geeigneter Verknüpfung zu einer Potenzierung der sonst isolierten Wirkung kommen.

D. Geeignete Verteilungsfunktionen zur Abbildung von Stadthierarchien

Welche Verteilungsfunktionen fanden nun in den einzelnen Modellen zur Abbildung von Stadthierarchien Verwendung? Für alle ist zumindest typisch, daß sie rechtsgeneigt verlaufen, d.h. auch, daß in empirischen Untersuchungen ausnahmslos Verteilungen ermittelt wurden, die für ein geschlossenes System von Städten wenig große Städte und zahlreiche kleinere Städte abbilden. Mit steigender Größenklasse nimmt also die Anzahl der Städte ab. Damit scheiden Normalverteilungen zur Abbildung von Stadthierarchien weitgehend aus; übrig bleiben die Lognormalverteilung, die Pareto-Verteilung, die "Rank-Size-Rule" und einige spezielle Verteilungen mit Normalverteilungscharakter wie Yule-Verteilung<sup>2</sup>, Chi-Quadrat-Ver-

---

1 DUNCAN, O.D.; REISS, A.J.: Social Characteristics of Urban and Rural Communities, Wiley, New York, 1956.

2 SIMON, H.A.: On a Class of Skew Distribution Functions, 1955, a.a.O.

BERRY, B.J.L.; GARRISON, W.L.: Alternate Explanations of Urban Rank Size Relationships, in: Annals of the Association of American Geographers, 1958 (48), S. 83-91.

(Fortsetzung S. 69)

## teilung<sup>1</sup> und Gamma-Verteilung<sup>2</sup>.

Die 3 wichtigsten Abbildungsmöglichkeiten, Lognormalverteilung, Pareto-Verteilung und "Rank-Size-Rule", weisen große Ähnlichkeiten auf; während die Pareto-Verteilung als ein Ausschnitt einer Lognormalverteilung betrachtet werden kann, ist es sogar möglich, unter speziellen Voraussetzungen<sup>3</sup> Pareto-Verteilung und "Rank-Size-Rule" ineinander zu überführen. Damit kann auch jeweils eine der hier genannten Verteilungen als Spezialfall der anderen betrachtet werden.

---

(noch Fußnote 2 von Seite 68)

THOMAS, E.N.: Additional Comments on Population-Size Relationships for Sets of Cities, in: Garrison, W.L. (ed.): Quantitative Geography, Atherton Press, 1964.

DACEY, M.F.: Another Explanation for Rank-Size Regularity, Philadelphia 1962.

WARD, B.: Greek Regional Development, Center for Economic Research, Athen 1962.

- <sup>1</sup> DACEY untersuchte die Größenverteilung von Städten mit Hilfe einer Chi-Quadrat-Verteilung und fand eine recht gute Anpassung.

DACEY, M.F.: Some Observations on Place Populations, Hektogr., Department of Regional Science, University of Pennsylvania, 1964.

- <sup>2</sup> Die Gamma-Verteilung weicht vor allen Dingen am Rand (stärkere Neigung) von der Pareto-Verteilung ab.

DACEY, M.F.: A Family of Density Functions of Lösch's Measurement on Town Distribution, in: Professional Geographer, 1964 (6), S. 5-7.

CARLBERG, M.: Beobachtungen zum Auerbachschen Gesetz in der Bundesrepublik Deutschland, 1975, a.a.O., S. 20-21.

- <sup>3</sup> SINGER hat bereits 1939 auf die Ähnlichkeit der Bevölkerungsverteilung mit der Pareto-Verteilung hingewiesen:

SINGER, H.W.: The 'Courbes des Populations' - A Parallel to Pareto's Law, 1939, a.a.O.

ZIPF hat die sogenannte "Rank-Size-Rule" für die Größenverteilung von Städten aufgestellt, die ein Spezialfall der Pareto-Verteilung mit einem Exponenten von  $\alpha = -1$  darstellt.

ZIPF, G.: Human Behaviour and the Principle of Least Effort, 1949, a.a.O.

Diese 3 Verteilungen können in vereinfachter Schreibweise folgendermaßen abgebildet werden:

| <u>Lognormal-Verteilung</u> | <u>Pareto-Verteilung</u>             | <u>Rang-Größe-Verteilung</u>                                                                                              |
|-----------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $E = a^N$                   | $N(E) = A \cdot E^{-\alpha}$         | $R \cdot E^{\alpha} = K$                                                                                                  |
| $N = \log_a E$              | $\log N(E) = \log A - \alpha \log E$ | $\log R = \log K - \alpha \log E$<br>oft auch als<br>$R^{\beta} \cdot E_R = E_N$<br>$\log E_R = \log E_N - \alpha \log R$ |

wobei

- N = kumulierter prozentualer Anteil der Städte an der Gesamtzahl aller Städte
- N(E) = kumulierter prozentualer Anteil der Städte an der Gesamtzahl aller Städte über dem Niveau E
- E = Stadtgröße in Einwohnern
- R = Rang einer Stadt innerhalb der Hierarchie der Städte
- $E_N$  = Einwohnerzahl der größten Stadt des Landes mit Rang R=1
- $\alpha, \beta$  = Konstante
- A, K = Konstante

In Abbildung 1 werden die gebräuchlichsten graphischen Abbildungsmöglichkeiten unterschiedlicher Skalierung für die folgenden 3 - in allen Schaubildern gleichbleibenden - Rang-Größe-Verteilungen dargestellt:

- (a)  $E_R = E_N \cdot R^{-0,5}$       wobei
- (b)  $E_R = E_N \cdot R^{-1}$        $E_N$  = Einwohnerzahl der größten Stadt eines Landes
- (c)  $E_R = E_N \cdot R^{-2}$        $E_R$  = Einwohnerzahl einer Stadt mit Rang R

Für 10 Rangstufen, die in Abbildung 1 ausgewiesen werden, ergeben sich bei einer Einwohnerzahl von  $E_N = 1.000$  für die größte

Stadt des Landes folgende hypothetischen Werte für die weiteren Städtegrößen:

Tab. 1 Die Größe der Städte für 3 hypothetische Rang-Größe-Verteilungen

| R  | N<br>in<br>% | (a)<br>$E_R = E_N / \sqrt{R}$ | (b)<br>$E_R = E_N / R$ | (c)<br>$E_R = E_N / R^2$ |
|----|--------------|-------------------------------|------------------------|--------------------------|
| 1  | 100          | 1.000                         | 1.000                  | 1.000                    |
| 2  | 90           | 707                           | 500                    | 250                      |
| 3  | 80           | 577                           | 333                    | 111                      |
| 4  | 70           | 500                           | 250                    | 63                       |
| 5  | 60           | 447                           | 200                    | 40                       |
| 6  | 50           | 408                           | 167                    | 28                       |
| 7  | 40           | 378                           | 143                    | 20                       |
| 8  | 30           | 354                           | 125                    | 16                       |
| 9  | 20           | 333                           | 111                    | 12                       |
| 10 | 10           | 316                           | 100                    | 10                       |

Um die graphischen Abbildungsmöglichkeiten in Abbildung 1 zu verdeutlichen, sei angegeben, welche Spezialpapiere sich zur linearen Abbildung von idealtypischen Verteilungsfunktionen eignen:

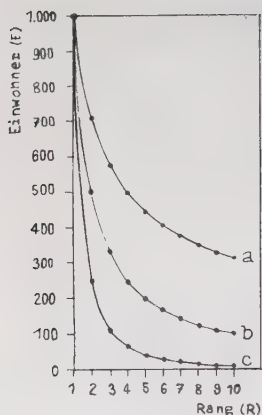
- Doppellogarithmisches Papier  
für Pareto-Verteilung und Rang-Größe-Verteilung  
(vgl. Schaubild (2) in Abb.1)
- Halblogarithmisches Papier  
für Exponentialfunktionen und logarithmische Funktionen  
(vgl. Schaubild (4) in Abb. 1)
- Logarithmisches Wahrscheinlichkeitspapier<sup>1</sup>  
für Lognormalverteilung  
(vgl. Schaubild (3) in Abb. 1)
- Wahrscheinlichkeitspapier<sup>2</sup>  
für Normalverteilung  
(vgl. Schaubild (5) in Abb. 1)

<sup>1</sup> Abzisse logarithmisch, Ordinate nach dem Gauß'schen Integral in Häufigkeitssummen in % der Gesamtzahl unterteilt.

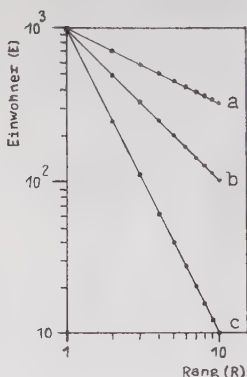
<sup>2</sup> Abzisse normal, Ordinate nach dem Gauß'schen Integral in Häufigkeitssummen in % der Gesamtzahl unterteilt.



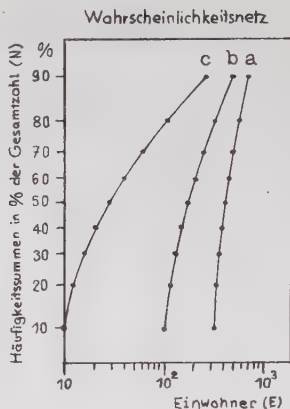
**Abb. 1** Die wichtigsten Abbildungsmöglichkeiten für Rang-Größe-Verteilungen von Städten



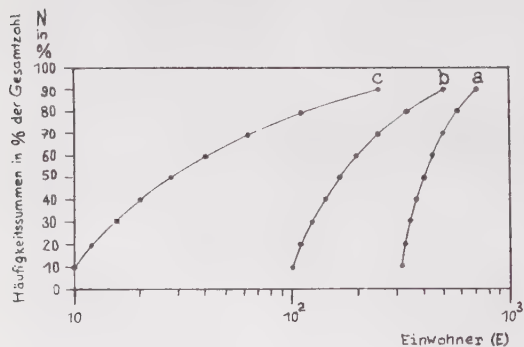
(1)



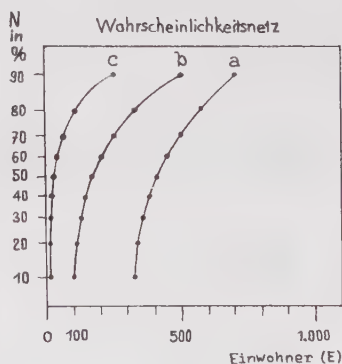
(2)



(3)



(4)



(5)

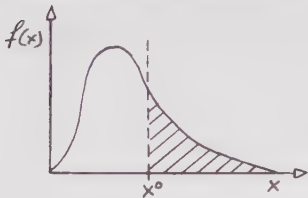
**Legende:**

- (1) = Normal-Papier
- (2) = Doppellogarithmisches Papier
- (3) = Halblogarithmisches Papier
- (4) = Logarithmisches Wahrscheinlichkeitspapier
- (5) = Wahrscheinlichkeitspapier

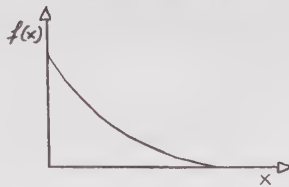
Von den genannten speziellen Verteilungsfunktionen hat die Lognormalverteilung<sup>1</sup>, insofern besondere Bedeutung, als sie den gesamten Größenklassenbereich von Städten umfaßt. Für einige Länder der Welt fand sie zudem noch eine Verifizierung in empirischen Untersuchungen<sup>2</sup>. Wie schon erwähnt, kann sowohl die Pareto-Verteilung wie die Rang-Größe-Verteilung im Grunde als Ausschnitt einer Lognormalverteilung im abfallenden Bereich der entsprechenden Dichtefunktion (schraffierter Bereich in Abbildung 2) angesehen werden.

Abb. 2 Die Dichtefunktionen der Lognormalverteilung und Pareto-Verteilung

Lognormal-Verteilung



Pareto-Verteilung



Eine Variable, deren Logarithmen normalverteilt sind, genügt einer Lognormalverteilung. Die spezielle Struktur einer derartigen Verteilung ist eingehend von AITCHESON und BROWN<sup>3</sup> sowie MOSHMAN<sup>4</sup> untersucht worden. Sie unterscheidet sich durch ihren

1 Vgl. auch Erläuterungen zur Lognormalverteilung im Mathematischen Anhang Teil C.

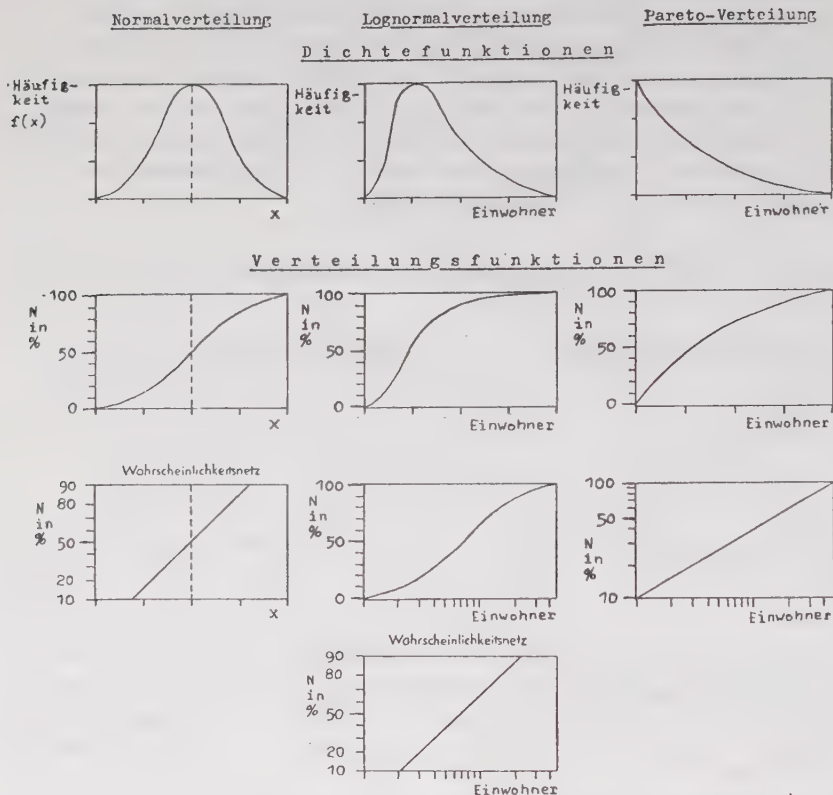
2 QUANDT, R.E.: Statistical Discrimination among Alternative Hypotheses and some Economic Regularities, in: Journal of Regional Science, 1964 (5), S. 1-23.

CARLBERG, M.: Beobachtungen zum Auerbachschen Gesetz in der Bundesrepublik Deutschland, 1975, a.a.O.

3 AITCHESON, J.; BROWN, J.A.C.: The Lognormal Distribution, Cambridge, 1957.

4 MOSHMAN, J.: Critical Values of the Log-normal Distribution, in: Journal of the American Statistical Association, 1953, S. 600-605.

Abb. 3 Graphische Abbildungsmöglichkeiten für Dichte- und Verteilungsfunktionen der Normal-, Lognormal- und Pareto-Verteilung



ansteigenden Abschnitt von der Pareto-Verteilung. In empirischen Untersuchungen wird meistens nur der schraffierte Bereich der Lognormalverteilung untersucht, da entweder für kleinere Städte als  $x_0$  keine Daten (z.B. Stadtregionen) zur Verfügung stehen oder das Untersuchungsziel nur die Einbeziehung von Städten erfordert, die größer sind als  $x_0$ .

Selbst für die S-förmigen Verteilungsfunktionen von Normalverteilung und Lognormalverteilung besteht die Möglichkeit einer linearen Abbildung (vgl. Abbildung 3) auf Spezialpapieren. Aus-

gehend von den entsprechenden Dichtefunktionen werden die Verteilungen der Stadthierarchien wie üblich als kumulierte Häufigkeitsverteilungen dargestellt.

Die bisher umfangreichste Untersuchung zur Eignung von verschiedenen Verteilungsfunktionen hat QUANDT<sup>1</sup> vorgelegt, der nicht weniger als 8 Verteilungsfunktionen<sup>2</sup> auf ihre Erklärungsfähigkeit hinsichtlich der Größenverteilung von Städten in den Vereinigten Staaten von Amerika überprüfte. Zumindest für dieses Land beweisen Pareto-Verteilung und Lognormalverteilung eindeutig eine überlegene Erklärungskraft. Jedoch ist bei dieser vermeintlichen Überlegenheit zu berücksichtigen, daß die

"distributions under consideration are all fairly similar; they probably exhibit smaller deviations from each other than a perfectly error free sample would exhibit from the actual one".<sup>3</sup>

1 QUANDT, R.E.: Statistical Discrimination among Alternative Hypotheses and Some Economic Regularities, a.a.O.

2 Folgende Verteilungsfunktionen werden untersucht:

Pareto-

Verteilung I:  $F(x) = 1 - K/x^a$

Pareto-

Verteilung II:  $F(x) = 1 - K(x+c)^a$

Pareto-

Verteilung III:  $F(x) = 1 - K \cdot e^{-bx}/x^a$

Exponential-

Verteilung:  $F(x) = 1 - e^{-ax}$

Bennini-

Verteilung:  $F(x) = 1 - a \cdot e^{-b(\log x)^3}$

Lognormal-

Verteilung:  $F(x) = \int_t^x \frac{1}{(\xi-t)\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\log(\xi-t)-\mu}{\sigma})^2} dx$

Composite-

Verteilung:  $F_j(x) = 1 - K_j/x^{a_j} \Rightarrow G(x) = (1-K/x^a)^m = [1-(k/x)^a]^m$

$$G(x) = e^{-m(k/x)^a}$$

Champernowne-

Verteilung:  $G(x) = e^{-(mK/x^a)} e^{-bx}$

3 QUANDT, R.E.: Statistical Discrimination among Alternative Hypotheses and Some Economic Regularities, a.a.O., S. 22.

Außerdem ist bei einer derartigen Vorgehensweise zu kritisieren, daß bei einer doch ziemlich willkürlichen und möglichst breiten Auswahl von Verteilungsfunktionen eigentlich kein wohlüberlegter Hypothesentest vorliegt, sondern lediglich eine möglichst genaue Anpassung an einen ganz speziellen Datensatz gesucht wird.

Welche der in dieser Arbeit genannten Verteilungsfunktionen nun zur Abbildung von Stadthierarchien verwendet wird, hängt weitgehend vom Untersuchungsgegenstand ab. Nicht die Funktion, die die beste Anpassung gewährleistet, ist notwendigerweise zugleich auch die erklärungskräftigste. Solange man die Hierarchie der Städte und ihr weiteres Wachstum nicht als ausschließlich stochastisch bestimmten Prozeß versteht, werden Verteilungsfunktionen im Vordergrund stehen, die durch ein Erklärungsmodell - etwa im Sinne der Zentralen Orte - erzeugt werden. Im weiteren Verlauf der Arbeit soll gezeigt werden, daß beispielsweise eine Pareto-Verteilung der Stadtgrößen unter gewissen Voraussetzungen immanenter Bestandteil eines Zentrale-Orte-Systems ist.

Zur speziellen Eignung der zur Verfügung stehenden Verteilungsfunktionen ist zu sagen, daß eine Pareto-Verteilung in der Regel Verwendung findet, wenn eine Größenklassenbeschränkung der Daten vorliegt. Zudem besitzt die Pareto-Verteilung gegenüber der Lognormalverteilung den Vorteil, daß ihre Parameter mit geringerem Rechenaufwand zu ermitteln sind. Zielt eine Untersuchung aber darauf ab, den gesamten Größenklassenbereich von Städten abzubilden, so ist bei der Eignung von Lognormal- oder Yule-Verteilung<sup>1</sup> darauf zu achten, ob es sich um ein geschlosse-

---

<sup>1</sup> Der einzige Unterschied zwischen diesen beiden Verteilungen besteht darin, daß bei der Lognormalverteilung unterstellt wird, daß das Wachstum in einem geschlossenen System von Städten stattfindet, während die Yule-Verteilung ansteigt, wenn zusätzliche Städte auf der untersten Größenklassenstufe einbezogen werden.

Vgl. auch Anwendungsmöglichkeiten der Yule-Verteilung in: SIMON, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, 1955, a.a.O.

THOMAS, E.N.: Additional Comments on Population-Size Relationships for Sets of Cities, 1964, a.a.O.

oder expandierendes System von Städten handelt.

Sind also Daten für alle Größenklassen vorhanden und treten keine gravierenden Abgrenzungsprobleme auf, so ist die Lognormalverteilung prinzipiell die geeignete Beschreibungsform für die Größenverteilung von Städten. Selbst Größenklassenbeschränkungen und der besondere Einfluß einer übergroßen Hauptstadt (z.B. Paris, London) auf die Hierarchie der Städte eines Landes, der oft zur sogenannten "Primate Distribution"<sup>1</sup> führt, kann in einem 3- oder 4-Parameter-Ansatz der Lognormalverteilung berücksichtigt werden.

Trotz dieses vergleichsweise breiten Anwendungsbereiches der Lognormalverteilung beschränken sich die meisten theoretischen und empirischen Untersuchungen zur Größenverteilung von Städten auf die artverwandten Pareto- und Rang-Größe-Verteilungen.

CHRISTALLERS Stellungnahme zur "Rank-Size-Rule" ist zunächst wenig ermutigend:

"Neben einer großen Anzahl kleiner und kleinster Städte und Marktflecken gibt es nur eine geringe Anzahl größerer Städte, und zwar, je größer eine Stadt ist, um so kleiner ist die Besetzungsziffer der ihr entsprechenden Kategorie. Diese Erscheinung hat schon zu der Statuierung unglaublichster 'Gesetze' geführt - gemeint ist das sogenannte 'Auerbachsche Gesetz', das jedoch nicht viel anderes als Zahlenspielererei ist"<sup>2</sup>.

Die Abneigung CHRISTALLERS richtet sich dabei aber hauptsächlich gegen die strikte Fassung der "Rank-Size-Rule" (mit einem

---

<sup>1</sup> Vgl. auch JEFFERSON, M.: The Law of the Primate City, in: Geographical Review, 1939(29), S. 226-232.

EL SHAKS, S.: Development, Primacy and the Structure of Cities, unveröffentlichte Dissertation, Harvard University, Cambridge (Mass.) 1965.

MORSE, R.M.: Latin American Cities - Aspects of Function and Structure, in: Comp. Studies Social History, 1962(4), S. 473-493.

MEHTA, S.K.: Some Demographic and Economic Correlates of Primate Cities - A Case for Revaluation, in: Demography, 1964(1), S. 136-147.

LINSKY, A.S. Some Generalisations Concerning Primate Cities, in: Annals of the Association of American Geographers, 1965(55), S. 506-513.

<sup>2</sup> CHRISTALLER, W.: Die zentralen Orte in Süddeutschland, a.a.O., S. 63.



Exponenten von  $\alpha=1$ ), eine Form, die vor allen Dingen in empirischen Untersuchungen der entsprechenden Daten der Vereinigten Staaten von Amerika<sup>1</sup> Bestätigung fand. Es gibt jedoch keinen theoretischen Grund, die Analyse der Bevölkerungsverteilung von Städten auf diesen Spezialfall zu beschränken. Entscheidend scheint zu sein, daß endlich wirkliche Erklärungsmodelle der tatsächlich beobachtbaren Größenverteilungen von Städten konzipiert werden. Eine Orientierung an einer dynamisch verstandenen Theorie der zentralen Orte scheint dabei unerläßlich.

E. Bedeutung und weitere Entwicklungsmöglichkeiten der Modelle

Eines haben die bisher dargestellten Modelle gemeinsam: alle sind ausnahmslos in der Lage, eine Größenverteilung von Städten zu erzeugen, die im Prinzip mit der in vielen Ländern der Welt tatsächlich beobachtbaren Größenverteilung übereinstimmt. Auffallend jedoch ist, daß nur wenige den Anspruch erheben können, wirkliche Erklärungsmodelle zu sein. Keines der in der Nachfolge von CHRISTALLER und LÖSCH formulierten Modelle zur Erklärung der Größenverteilung von Städten besitzt eine räumliche Dimension. Eine Theorie, die üblicherweise vom Raum

---

<sup>1</sup> ZIPF, G.K.: Human Behaviour and the Principle of Least Effort, Addison-Wesley, Cambridge (Mass.) 1949.

DUNCAN, O.D.; REISS, A.J.Jr.: Social Characteristics of Urban and Rural Communities, Wiley, New York 1956.

MADDEN, C.H.: Some Temporal Aspects of the Growth of Cities in the United States, in: Economic Development and the Cultural Change, 1958(6), S. 143-170.

MILLS, E.S.: Urban Economics, Scott, Foresman, Glenview, Illinois, 1972.

abstrahiert und sich damit als Theorie einer Punktwirtschaft begreift, wendet sich hier einem Phänomen (der Größenverteilung von Städten) zu, das ohne räumliche Dimension überhaupt nicht zu erklären ist. Ohne die einzelnen Ansätze allzu rigide bewerten zu wollen, ist eines klar: Weitere Untersuchungen auf diesem Gebiet sollten vornehmlich Hierarchiemodellen vorbehalten sein, die von einer - wie auch immer spezifizierten - Theorie der zentralen Orte ausgeht. Stochastische Elemente, die maßgeblich die Standorte der industriellen und primären Produktion bestimmen, können am besten für eine wachsende Wirtschaft, die einem ständigen Strukturwandel unterworfen ist, über die Theorie der Markoff-Ketten integriert werden. Damit sind zugleich die beiden wichtigsten Ausgangsmodelle mit ihren Nachfolgern benannt: das Hierarchiemodell von BECKMANN<sup>1</sup> und das Modell proportionalen Wachstums als

---

<sup>1</sup> BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, 1958, a.a.O.

Die Weiterführung dieses Ansatzes wurde maßgeblich betrieben von:

DACEY, M.F.: Population of Places in a Central Place Hierarchy, 1966, a.a.O.

BECKMANN, M.J.: Location Theory, 1968, a.a.O.

PARR, J.B.: City Hierarchy and the Distribution of City Size - A Reconsideration of Beckmann's Contribution, 1969, a.a.O.

PARR, J.B.: Models of City Size in an Urban System, 1970, a.a.O.

BECKMANN, M.J.; McPHERSON, J.C.: City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, 1970, a.a.O.

HENDERSON, J.V.: Hierarchy Models of City Size - An Economic Evaluation, 1972, a.a.O.

PARR, J.B.: Structure and Size in the Urban System of Lösch, 1973, a.a.O.

PARR, J.B.; DENIKE, K.G.; MULLIGAN, G.: City-Size Models and the Economic Base - A Recent Controversy, 1975, a.a.O.

stochastischer Prozeß von SIMON<sup>1</sup>.

Zur Erklärung des tertiären Beschäftigungsbereichs von Städten werden besonders Hierarchiemodelle im Sinne von BECKMANN heranzuziehen sein, während für den primären und sekundären Bereich Hierarchiemodelle im Vordergrund stehen, die stärker stochastische Elemente berücksichtigen. Eine "getrennte" Erklärung der hieraus resultierenden Bevölkerungsverteilung muß aber scheitern, da wechselseitige Versorgungs- und Kreislaufwirkungen sonst nicht erfaßt werden. Insgesamt wird einem Erklärungsansatz der Vorzug gegeben, der weitgehend ökonomische Bestimmungsgründe in den Vordergrund stellt. Dabei wird insbesondere die wirtschaftsgeschichtliche Entwicklung der Städte und die räumliche Lage in einem sich ständig durch zunehmende Verstädterung ändernden System zentraler Orte zu berücksichtigen sein.

---

<sup>1</sup> SIMON, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, 1955, a.a.O.

Die Weiterführung dieses Ansatzes wurde betrieben von:

WARD, B.: City Structure and Interdependance, 1963, a.a.O.

CURRI, L.: The Random Spatial Economy - An Exploration in Settlement Theory, 1964, a.a.O.

BERRI, B.J.L.: Cities as Systems within Systems of Cities, 1964, a.a.O.

OLSSON, G.: Central Place Systems, Spatial Interaction, and Stochastic Processes, 1967, a.a.O.

PANO, P.L.: Organisation, City Size Distribution and Central Places, 1969, a.a.O.

ROGERS, A.: A Markovian Policy Model of Interregional Migration, 1966, a.a.O.

RICHARDSON, H.W.: Regional Growth Theory, 1973, a.a.O.

## II. Raumwirtschaftstheoretische Grundlagen von Landschaftsstrukturmodellen oder die Theorie der zentralen Orte in ihrer traditionellen Fassung

In dem Überblick und der verglichen Wertung der bisher veröffentlichten Modelle zur Erklärung der Größenverteilung von Städten wurde versucht zu begründen, warum in unseren Augen Hierarchie-Modelle, die sich an der Theorie der zentralen Orte orientieren, besonders erklärungskräftig sind: Sie alleine berücksichtigen die räumliche Lage der Städte und ihren Wirtschaftsraum. Die Erklärung der Größenverteilung von Städten ohne räumliche Dimension ist im Grunde von keiner raumordnungspolitischen Relevanz. Weder die Landschaftsstruktur noch Entwicklungstendenzen können beschrieben werden; man ist so klug wie zuvor.

Im Mittelpunkt der weiteren Erörterungen stehen deshalb einfache Landschaftsstrukturmodelle im Sinne von CHRISTALLER und LÖSCH, aus denen Systeme von Städten und die damit verbundene Hierarchie der Städte abgeleitet werden können. Dabei wird versucht werden, die wesentlichen Bestandteile bekannter Landschaftsstruktursysteme, soweit sie für die folgende Analyse der Verstädterung von Bedeutung sind, kurz zu charakterisieren. An drei Stellen wird in diesem und dem folgenden Kapitel die traditionelle Fassung der Theorie der zentralen Orte erweitert:

- In Anlehnung an MÖLLER<sup>1</sup> wird ein graphisches Lösungsverfahren zur Bestimmung der optimalen Preispolitik der Unternehmung im ein- und zweidimensionalen Wirtschaftsraum entwickelt. Damit kann auf einfache Weise bei alternativer Preisgestaltung (fob, cif, Preisdifferenzierung) die maximale Reichweite von Produkten und damit die Größe von Marktgebieten bestimmt

---

<sup>1</sup> MÖLLER, H.: Grundlagen einer Theorie der regionalen Preisdifferenzierung, in: Weltwirtschaftliches Archiv, 1943 (58), S. 335-391.

werden, die für den Aufbau von Landschaftsstruktursystemen von entscheidender Bedeutung ist.

- Um die wirklichkeitsfremde Annahme der vollkommen homogenen Bevölkerungs- und Nachfrageverteilung im Raum aufgeben zu können, wird ein exaktes Landschaftsstrukturmodell mit - vom Gravitationsmittelpunkt gesehen - abnehmender Verdichtung abgeleitet.
- Für eine zunächst isotrope Landschaft werden Landesgrenzen berücksichtigt.

A. Die üblichen Annahmen einfacher Landschaftsstrukturmodelle - Homogenitätsbedingungen einer isotropen Landschaft

Die wichtigsten Annahmen, aus denen sich die Landschaftsstruktur eines ersten einfachen Modelllandes ableiten läßt, können in folgende 2 Kategorien unterteilt werden: Der erste Bereich betrifft die naturräumlichen Bedingungen und Erschließungsmöglichkeiten der besiedelbaren Fläche, der zweite Komplex die Siedler, Nachfrager und Produzenten, die von ihr Besitz ergreifen.

1. Die besiedelbare Fläche ist vollkommen unbegrenzt und homogen in jeder Beziehung:
  - Die quasi unendliche Fläche ist eben und von keinen natürlichen Hindernissen unterbrochen. Keine Richtung, kein Punkt im Gesamtraum ist bevorzugt; der Raum ist isotrop.
  - Alle Ressourcen sind über die Fläche gleichverteilt; die Bodenbeschaffenheit ist überall von gleicher Qualität.
  - Es gibt ein einheitliches Transportsystem, das alle Punkte der Fläche erreicht. Die Transportkosten nehmen proportional mit der zu überbrückenden Entfernung zu.
2. Die Bevölkerung, die diese Fläche besiedelt, weist folgende charakteristische Merkmale auf:
  - Sie wohnt gleichverteilt auf der Siedlungsfläche (also nicht vorwiegend in den Produktionsorten).
  - Alle Bewohner beziehen gleich hohe Einkommen, besitzen

identische Präferenzen und Konsumquoten.

- Sowohl Konsumenten wie Produzenten besitzen vollkommene Markttransparenz. Die Unternehmer verfolgen das Ziel der Gewinnmaximierung, die privaten Haushalte das Ziel der maximalen Bedürfnisbefriedigung bei gegebenen Einkommen.
- Die Produktionsfunktionen sind an allen Produktionsorten gleich. Externe Ersparnisse werden ausgeschlossen. Interne Ersparnisse können, müssen aber nicht auftreten. Es werden nur Endprodukte hergestellt.

Die entscheidende Frage ist nun, an welchen Orten welche Produkte sinnvollerweise hergestellt werden sollten. Wird an jedem Nachfragepunkt jedes der nachgefragten Produkte hergestellt oder kommt es zur räumliche Konzentration bzw. Spezialisierung der Produktion? Überlagern sich die einzelnen Marktgebiete für identische Produkte oder kommt es zur eindeutigen Abgrenzung von Marktgebieten?

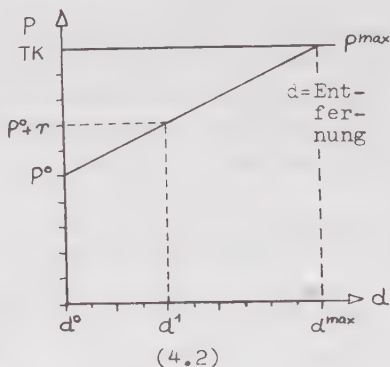
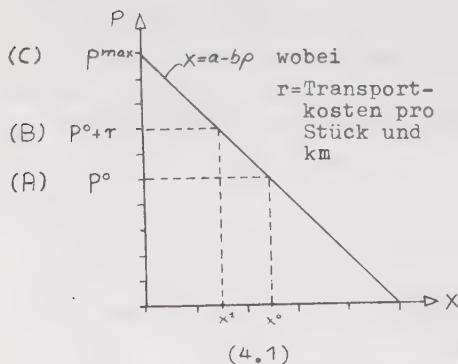
Diese Arbeit hat nicht die Funktion, die wohlbekannte Analyse von CHRISTALLER und LÖSCH hier erneut abzuleiten. Lediglich der Teil der Ergebnisse wird kurz umrissen, der für die ange deuteten Erweiterungs- und Ergänzungsmöglichkeiten von Bedeutung ist.

Entscheidend für den Aufbau eines auf diesen Annahmen basierenden einfachen Landschaftsstrukturmodells ist die Bestimmung der maximalen Absatzreichweite aller in diesem Modelland hergestellten Produkte und der Schwellenwerte, ab der diese Produktion aufgenommen wird. Dabei ist es nicht notwendig, wie es oft den Anschein hat, daß alle bei CHRISTALLER und LÖSCH vorgesehenen Marktgebietsgrößen auch tatsächlich auftreten. Die Größe von Marktgebieten wird von den im Absatzbereich geltenden Angebots- und Nachfragebedingungen bestimmt, und nicht etwa dadurch, wie man ein Raster flächendeckend mit Sechsecken überziehen kann.



Wenn wir für ein Modelland von einer status-quo-Bedingung ausgehen (ohne zunächst die vorherrschende Marktform zu beachten), daß für ein bestimmtes Produkt  $x$  an einem Produktionsort  $A$  der Preis  $P$  gilt, so wird sich die nachgefragte Menge von entfernter wohnenden Konsumenten um die entstehenden Transportkosten verringern, allerdings unter der Voraussetzung, daß es nicht möglich ist, die nachgefragten Produkte an jedem Nachfragepunkt zu produzieren. Insofern spielen für die weitere Diskussion bei der vorgegebenen Nachfragestruktur Schwellenwerte für die kostendeckende Produktion von Gütern eine wichtige Rolle. Abbildung 4 möge die weiteren Zusammenhänge verdeutlichen, die die Ableitung von Marktgebieten ermöglichen.

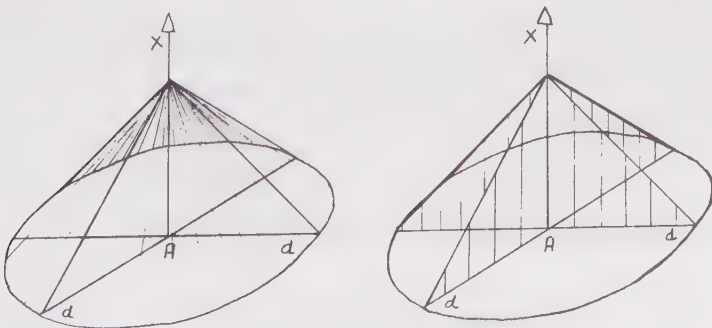
Abb. 4 Nachfrage und Transportkosten für ein homogenes Wirtschaftsgebiet



Jeder der im Wirtschaftsraum wohnenden Nachfrager besitzt eine identische Nachfragefunktion des Typs  $x = a - bp$ . Der Preis für das Produkt  $x$  am Herstellungsort (A) betrage  $p^0$ . Konsumenten am Herstellungsort fragen also die Menge  $x^0$  nach. Für entfernter wohnende Konsumenten steigt der Preis um die Höhe der ihnen entstehenden Transportkosten (vgl. Abb. 4.2). Nachfrager in (B) beispielsweise haben bei Einheitstransportkosten (z.B. 1,-DM pro Stück und km) zusätzlich einen Betrag von  $r$  zu entrichten und fragen dementsprechend nur noch eine Menge  $x^1$  nach. Schließlich sind am Wohnort (C) die entstehenden Transportkosten so hoch, daß die dortigen Konsumenten keine Nachfrage nach diesem Produkt mehr entfalten. Die Differenz  $p^{\max} - p^0$  oder  $a/b - p^0$  bestimmt also die maximale Reichweite des Produktes  $x$ .

Da die Nachfrage der Konsumenten gleichmäßig über die Fläche verteilt ist, kann man die räumlich auftretende Nachfrage und ihre entsprechende Verringerung durch Transportkosten auch 3-dimensional (vgl. Abb. 5) in einem Mengen-Entfernungs-Diagramm als räumlichen Nachfragekegel darstellen. Auf der Grundfläche mit dem Mittelpunkt (A) können die jeweiligen Entfernungen zum Produktionsort (A) abgelesen werden; vertikal werden die entsprechenden nachgefragten Mengen abgebildet.

Abb. 5 Ein räumlicher Nachfragekegel



Bei der Abbildung eines derartigen Nachfragekegels sollte man deutlich vor Augen behalten, daß dieser durch einen am Produktionsort A vorgegebenen Preis  $p^0$  bestimmt ist. Ehe aus der räumlichen Anordnung weiterer derartiger Nachfragekegel für alternative Produktionsstandorte ein einfaches Landschaftsstrukturmodell im Sinne von CHRISTALLER und LÖSCH abgeleitet wird, ist zunächst noch zu klären, wie sich der Preis  $p^0$  aus dem Zusammenwirken von Angebots- und Nachfragebedingungen ergibt und damit die maximale Reichweite der verschiedenen Produkte bestimmt. Dabei wird zwischen den Einflüssen von verschiedenen Schwellenwerten der Produktion und unterschiedlichen Marktformen auf die Reichweite von Produkten zu differenzieren sein. Damit stellt sich auf Grund der vorgegebenen Kosten- und Nachfragebedingungen die Frage nach der optimalen Betriebsgröße bei der Produktion von Gütern und Dienstleistungen unter ausdrücklicher Berücksichtigung von Transportkosten. Im Falle unterschiedlicher Marktformen stellt sich weiterhin die Frage nach der gewinnmaximalen Preispolitik der Unternehmung im Raum. Da üblicherweise in den einfachen Landschaftsstrukturmodellen unterstellt wird, daß jeder Produzent nur jeweils 1 Produkt an jeweils einem Ort herstellt, kann man ein derartiges System von Produzenten auch als ein räumliches Modell monopolistischer Konkurrenz verstehen. Speziell hierzu folgt ein längerer Exkurs zur optimalen Preispolitik der Unternehmung im Raum, in dem versucht wird aufzuzeigen, wie auf einfache Weise geeignete Preisdifferenzierungen berechnet werden können, aus denen dann wiederum die maximale Reichweite von Versorgungsgütern abgeleitet werden kann.

#### B. Die Preispolitik der Unternehmung im Raum

Die teilweise komplizierten Lösungsverfahren zur Bestimmung optimaler Preise ab Werk (fob) oder frei Haus (cif) für Produ-

zenten im Raum<sup>1</sup> lassen sich wesentlich vereinfachen, wenn man graphische Verfahren verwendet. Auf diese Weise wird der Kern der üblichen Modellannahmen sichtbar, so daß auch die algebraischen Ansätze vereinfacht werden können. Seit SMITHIES<sup>2</sup> ist weitgehend in Vergessenheit geraten, daß die optimale Preispolitik der Unternehmung<sup>3</sup> von dem oberhalb der Grenzkosten liegenden Nachfragebereich bestimmt wird. So kann ohne Einfluß auf die Ergebnisse die in den meisten Modellen übliche Annahme konstanter positiver Grenzkosten auf den einfachsten Fall einer Kostenfunktion ohne Fixkosten und mit konstanten Grenzkosten bei Null vereinfacht werden. D.h. auch, die Kostenfunktion kann im Grunde vernachlässigt werden.

---

<sup>1</sup> Die Lösungsverfahren stützen sich auf die Theorie der Preisdiskriminierung und regionalen Preisdifferenzierung, die maßgeblich von LAUNHARDT, ROBINSON, HOOVER, LEONTIEF, SMITHIES, MÖLLER, GREENHUT, BECKMANN, u.a. entwickelt worden ist.

LAUNHARDT, W.: Mathematische Begründung der Volkswirtschaftslehre, Leipzig 1885.

HOTELLING, H.: Stability in Competition, in: Economic Journal, 1929 (39), S. 41-57.

ROBINSON, J.: Economics of Imperfect Competition, London 1933.

SCHNEIDER, E.: Preisbildung und Preispolitik unter Berücksichtigung der geographischen Verteilung von Erzeugern und Verbrauchern, in: Schmollers Jahrbuch für Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft im Deutschen Reich, München und Leipzig 1934 (58).

PALANDER, T.: Beiträge zur Standorttheorie, Diss. Stockholm, Uppsala 1935.

HOOVER, E.M.: Spatial Price Discrimination, in: Review of Economic Studies, 1937 (4), S. 182-191.

SINGER, H.W.: Note on Spatial Price Discrimination, in: Review of Economic Studies, 1937 (5), S. 75-77.

LEONTIEF, W.: The Theory of Limited and Unlimited Discrimination, in: Quarterly Journal of Economics, 1939, S. 490 ff.

LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, Jena 1940, S. 97 ff.

SMITHIES, A.: Monopolistic Price Policy in a Spatial Market, in: Econometrica, 1941 (9), S. 63-73.

SMITHIES, A.: Optimum Location in Spatial Competition, in: Economic Journal of Political Economy, 1941 (49), S. 423-439.

MÖLLER, H.: Grundlagen einer Theorie der regionalen Preisdifferenzierung, in: Weltwirtschaftliches Archiv, 1943 (58), S. 335-391.

So wird im einzelnen versucht werden zu zeigen, daß die punktbezogenen Optimierungsverfahren der Mikrotheorie lediglich um eine weitere Dimension - und das kann beim Monopolisten ein weiterer Konkurrent oder für Produzenten der Raum sein - erweitert werden müssen, um zu den erwünschten Ergebnissen zu gelangen. Und so überrascht es dann auch nicht, daß die allgemeinen Lösungen der räumlichen Preisdifferenzierung (einschließlich der Einheitspreise) mit den klassischen Oligopollösungen übereinstimmen, ein Umstand, der bis heute nicht bemerkt oder zumindest ignoriert wurde.

---

(noch Fußnote 1 von Seite 72)

GREENHUT, M.L.: Plant Location in Theory and Practice, Chapel Hill 1956.

BÜVENTER, E. von: Bemerkungen zur optimalen Standortpolitik der Einzelunternehmung, in: Gestaltungsprobleme der Weltwirtschaft, Festschrift für Andreas Predöhl, Hrsg. H. Jürgensen, Göttingen 1964.

STEVENS, B.H.; RDELL, P.C.: Spatial Demand Theory and Monopoly Price Policy, in: Papers of the Regional Science Association, 1966 (17), S. 195-204.

BECKMANN, M.J.: Location Theory, Random House, New York 1968.

GREENHUT, M.L.: A Theory of the Firm in Economic Space, New York 1970.

GREENHUT, M.J.; OHTA, H.: Monopoly Output and Alternative Spatial Pricing Techniques, in: The American Economic Review, 1972 (62), S. 705 ff.

GREENHUT, M.L.; OHTA, H.: Discriminatory and Nondiscriminatory Spatial Prices and Outputs under Varying Market Conditions, in: Weltwirtschaftliches Archiv, 1975 (111), S. 310-332.

2 SMITHIES, A.: Optimum Location in Spatial Competition, a.a.O., S. 437.

3 MÖLLER unterscheidet folgende Grundformen der regionalen Preisdifferenzierung:

- Differenzierte Ortspreise
- Zonenpreise verschiedener Art
- Frankostationspreise
- Preise ab Frachtgrundlage

Vgl. MÖLLER, H.: Die Formen der regionalen Preisdifferenzierung, in: Weltwirtschaftliches Archiv, 1943 (57), S. 81-112.

Bei der Bestimmung der optimalen Preispolitik der Unternehmung im Raum wird im folgenden unterschieden zwischen der eindimensionalen und zweidimensionalen Anordnung der Nachfrager und Produzenten im Raum.

Eindimensionale Anordnung: Alle Nachfrager und Produzenten befinden sich auf einer Geraden (vergleichbar mit der Siedlungsweise in einem Tal).

Zweidimensionale Anordnung: Alle Nachfrager und Produzenten befinden sich auf einer Fläche (bei den eingangs formulierten Homogenitätsbedingungen mit einem Globus vergleichbar).

Zunächst werden vereinfachte Lösungsverfahren für folgende Preisstrategien eines Monopolisten erläutert:

- Differenzierte Ortspreise (cif)
- Einheitlicher Preis ab Werk (fob)
- Einheitlicher Preis frei Haus (cif)

Damit ergeben sich folgende zu unterscheidende Fälle:

- (a) Differenzierte Ortspreise ( $P_a$ )
- (b) Einheitlicher Preis ab Werk für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_b$ )
- (c) Einheitlicher Preis ab Werk für einen zweidimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_c$ )
- (d) Einheitlicher Preis frei Haus für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_d$ )
- (e) Einheitlicher Preis frei Haus für einen zweidimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_e$ )

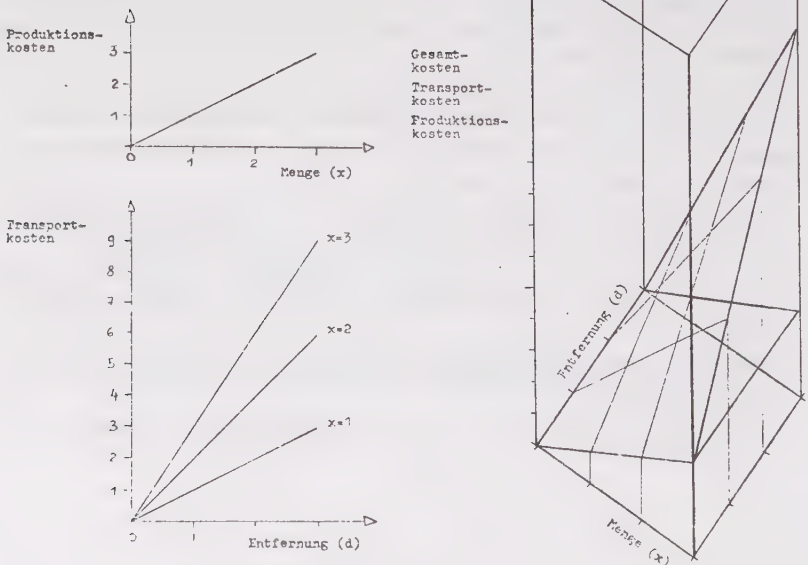
Um die Analyse zu vereinfachen, gelten neben den auf Seite 64 formulierten üblichen Annahmen einfacher Landschaftsstrukturmodelle folgende Bedingungen:

- Alle Nachfrager besitzen unabhängig von ihrem Standort identische Nachfragekurven (linear und negativ geneigt).
- Alle Nachfrager sind vom Produzenten aus gesehen gleichmäßig über die Strecke (eindimensional) oder den Raum (zweidimensional) verteilt.
- Der Monopolist produziert - der Einfachheit halber - mit konstanten variablen Durchschnittskosten. Es treten wahlweise Fixkosten auf.
- Die Transportkosten pro Stück und Kilometer sind konstant.



Damit werden denkbar einfache Annahmen unterstellt. Zur Ableitung der folgenden Ergebnisse ist es durchaus nicht unbedingt notwendig, daß beispielsweise konstante Grenzkosten unterstellt werden. Selbst bei steigenden Ertragszuwächsen und damit abnehmenden Grenzkosten gibt es eine optimale Betriebsgröße für Unternehmen, die ihre Durchschnittskosten einschließlich der Transportkosten minimieren. Die Ursache ist in der Tatsache zu sehen, daß bei konstanten Transportkosten pro Stück und Kilometer die Grenzkosten des Transports bei einer homogenen Region proportional mit dem Output und bei einer Region mit - vom Produktionsort gesehen - abnehmender Verdichtung sogar überproportional ansteigen. Diese komplizierten Zusammenhänge möge Abbildung 6 verdeutlichen.

Abb. 6 Produktionskosten und Transportkosten für alternative Entfernungen



## 1. Differenzierte Ortspreise ( $P_a$ )

MÖLLER hat den Begriff der regionalen Preisdifferenzierung folgendermaßen definiert:

"Mit 'regionaler Preisdifferenzierung' werden alle Formen der Absatzpolitik eines Betriebes bezeichnet, bei denen der erzielte Nettostückerlös ab Werk mit den Bestimmungs-orten oder mit den Absatzzonen, in die geliefert wird, variiert.

Es können folgende Grundformen der regionalen Preisdifferenzierung unterschieden werden: 1. Differenzierte Ortspreise, 2. Zonenpreise verschiedener Art, 3. Frankostationspreise und 4. Preise ab Frachtgrundlagen"<sup>1</sup>.

Damit sind noch alle denkbaren Formen der Preispolitik eines Monopolisten im Raum erfaßt. Wesentlich ist, daß alle Abnehmer von Waren bei einer derartigen Differenzierung auf Grund ihrer geographischen Lage unterschiedliche fob-Preise zu entrichten haben; d.h. auch, daß sich die Endverbraucherpreise nicht nur um die tatsächlich entstandenen Transportkosten unterscheiden<sup>2</sup>. Die Lösungsverfahren zur Bestimmung differenzierter Ortspreise sind spätestens seit LÖSCH<sup>3</sup> und MÖLLER hinlänglich bekannt. Da vor allen Dingen die graphischen Lösungsverfahren für die folgende Analyse einheitlicher Abgabepreise ab Werk oder frei Haus eine wichtige Rolle spielen, seien entsprechende Lösungsverfahren zur Bestimmung örtlich differenzierter Preise kurz erläutert.

Es gilt die Behauptung zu beweisen, daß ein Monopolist den absolut höchsten Gewinn erzielt, wenn es ihm gelingt, durch geeignete Preisgestaltung zwischen den Nachfragern entsprechend ihrer regionalen Lage möglichst genau zu differenzieren. Um

---

1 MÖLLER, H.: Grundlagen einer Theorie der regionalen Preisdifferenzierung, a.a.O., S. 335 (Unterstreichungen und Absetzung durch den Verf.).

2 Vgl. auch die Analyse einer optimalen Preispolitik monopolistischer Konkurrenz im Raum für die Grundtypen von Nachfragefunktionen (konvex, linear, konkav) in:

BÖVENTER, E. von: Bemerkungen zur optimalen Standortpolitik der Einzelunternehmung, a.a.O., S. 452-461.

3 LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 452-461.

diese Differenzierung vornehmen zu können, trägt der Monopolist bei örtlich differenzierten Preisen die Transportkosten. Die algebraischen und graphischen Lösungsverfahren werden in der Folge getrennt angegeben.

### Algebraisches Lösungsverfahren<sup>1</sup>

Nachfrage:

$$(1) \quad x = a - bP$$

Kosten des Anbieters:

$$(2) \quad K = (c+r)x$$

Umsatz des Monopolisten:

$$(3) \quad U = P_a(a - bP_a)$$

Gewinn des Monopolisten:

$$\begin{aligned} (4) \quad G &= U - K \\ &= P_a(a - bP_a) - (c+r)x \\ &= P_a(a - bP_a) - (c+r)(a - bP_a) \end{aligned}$$

$$G = \text{Max.}!$$

$$(5) \quad dG/dP_a = a - 2bP_a + bc + br \stackrel{!}{=} 0$$

$$(6) \quad P_a = 1/2 \frac{a}{b} + 1/2 c + 1/2 r$$

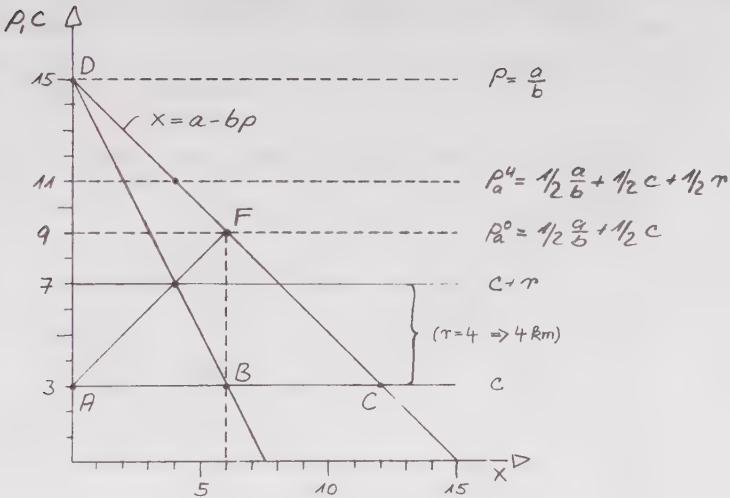
Um seinen Gewinn zu maximieren, wird der Monopolist seine Preise so differenzieren, daß der vom Produktionsort entfernt wohnende Nachfrager einen um die Hälfte der tatsächlich entstandenen Transportkosten erhöhten Preis zu bezahlen hat. Am Produktionsort selbst gilt der übliche Monopolverpreis  $P_a = 1/2 \frac{a}{b} + 1/2 c$ . Bemerkenswert ist, daß diese Regel zur Bestimmung optimaler differenzierter Ortspreise unabhängig von der gegebenen Bevölkerungsverteilung ist. Zwar nicht absolut aber relativ gesehen haben nahe Konsumenten im Verhältnis zu den tatsächlich entstandenen Kosten im Vergleich zu entfernter wohnenden Nachfragern verhältnismäßig höhere Preise zu bezahlen.

<sup>1</sup> Vgl. ausführliche Ableitung im Mathematischen Anhang Teil B.

<sup>2</sup> Vgl. auch LINGER, H.W.: Note on Spatial Price Discrimination, a.a.O., S. 75-77.

# Graphisches Lösungsverfahren

Abb. 7 Differenzierte Ortspreise eines Monopolisten für Nachfrager am Produktionsort und in 4 Kilometern Entfernung



$P_a^0$  = Ortspreis (cif) am Produktionsort ( $d=0$ )

$P_a^4$  = Ortspreis (cif) in 4 km Entfernung vom Produktionsort

$c$  = Grenzkosten der Produktion

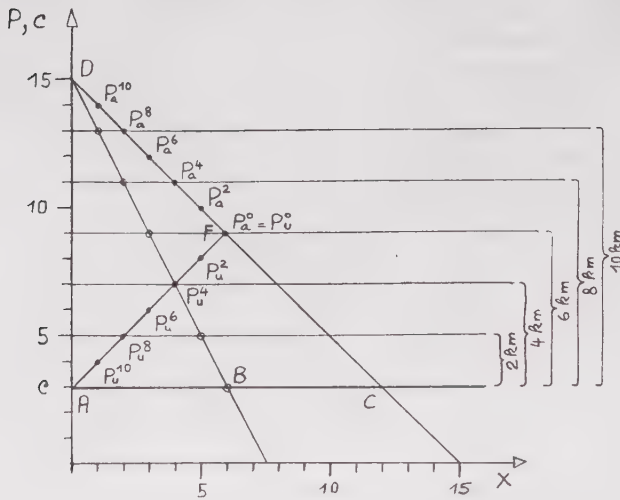
$r$  = Einheitstransportkosten ( $r = k \cdot d$ , wobei als Tarif pro Stück und km  $k=1,-$  DM unterstellt wird)

Schon LÖSCH<sup>1</sup> hat auf die Bedeutung der Diagonalen  $\overline{AF}$  in Abbildung 7 bzw. 8 für die Analyse der Preisdifferenzierung hingewiesen. Auf dieser Diagonalen kann für die maximale Reichweite  $\frac{a}{b} - c$  für jeden erreichbaren Nachfrageort die optimale Kombi-

<sup>1</sup> LÖSCH, A. Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 105.

nation von Stückerlös und jeweiliger Liefermenge abgelesen werden. Über dieser Diagonalen liegt der Transportkosten-trichter AFD, so daß vertikal über den entsprechenden Stückerlösen bzw. den Werkspreisen (fob) die maßgeblichen Ortspreise (cif) auf der Nachfragekurve abgelesen werden können.

**Abb. 8** Der Einfluß von Transportkosten auf die Differenzierung der Ortspreise eines Monopolisten



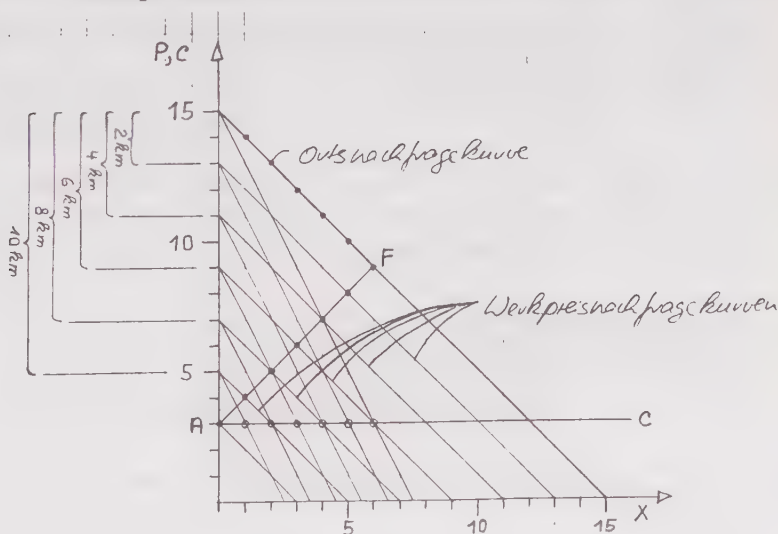
$P_a^0 = P_u^0$  Ortspreis (cif) = Werkspreis (fob)

$P_u^n$  = Stückerlös bzw. rechnerischer Werkspreis (fob) des Unternehmens für Absatz in n Kilometern Entfernung

$P_a^n$  = Ortspreise (cif) für Nachfrager in n Kilometern Entfernung

Identische Lösungen ergeben sich selbstverständlich bei dem sowohl von LÖSCH als auch MÖLLER<sup>1</sup> verwendeten Verfahren einer Parallelverschiebung der Nachfragefunktion um die für alternative Versendungsweiten jeweils typischen Transportkosten. Unterschieden wird dann zwischen sogenannten Ortsnachfragekurven und Werkpreinsnachfragekurven. In einer derartigen Darstellung (vgl. Abbildung 9) kann man die Diagonale  $\overline{AB}$  auch als Verbindungslinie aller Cournot'schen Punkte der für den Produzenten maßgeblichen Werkpreinsnachfragefunktionen (Endnachfrage) interpretieren.

Abb. 9 Orts- und Werkpreinsnachfragekurven für einen Monopolisten



Aus diesen formalen Zusammenhängen ergibt sich die weitere Beobachtung, daß - wie allgemein für lineare Nachfragefunktionen gültig - der Cournot'sche Punkt jeder der im Raum ver-

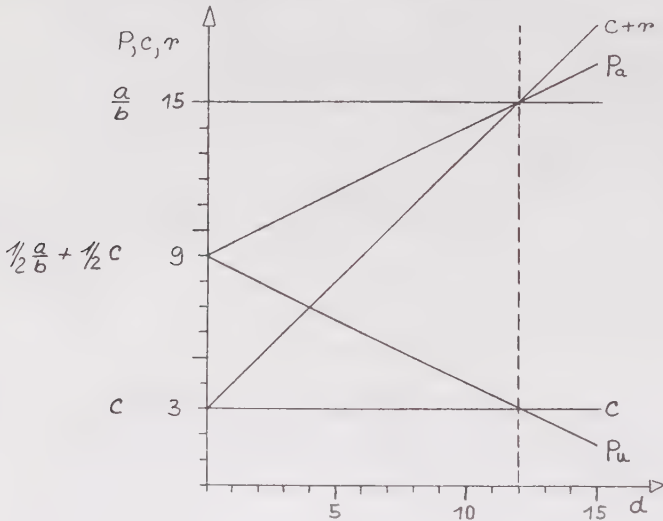
<sup>1</sup> MÖLLER, H.: Grundlagen einer Theorie der regionalen Preisdifferenzierung, a.a.O., S. 343.



streuten Werkpreinsnachfragefunktionen sich im relevanten Nachfragebereich oberhalb der Grenzkosten an einem Punkt mit der Elastizität von  $\epsilon = -1$  für den Bereich  $(a/b) - c$  befindet.

Die maximale Absatzreichweite und damit die Größe des Marktgebietes wird von der Differenz zwischen Höchstpreis  $(a/b)$ , den die Nachfrager bereit sind zu zahlen, und dem niedrigsten Werkpreis  $(c)$ , den der Produzent akzeptiert, bestimmt. Abbildung 10 zeigt, wann die Gewinnmöglichkeiten durch Erschließung neuer und immer entlegenerer Absatzmärkte erschöpft sind. Die Grenze des Marktgebietes<sup>1</sup> ist erreicht, wenn die lokalen Umsätze die Produktions- und Transportkosten nicht mehr decken.

Abb. 10 Maximale Reichweite des Absatzes bei differenzierten Ortspreisen



$P_a$  = Ortspreis (cif)

$d$  = Entfernung in km

$P_u$  = Rechnerischer Werkspreis (fob)

$c+r$  = Grenzkosten einschl. Transportkosten

<sup>1</sup> In unserem Beispiel mit Einheitstransportkosten von 1,- DM pro Stück und Kilometer, konstanten durchschnittlichen Produktionskosten von 2,- DM und id. Grenzkosten ergibt sich bei der überall geltenden Nachfragefunktion  $x = 15 - P$  eine maximale Absatzreichweite von 12 km.

Offensichtlich wird im Vergleich zu anderen denkbaren Preisstrategien durch eine Politik differenzierter Ortspreise bereits ein maximales Marktgebiet erschlossen, da der Monopolist in jedem Fall seine Produkte nur zu Preisen anbietet, die seine Grenzkosten einschl. der entstandenen Transportkosten decken. Jenseits einer Entfernung von 12 Kilometern sind aber in unserem Beispiel die Nachfrager nicht mehr bereit, einen entsprechenden Preis zu bezahlen. Ob der Gesamtgewinn des auf diese Weise erschlossenen Marktgebietes im Vergleich zu alternativen Preisstrategien maximal ist, wird zu überprüfen sein. Schon bevor ein Vergleich vorgenommen wird, scheint dafür zu sprechen, daß der Produzent auf allen Märkten konstante Grenzerträge erzielt (vgl. Abbildung 9).

## 2. Einheitlicher Preis ab Werk für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_b$ )

MÖLLER hat bereits darauf hingewiesen, daß die Monopolpreisbildung bei den hier unterstellten Annahmen (räumlich gleichverteilte Nachfrage) nur mit Hilfe der Integralrechnung zu lösen sind.

"Schon wenn eine gleiche individuelle Nachfragekurve für alle Abnehmer und eine regelmäßige räumliche Verteilung derselben in einem Absatzgebiet vorausgesetzt werden, können die Probleme der Monopolpreispolitik nur mit Hilfe der Integralrechnung exakt gelöst werden"<sup>1</sup>.

Als nächstes soll für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum - in Analogie zur Produktions- und Vertriebswirtschaft eines engen Tales - demonstriert werden, welche Möglichkeiten es für einen Monopolisten gibt, einen einheitlichen, für das ganze Marktgebiet verbindlichen, Preis ab Werk (Mill-Preis) festzulegen, der unter dieser Voraussetzung seinen Gewinn maximiert.

---

<sup>1</sup> MÖLLER, H.: Grundlagen einer Theorie der regionalen Preisdifferenzierung, a.a.O., S. 336 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Dabei können ihn gesetzliche Vorschriften, die eine regionale Preisdiskriminierung verbieten, oder der Unwille der Verbraucher über eine derartige Diskriminierung dazu bewegen, einen einheitlichen Preis ab Werk festzulegen.

### Algebraisches Lösungsverfahren<sup>1</sup>

Nachfrage:

$$(1) \quad x = a - bP$$

Kosten des Anbieters:

$$(2) \quad K = c \cdot x$$

Preis des Nachfragers:

$$(3) \quad P = P_b + r$$

Umsatz des Monopolisten am Produktionsort:

$$(4) \quad U = P_b \cdot x$$

Umsatz des Monopolisten im eindimensionalen Wirtschaftsraum:

$$(5) \quad U = P_b \cdot \int_0^R [a - b(P_b + r)] dr$$

Gewinn des Monopolisten:

$$(6) \quad G = P_b \cdot \int_0^R [a - b(P_b + r)] dr - c \cdot x$$

$$= P_b \cdot \int_0^R [a - b(P_b + r)] dr - c \cdot \int_0^R [a - b(P_b + r)] dr$$

Die maximale Reichweite  $R$  eines Produktes ist erreicht, wenn auf Grund der Transportkosten keine Nachfrage mehr vorhanden ist. Nachfrage:  $x = a - b(P_b + r) \stackrel{!}{=} 0$ , dann folgt für die Reichweite  $R$ :

Reichweite:  $r = a/b - P_b$  oder

$$(7) \quad R = \frac{a}{b} - P_b$$

(7) in (6) ergibt:

---

<sup>1</sup> Vgl. ausführliche Lösung im Mathematischen Anhang Teil F.

$$(8) \quad G = (P_b - c) \left[ ar - bP_b r - \frac{br^2}{2} \right]_0^{\frac{a}{b} - P_b}$$

$$= (P_b - c) \left( a \left( \frac{a}{b} - P_b \right) - bP_b \left( \frac{a}{b} - P_b \right) - \frac{b}{2} \left( \frac{a}{b} - P_b \right)^2 \right)$$

$G = \text{Max.}!$

$$(9) \quad \frac{dG}{dP_b} = (P_b - c)(-a + bP_b) + \left( \frac{a^2}{2b} - aP_b + \frac{b}{2} P_b^2 \right) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(bP_b - a) \left( P_b - c + \frac{bP_b - a}{2b} \right) = 0$$

1. Lösung:

$$bP_b - a = 0$$

$$P_b = a/b$$

2. Lösung:

$$P_b - c + \frac{bP_b - a}{2b} = 0$$

$$(10) \quad \boxed{P_b = 1/3 \frac{a}{b} + 2/3 c}$$

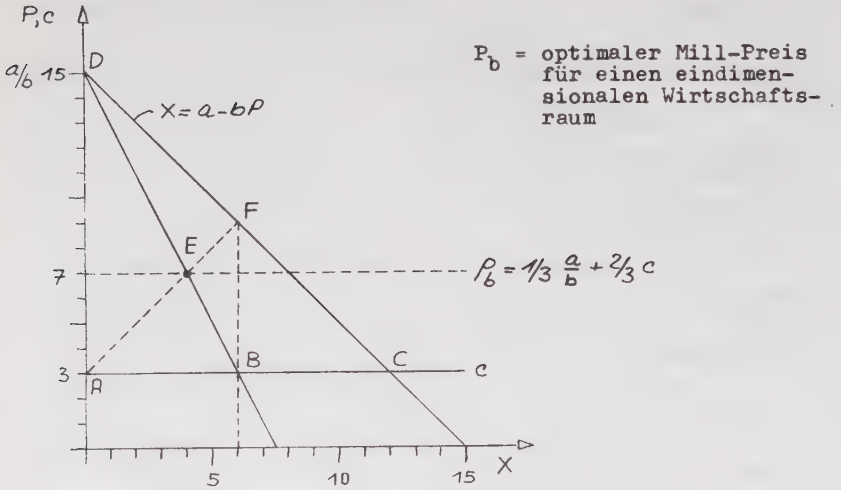
oder

$$P_b = 1/3 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$

Der für das gesamte eindimensionale Marktgebiet gewinnmaximierende einheitliche Preis ab Werk  $P_b$  beträgt  $2/3$  der Grenzkosten ( $c$ ) plus  $1/3$  des maximalen Nachfragepreises ( $a/b$ ). Die Höhe des Preises  $P_b$  entspricht damit der Summe aus Grenzkosten bzw. Durchschnittskosten und  $1/3$  der maximalen Versendungsweite ( $\frac{a}{b} - c$ ). Die Bestimmung der Größe des auf diese Weise erschlossenen Marktgebietes wird im Vergleich mit den folgenden Preisfestsetzungsmethoden vorgenommen.

## Graphisches Lösungsverfahren

**Abb. 11** Einheitlicher Preis ab Werk für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_b$ )



Es zeigt sich, daß für alle linearen und negativ geneigten Nachfragekurven bei den eingangs gesetzten Bedingungen (homogene räumliche Verteilung identischen Nachfragekurven und Produktion mit konstanten Durchschnittskosten) folgende Regel zur Auffindung des optimalen Mill-Preises für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum Gültigkeit hat:

Der Schnittpunkt E der Diagonalen  $\overline{AF}$  (Verbindungsline aller Cournot'schen Punkte der Werkpreissachfragekurven) mit der Grenzsatzkurve  $\overline{DB}$  der individuellen Nachfragekurve am Produktionsort bestimmt den optimalen eindimensionalen Mill-Preis.

Veranschaulicht man das räumliche Auftreten der Nachfrage und ihre entsprechende Reduzierung durch Transportkosten in einer 3-dimensionalen Darstellung (vgl. Abbildung 12), so wird deut-





In dem abgebildeten Beispiel wird unterstellt, daß jeweils ein Nachfrager pro Kilometer entlang einer Strecke (zunächst nur in einer Richtung vom Produktionsort aus gesehen) anzutreffen ist. Damit geht es um das Problem, für diesen gesamten - um die Transportkosten verminderten - Nachfragebereich bei gegebener Kostenstruktur den Gewinn unter der Nebenbedingung zu maximieren, daß für das gesamte Absatzgebiet ein einheitlicher Abgabepreis ab Werk festgelegt wird. Gesucht wird also ein maximaler Gewinn bzw. Reinerlös im Nachfragebereich ACDZ.

Aus dieser räumlichen Beschreibung des Optimierungsproblems läßt sich im Grunde schon erkennen, daß es sich hier lediglich um eine Dimensionserweiterung des herkömmlichen mikroökonomischen Ansatzes handelt. Eine entsprechende Erweiterung kann aber auch ohne aufwendige Integrationsverfahren bewältigt werden. Wie schon nachgewiesen wurde, geht es bei der Bestimmung eines gewinnmaximalen Mill-Preises lediglich um den Nachfragebereich oberhalb der Grenzkosten. Bei der folgenden Analyse, die einer Dimensionserweiterung der herkömmlichen Mikrotheorie dient, wird deshalb ähnlich wie bei COURNOT vollkommen von Kosten abstrahiert.

Für das räumliche Auftreten einer überall gleichen Nachfragefunktion des Typs  $x=a-bP$  gibt es folgende Möglichkeit, auf einfache Weise den eindimensionalen Mill-Preis (der hier den Umsatz im Raum maximiert, da keine Produktionskosten unterstellt werden) zu bestimmen. Die überall geltende individuelle Nachfragefunktion  $x=a-bP$  wird um die Dimension der maximalen Absatzreichweite ( $\frac{a}{b} - P$ ) erweitert.

Nachfrage:

$$x = a - bP$$

Dimensionserweiterung um maximale Absatzreichweite:

$$x = (a - bP) \cdot r \quad \text{wobei } r = \frac{a}{b} - P \text{ die maximale Absatzreichweite bezeichnet.}$$

Umsatz:

$$U = (a - bP) \left( \frac{a}{b} - P \right) P$$

$$= \frac{a^2}{b} P - 2aP^2 + bP^3$$

$$U' = \frac{a^2}{b} - 4aP + 3bP^2 \stackrel{!}{=} 0$$

$$P^2 - \frac{4}{3} \frac{a}{b} P + \frac{a^2}{3b^2} = 0$$

$$P_{1,2} = 2/3 \frac{a}{b} \pm \sqrt{\frac{4}{9} \frac{a^2}{b^2} - \frac{a^2}{3b^2}}$$

$$= 2/3 \frac{a}{b} \pm \sqrt{\frac{a^2}{9b^2}}$$

$$P_1 = a/b$$

$$P_2 = 1/3 \frac{a}{b}$$

Werden nun wiederum Grenzkosten berücksichtigt, so ist zu beachten, daß dann im Bereich  $a/b - c$  und nicht nur im Bereich  $a/b$  maximiert wird, so daß die allgemeine Lösung für die gewinnmaximale Festsetzung eines Mill-Preises lautet:

$$P_b = 1/3 (a/b - c) + c$$

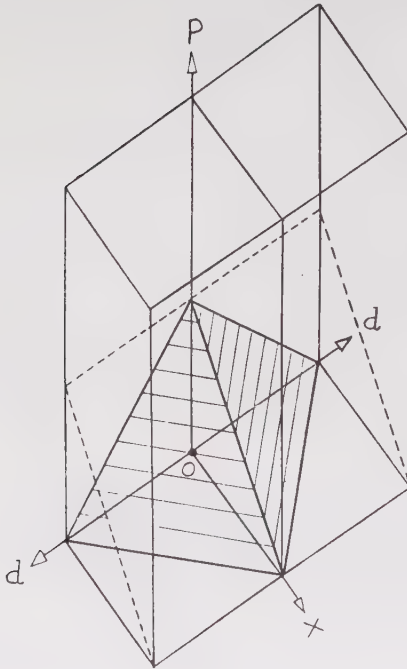
oder

$$P_b = 1/3 \frac{a}{b} - 2/3 c$$

Dieser Ausdruck ist wiederum identisch mit der auf viel aufwendigere Weise ermittelten Lösung (10). Selbstverständlich ist dieser Lösungsweg implizit in dem integralen Optimierungsverfahren enthalten ist, das ja auch eine Dimensionserweiterung des herkömmlichen Ansatzes vorsieht.

Berücksichtigt man die entsprechende Nachfrage für beide Richtungen des eindimensionalen Wirtschaftsraumes vom Produktionsort aus gesehen, so ergibt sich folgendes Optimierungsproblem:

Abb. 13 Die Nachfrage im eindimensionalen Wirtschaftsraum (zweiseitig) und ihre Reduzierung durch Transportkosten



Die Nachfrage eines zweiseitig-eindimensionalen Wirtschaftsraumes kann also durch die Hälfte einer entsprechenden Nachfragepyramide räumlich abgebildet werden. Der Schnittpunkt der beiden Winkelhalbierenden für Grenzümsatz und Diagonale aller Cournot'schen Punkte (Grenzkostenkurve inkl. Transportkosten) bestimmt den maßgeblichen Preis für ein Umsatzmaximum dieses Nachfragebereichs.

### 3. Einheitlicher Preis ab Werk für einen zweidimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_c$ )

Für einen Monopolisten gilt es, einen gewinnmaximalen einheitlichen Abgabepreis ab Werk für eine im zweidimensionalen Wirtschaftsraum gleichverteilte Gesamtnachfrage zu bestimmen. Das bereits für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum entwickelte Lösungsverfahren ist um  $2\pi r$  zu erweitern.

#### Algebraisches Lösungsverfahren<sup>1</sup>

Ausgehend von Gleichung (6) des eindimensionalen Verfahrens wird der Gewinn des Monopolisten bestimmt durch:

$$(11) \quad G = (P_c - c) \, 2\pi \int_0^R [r(a - bP_c - br)] \, dr$$

$$(12) \quad G = (P_c - c) \, 2\pi \left[ ar^2/2 - bP_c r^2/2 - br^3/3 \right]_0^{\frac{a}{b} - P_c}$$

$$= (P_c - c) \, 2\pi \left[ \frac{a}{2} \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 - \frac{b}{2} P_c \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 - \frac{b}{3} \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^3 \right]$$

$G = \text{Max.}!$

$$\frac{dG}{dP_c} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(13) \quad G' = \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^3 \frac{\pi b}{3} + \left( \frac{\pi b P_c}{3} - \frac{\pi b c}{3} \right) (-3) \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 \left[ \left( \frac{a}{b} - P_c \right) b + (bP_c - bc)(-3) \right] = 0$$

1. Lösung:

$$\left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 = 0$$

$$P_c = a/b$$

2. Lösung:

$$\left( \frac{a}{b} - P_c \right) b + (bP_c - bc)(-3) = 0$$

<sup>1</sup> Vgl. ausführliche Lösung im Mathematischen Anhang Teil G.

(14)

$$P_c = 1/4 \frac{a}{b} - 3/4 c$$

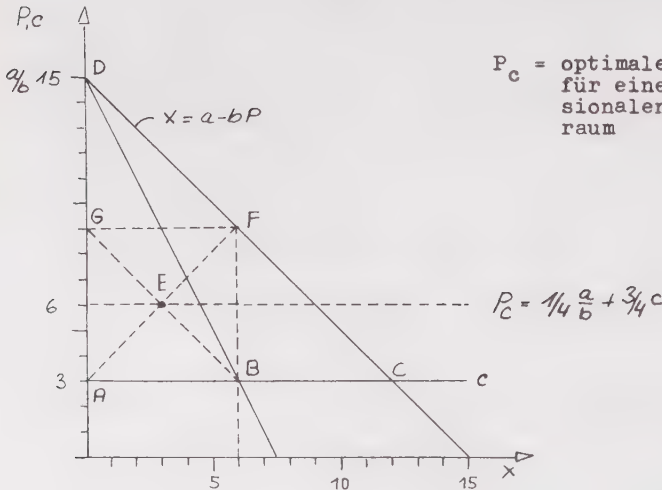
oder

$$P_c = 1/4 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$

Der für das gesamte zweidimensionale Marktgebiet gewinnmaximale Einheitspreis ab Werk  $P_c$  beträgt  $3/4$  der Grenzkosten plus  $1/4$  des maximalen Nachfragepreises. Die Höhe des zweidimensionalen Mill-Preises wird also von der Summe der Grenzkosten und dem monetären Äquivalent von  $1/4$  der maximalen Versendungsweite bestimmt.

#### Graphisches Lösungsverfahren

Abb. 14 Einheitlicher Preis ab Werk für einen zweidimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_c$ )



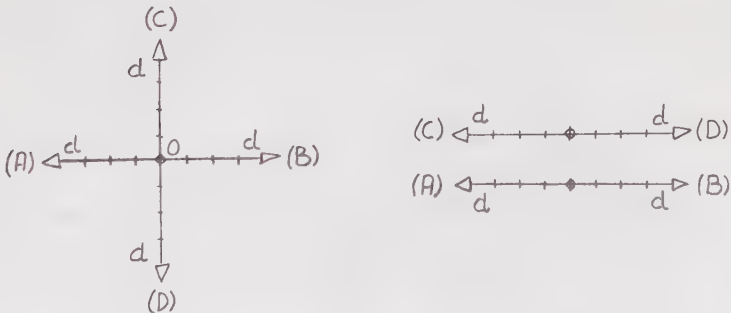
Folgende Regel zur Auffindung eines gewinnmaximalen Mill-Preises hat für alle linearen und negativ geneigten Nachfragekurven

bei Einheitstransportkosten Gültigkeit, sofern sich die Nachfrage homogen über den Raum verteilt:

Der Schnittpunkt  $E$  der Diagonalen  $\overline{AF}$  und  $\overline{BG}$  bestimmt den optimalen Mill-Preis eines zweidimensionalen Wirtschaftsraumes. Dabei entspricht die Diagonale  $\overline{AF}$  der Verbindungslinie aller regionalen Cournot'schen Punkte und die Diagonale  $\overline{BG}$  den relevanten Nachfragebereich auf Höhe der halben maximalen Absatzreichweite.

Dieses Optimierungsproblem entzieht sich einer 3-dimensionalen graphischen Abbildung, da Preis, Menge und ein zweidimensionaler Wirtschaftsraum abzubilden sind. Das eigentliche Optimierungsproblem kann man aber auf den Kern reduzieren, daß sich die Nachfrager auf einem Fadenkreuz befinden (vgl. Abbildung 15).

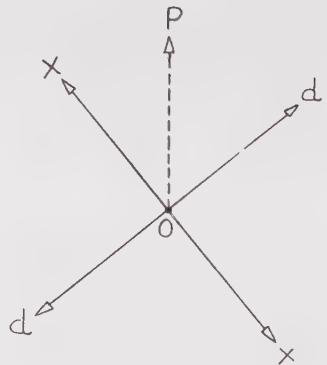
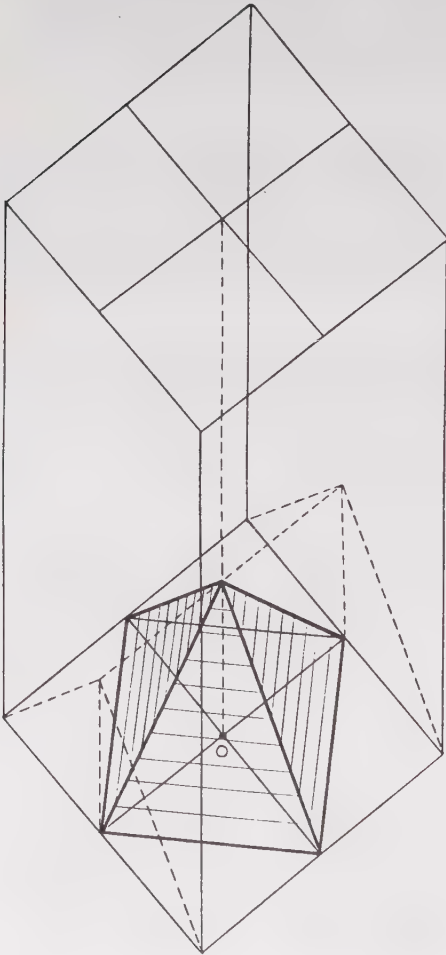
Abb. 15 Nachfrager eines vereinfachten zweidimensionalen Wirtschaftsraumes (2 Verdichtungsachsen)



Um die beiden relevanten Nachfragebereiche räumlich in einem gemeinsamen Diagramm abbilden zu können, werden die Verdichtungsachsen einander gegenübergestellt. Insgesamt ergibt sich damit eine räumliche Nachfragepyramide (vgl. Abbildung 16), die aus zwei Teilpyramiden der Abbildung 13 besteht.



Abb. 16 Nachfrage eines zweidimensionalen Wirtschaftsraumes (reduziert um die entsprechenden Transportkosten und beschränkt auf zwei Verdichtungsachsen)



Das Optimierungsproblem besteht nun darin, für ein zweidimensionales Marktgebiet den Mill-Preis so zu bestimmen, daß der Umsatz bzw. der Gewinn unter der Nachfragepyramide maximiert wird.

Der algebraische Ansatz

$$\int f(r) dr = \int_0^R ((a-b(P_c+r))r) dr$$

läßt sich wiederum entsprechend der Analyse für den eindimensionalen Fall vereinfacht berechnen:

$$x = (a-bP) \cdot r^2 \quad \text{wobei} \quad r = \frac{a}{b} - P$$

$$x = (a-bP) \left( \frac{a}{b} - P \right)^2$$

$$U = a^3 P / b^2 - 3a^2 P^2 / b + 3aP^3 - bP^4$$

$$U' = a^3 / b^2 - 6a^2 P / b + 9aP^2 - 4bP^3 \stackrel{!}{=} 0$$

$$\left( \frac{a}{b} - P \right)^2 (a - 4bP) = 0$$

$$P_1 = a/b$$

$$P_2 = 1/4 \frac{a}{b}$$

Durch Erweiterung ergibt sich die bereits aus (14) bekannte Lösung:

$$P_c = 1/4 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$

oder

$$P_c = 1/4 \frac{a}{b} + 3/4 c$$

#### 4. Einheitlicher Preis frei Haus für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_d$ )

In diesem Fall trägt wie bei der örtlichen Preisdifferenzierung der Produzent die Transportkosten. Zunächst wird ein für den gesamten eindimensionalen Absatzbereich einheitlicher Verbraucherpreis (cif) bestimmt, der den Gewinn des Monopolisten unter dieser Voraussetzung maximiert. Diese Preisgestaltung findet dann in der Praxis häufig Verwendung, wenn der Anteil der Transportkosten am Stückerlös nicht sehr hoch ist. Im Prinzip wird der Monopolist bei einer derartigen Preisgestaltung nur so weit liefern, wie sein Grenzkosten einschließlich der entstandenen Transportkosten noch von den erzielten Stückerlösen gedeckt sind.

#### Algebraisches Lösungsverfahren<sup>1</sup>

Nachfrage:

$$(1) \quad x = a - bP_d$$

Legende:

Vgl. Seite 92.

Kosten des Anbieters:

$$(2) \quad K = (c+r)x$$

Umsatz des Monopolisten am Produktionsort:

$$(3) \quad U = P_d(a - bP_d)$$

Gewinn des Monopolisten aus Umsatz am Produktionsort:

$$(4) \quad G = P_d(a - bP_d) - (c+r)(a - bP_d) \\ = (a - bP_d)(P_d - c - r)$$

Dieser Ansatz zur Bestimmung des Gewinns aus Absatz am Produktionsort ist noch identisch mit dem entsprechenden Ansatz zur Bestimmung örtlich differenzierter Preise ( $P_a$ ). Zur Ermittlung des optimalen Einheitspreises frei Haus (Uniform-Preis) muß der Gewinn für den gesamten eindimensionalen Wirtschaftsraum bestimmt werden.

---

<sup>1</sup> Vgl. ausführliches Lösungsverfahren im Mathematischen Anhang Teil H.

Gewinn des Monopolisten im eindimensionalen Wirtschaftsraum:

$$(5) \quad G = (a - bP_d) \int_0^R (P_d - c - r) dr \quad \text{wobei } R = P_d - c$$

Die maximale Versendungsweite beträgt  $R = P_d - c$ , da annahmegemäß der Monopolist die gesamten Transportkosten trägt. An entfernter gelegene Nachfrager wird ein Monopolist nicht liefern, da sonst seine Grenzkosten einschließlich seiner Transportkosten nicht mehr gedeckt sind.

$$(6) \quad G = \left[ (a - bP_d) P_d \cdot r - cr - r^2/2 \right]_0^{P_d - c}$$

$$= (a - bP_d)(P_d(P_d - c) - c(P_d - c) - (P_d - c)^2/2)$$

$$G = \text{Max.}!$$

$$\frac{dG}{dP_d} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(7) \quad G' = (a - bP_d)(P_d - c) + (P_d^2/2 - cP_d + c^2/2)(-b) \stackrel{!}{=} 0$$

$$P_d^2 - P_d \left( \frac{4}{3}c + \frac{2}{3}\frac{a}{b} \right) + \frac{2}{3}\frac{a}{b}c + \frac{1}{3}c^2 = 0$$

$$P_{1,2} = \frac{2}{3}c + \frac{1}{3}\frac{a}{b} \pm \sqrt{\left( \frac{1}{3}\frac{a}{b} - \frac{1}{3}c \right)^2}$$

1. Lösung:

$$P_1 = \frac{2}{3}c + \frac{1}{3}\frac{a}{b} - \left( \frac{1}{3}\frac{a}{b} - \frac{1}{3}c \right)$$

$$P_1 = c$$

2. Lösung:

$$P_2 = \frac{2}{3}c + \frac{1}{3}\frac{a}{b} + \frac{1}{3}\frac{a}{b} - \frac{1}{3}c$$

$$(8) \quad \boxed{P_d = \frac{2}{3}\frac{a}{b} + \frac{1}{3}c}$$

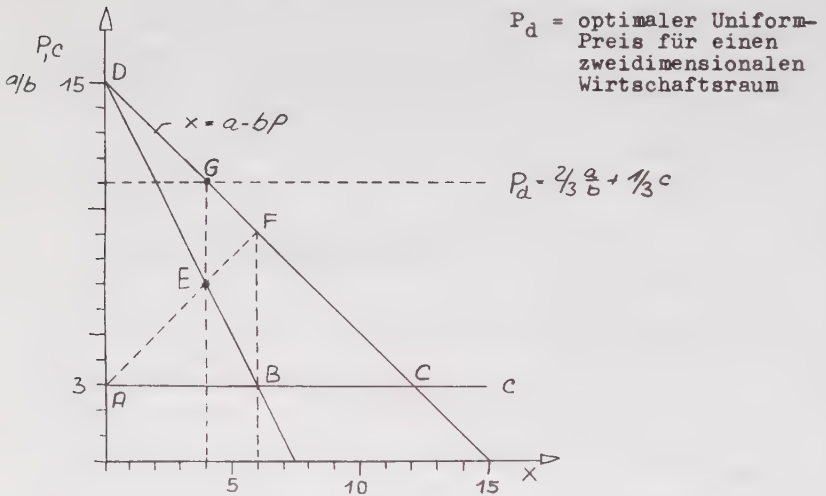
oder

$$P_d = \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b} - c\right) + c$$

Der für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum optimale Einheitspreis frei Haus eines Monopolisten entspricht den Transportkosten für  $2/3$  der maximalen Versendungsweite plus den entstandenen Grenzkosten.

## Graphisches Lösungsverfahren

Abb. 17 Einheitlicher Preis frei Haus für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_d$ )



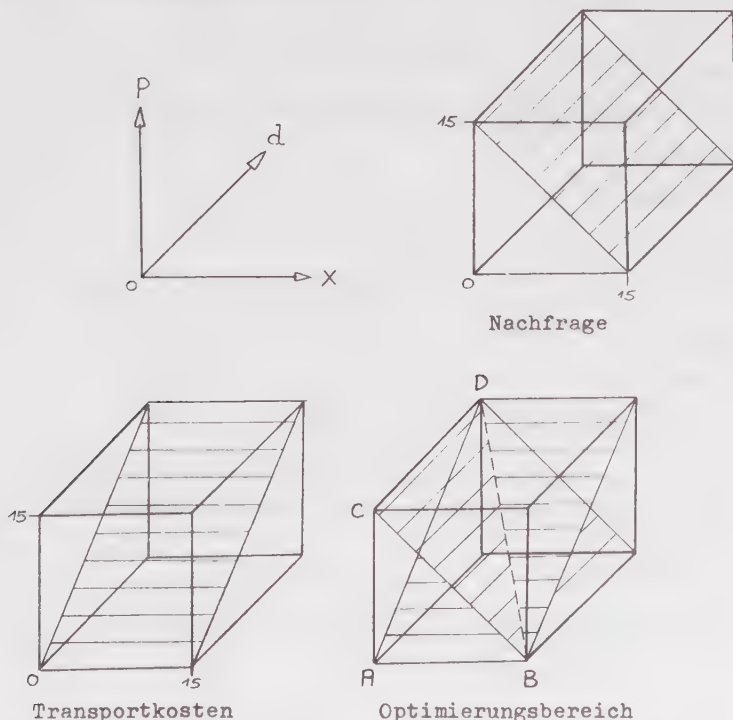
Wiederum für alle linearen und negativ geneigten Nachfragefunktionen gilt folgende Regel zur Bestimmung eines gewinnmaximalen Uniform-Preises für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum:

Der Schnittpunkt E der Diagonalen  $\overline{AF}$  mit der Grenzsatzkurve DB bestimmt den optimalen Uniform-Preis eines eindimensionalen Wirtschaftsraumes. Dabei kann die Diagonale  $\overline{AF}$  entweder als Verbindungslinie aller für den Monopolisten maßgeblichen Cournot'schen Punkte im Raum oder aber als Grenzkostenkurve inkl. Transportkosten aufgefaßt werden. Der Punkt E wird vertikal auf der überall im Raum maßgeblichen Nachfragekurve abgebildet. Der Schnittpunkt G bestimmt den gesuchten Uniform-Preis für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum.

Da kalkulatorisch nun der Monopolist die Transportkosten trägt, ist es nicht verwunderlich, daß der entsprechende Uniform-Preis (cif) genau über dem entsprechenden Mill-Preis (fob) liegt und praktisch durch ihn bestimmt wird. Deutlicher als zuvor läßt sich hier schon erkennen, daß es bei der optimalen Bestimmung von räumlichen Monopolpreisen immer um die entsprechende Umsatz- bzw. Gewinnmaximierung im entsprechenden Nachfragebereich geht. Waren für den Mill-Preis (Nachfrager trägt Transportkosten) Elastizitäten im Bereich FC maßgeblich, so geht es für den Uniform-Preis (Unternehmer trägt Transportkosten) um Elastizitäten im Bereich DF.

Dreidimensional läßt sich das hier vorliegende Optimierungsproblem folgendermaßen abbilden:

Abb. 18 Nachfrage und Transportkosten im eindimensionalen Wirtschaftsraum





Das Optimierungsproblem besteht für den Monopolisten darin, im Nachfragebereich ABCD einen Preis zu bestimmen der seinen Umsatz bzw. Gewinn maximiert. In Abbildung 18 wird von Grenzkosten abstrahiert, da sie zumindest bei konstanten Durchschnittskosten das Optimierungsproblem nicht beeinflussen. Die Transportkostengerade würde parallel nach oben verschoben und der Optimierungsbereich ABCD dadurch verkleinert.

Auf Grund dieser Analyse läßt sich der Ansatz (5)

$$(5) \quad G = (a - bP_d) \int_0^R (P_d - c - r) dr$$

folgendermaßen für den relevanten Nachfragebereich (Erweiterung um die maximale Versendungsweite  $P_d - c$ ) vereinfachen:

$$x = (a - bP)$$

$$U = (a - bP)(P - c)P$$

Aus der Vernachlässigung der Grenzkosten folgt:

$$U = (a - bP)P^2$$

$$U' = 2aP - 3abP^2 \stackrel{!}{=} 0$$

1. Lösung:

$$P_1 = 0$$

2. Lösung:

$$2a - 3abP = 0$$

$$P_2 = 2/3 \frac{a}{b}$$

Wird diese Lösung wiederum um die Grenzkosten erweitert, erhalten wir wieder die bereits abgeleitete Optimallösung (8):

$$P_d = 2/3 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$

$$(8) \quad P_d = 2/3 \frac{a}{b} + 1/3 c$$

5. Einheitlicher Preis frei Haus für einen zweidimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_e$ )

Wiederum ist das bereits für einen eindimensionalen Wirtschaftsraum bestimmte Lösungsverfahren um  $2\pi r$  zu erweitern.

Algebraisches Lösungsverfahren<sup>1</sup>

Ausgehend von Gleichung (5) des eindimensionalen Ansatzes wird eine entsprechende Erweiterung des Ansatzes vorgenommen:

$$(9) \quad G = (a-bP_e) 2\pi \int_0^R [(P_e-c-r)r] dr \quad \text{wobei} \quad R = P_e-c$$

$$(10) \quad G = (a-bP_e) 2\pi \left[ P_e r^2 - cr^2/2 - r^3/3 \right]_0^{P_e-c} \\ = (a-bP_e) 2\pi (P_e(P_e-c)^2 - \frac{c}{2}(P_e-c)^2 - \frac{1}{3}(P_e-c)^3)$$

$$G = \text{Max.}!$$

$$\frac{dG}{dP_e} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(11) \quad G' = (a-bP_e)(P_e-c)^2 \cdot 3 + (P_e-c)^3(-b) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(P_e-c)^2 \left[ (a-bP_e)3 + (P_e-c)(-b) \right]$$

1. Lösung:

$$(P_e-c)^2 = 0$$

$$P_e = c$$

2. Lösung:

$$(a-bP_e)3 + (P_e-c)(-b) = 0$$

---

<sup>1</sup> Vgl. ausführliches Lösungsverfahren im Mathematischen Anhang Teil I.

$$(12) \quad P_e = 3/4 \frac{a}{b} + 1/4 c$$

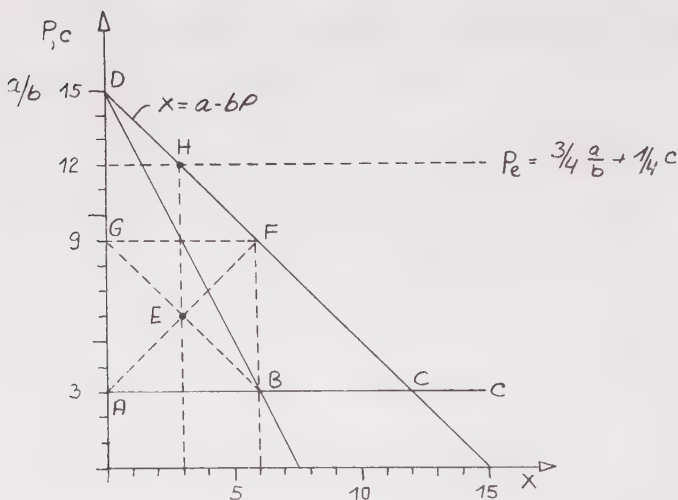
oder

$$P_e = 3/4 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$

Der gewinnmaximierende Einheitspreis frei Haus beträgt für alle Nachfrager im zweidimensionalen Wirtschaftsraum  $\frac{3}{4}$  des maximalen Nachfragepreises plus  $\frac{1}{4}$  der Grenzkosten bzw.  $\frac{3}{4}$  der Absatzreichweite  $\frac{a}{b} - c$  einschließlich der gesamten Grenzkosten.

## Graphisches Lösungsverfahren

Abb. 19    Einheitlicher Preis frei Haus für einen zweidimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_e$ )



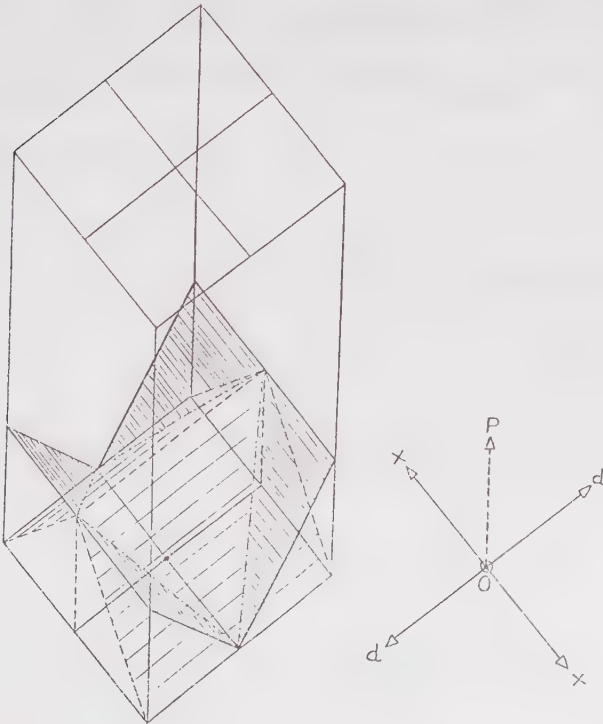
Folgende einfache Regel zur Auffindung des gewinnmaximalen Uniform-Preises für einen zweidimensionalen Wirtschaftsraum

ist zu beachten:

Der Schnittpunkt  $E$  der Diagonalen  $\overline{AF}$  und  $\overline{GB}$ , der bereits für den zweidimensionalen Mill-Preis maßgeblich war, bestimmt auch den zweidimensionalen Uniform-Preis. Die entsprechende vertikale Abbildung dieses Punkte auf der Nachfragekurve führt in  $H$  zur richtigen Lösung. Die Diagonale  $\overline{AF}$  kann wieder als Abbild einer für den Monopolisten maßgeblichen Grenzkostenkurve inkl. der Transportkosten angesehen werden.

In Analogie zur drei-dimensionalen Darstellung in Abbildung 16 kann auch das hier vorliegende Optimierungsproblem räumlich dargestellt werden, allerdings wiederum nur für zwei Verdichtungsachsen.

Abb. 20 Nachfrage und Transportkosten in einem 2-dimensionalen Wirtschaftsraum



Der Monopolist, der sich entschieden hat, für sein zweidimensionales Marktgebiet einen Uniform-Preis festzulegen, ist vor die Aufgabe gestellt, im komplizierten Innenbereich zwischen Nachfrage und Transportkosten der Abbildung 20 einen maximalen Gewinn zu bestimmen. Gemeint ist der Bereich, den der Transportkostentrichter (hier als auf den Kopf gestelltes Dach kenntlich) aus dem Nachfragebereich (hier als ein um  $90^\circ$  gedrehtes Dach ausgebildet) herauslöst. Werden Grenzkosten unterstellt, so verschieben sich die Transportkosten nach oben, so daß ein entsprechend kleinerer Nachfragebereich aus dem Kostenbereich herausragt.

Der entsprechende algebraische Ansatz dieses Optimierungsproblems

$$(9) \quad G = (a-bP_e) 2\pi \int_0^R ((P_e - c - r)r) dr$$

läßt sich wiederum nach Abbildung 20 vereinfachen in:

$$x = (a-bP)2\pi r \quad \text{wobei } r=P-c$$

$$x = (a-bP)(P-c)^2$$

$$U = (a-bP)(P-c)^2 \cdot P$$

Unter Vernachlässigung der Grenzkosten folgt:

$$U = (a-bP)P^3$$

$$U' = aP^2 - 4bP^3 \stackrel{!}{=} 0$$

$$P^2(3a-4bP) = 0$$

1. Lösung:

$$P_1 = 0$$

2. Lösung:

$$3a-4bP = 0$$

$$P_2 = 3/4 \frac{a}{b}$$

Bei Erweiterung um die Grenzkosten reduziert sich der Optimierungsbereich auf  $\frac{a}{b} - c$ , so daß für die optimale Lösung gilt:

$$P_e = 3/4 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$

oder

$$(12) \quad P_e = 3/4 \frac{a}{b} + 1/4 c$$

## 6. Zusammenfassung der Ergebnisse

### Algebraische Lösungsverfahren<sup>1</sup>

Die Ansätze zur Bestimmung gewinnmaximaler Angebotspreise eines Monopolisten bei alternativen Preisstrategien lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

#### Ansatz:

#### Lösung:

$$G = (a - bP_a)(P_a - c - r)$$

$$P_a = 1/2 \frac{a}{b} + 1/2 c + 1/2 r$$

$$G = (P_b - c) \int_0^R (a - b(P_b + r)) dr$$

$$P_b = 1/3 \frac{a}{b} + 2/3 c$$

$$G = (P_c - c) 2\pi \int_0^R ((a - b(P_c + r))r) dr$$

$$P_c = 1/4 \frac{a}{b} + 3/4 c$$

$$G = (a - bP_d) \int_0^R (P_d - c - r) dr$$

$$P_d = 2/3 \frac{a}{b} + 1/3 c$$

$$G = (a - bP_e) 2\pi \int_0^R ((P_e - c - r)r) dr$$

$$P_e = 3/4 \frac{a}{b} + 1/4 c$$

wobei

$P_a$  = differenzierter Ortspreis (cif)

$P_b$  = eindimensionaler Mill-Preis (fob)

$P_c$  = zweidimensionaler Mill-Preis (fob)

$P_d$  = eindimensionaler Uniform-Preis (cif)

$P_e$  = zweidimensionaler Uniform-Preis (cif)

<sup>1</sup> Vgl. auch ausführliche Lösungsverfahren im Mathematischen Anhang Teil E-I.



Die Erweiterung der für eine Punktwirtschaft maßgeblichen Nachfragefunktion  $x = a - bP$  um jeweils eine Dimension bei den Schritten von der Punktwirtschaft zur Streckenwirtschaft (eindimensionaler Wirtschaftsraum) und schließlich zur Raumwirtschaft (zweidimensionaler Wirtschaftsraum) wird deutlich, wenn man die punktbezogene Nachfragefunktion jeweils um die maximale Absatzreichweite erweitert. Selbstverständlich ist gerade diese Erweiterung implizit in den erläuterten Integrationsverfahren enthalten. Man kann jedoch schneller und einfacher zu den gewünschten Lösungen gelangen, indem man folgende Dimensionserweiterungen der einzelnen Ansätze vorsieht:

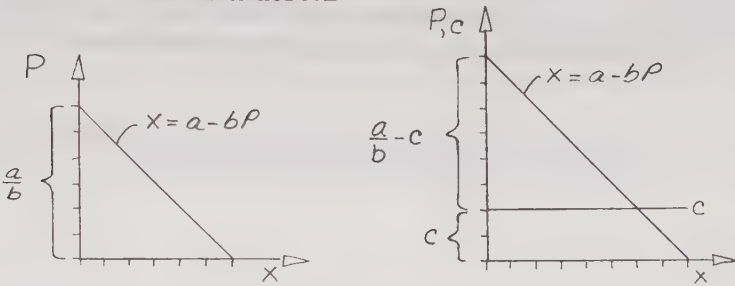
| <u>Ansatz:</u>                        | <u>Grenzsatz:</u>                       | <u>Lösung:</u>          |
|---------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------|
| $x = (a - bP_b)(\frac{a}{b} - P_b)$   | $U' = (\frac{a}{b} - P_b)(a - 3bP_b)$   | $P_b = 1/3 \frac{a}{b}$ |
| $x = (a - bP_c)(\frac{a}{b} - P_c)^2$ | $U' = (\frac{a}{b} - P_c)^2(a - 4bP_c)$ | $P_c = 1/4 \frac{a}{b}$ |
| $x = (a - bP_d)(P_d)$                 | $U' = (P_d)(2a - 3bP_d)$                | $P_d = 2/3 \frac{a}{b}$ |
| $x = (a - bP_e)(P_d)^2$               | $U' = (P_d)^2(3a - 4bP_e)$              | $P_e = 3/4 \frac{a}{b}$ |

wobei

|                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $(\frac{a}{b} - P_b)$<br>bzw.<br>$(\frac{a}{b} - P_c)$ | maximale Reichweite bei einheitlichen Preisen ab Werk (fob), d.h. Nachfrager übernimmt Transportkosten bis zur maximalen Differenz von $(a/b) - P$ .                                                                                                                  |
| $P_d$ bzw.<br>$P_e$                                    | Maximale Reichweite bei einheitlichen Preisen frei Haus (cif), d.h. der Produzent übernimmt die Transportkosten. Er ist bereit, maximal Transportkosten in Höhe von $P$ zu übernehmen, sofern keine Produktionskosten auftreten (sonst maximale Reichweite $P - c$ ). |

Werden nun wieder Produktionskosten und damit die maßgeblichen Grenzkosten der Produktion explizit berücksichtigt (Verschiebung des Koordinatensystems in den Ursprung, vgl. auch Abbildung 21), so ergeben sich folgende Lösungen:

Abb. 21 Optimierungsbereich mit und ohne Berücksichtigung von Grenzkosten



Lösung ohne Grenzkosten:

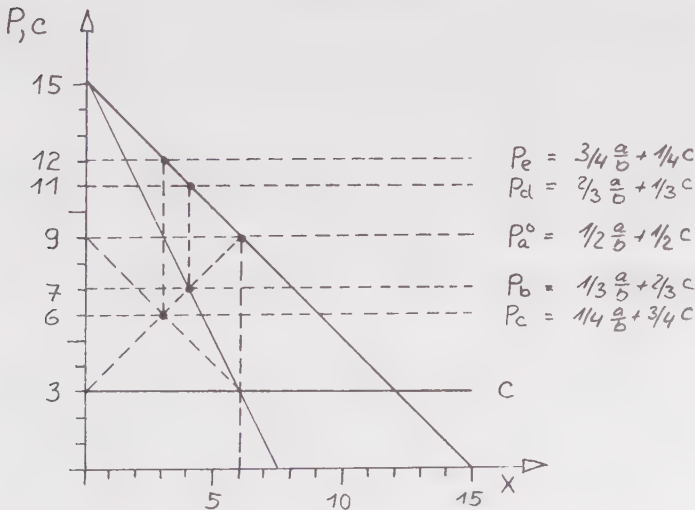
$$\begin{aligned} P_b &= 1/3 \frac{a}{b} \\ P_c &= 1/4 \frac{a}{b} \\ P_d &= 2/3 \frac{a}{b} \\ P_e &= 3/4 \frac{a}{b} \end{aligned}$$

Lösung mit Grenzkosten:

$$\begin{aligned} P_b &= 1/3 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c = 1/3 \frac{a}{b} + 2/3 c \\ P_c &= 1/4 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c = 1/4 \frac{a}{b} + 3/4 c \\ P_d &= 2/3 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c = 2/3 \frac{a}{b} + 1/3 c \\ P_e &= 3/4 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c = 3/4 \frac{a}{b} + 1/4 c \end{aligned}$$

Graphische Lösungsverfahren

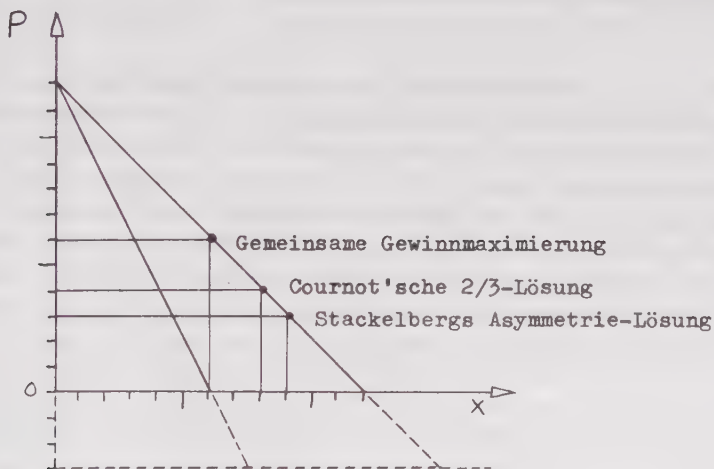
Abb. 22 Graphische Lösungsverfahren zur Bestimmung optimaler ein- und zweidimensionaler Mill(fob)- und Uniform (cif)-Preise





für den vollkommenen Markt (vgl. Abbildung 24) übereinstimmen<sup>1</sup>, sofern wie bei COURNOT unterstellt wird, daß keine Produktionskosten anfallen (Mineralquellen), also nur der über den Grenzkosten relevante Nachfragebereich berücksichtigt wird.

Abb. 24 Die Preisbildung des Oligopols auf dem vollkommenen Markt



So könnte dann auch Stackelbergs Asymmetrie-Lösung, bei der unterstellt wird, daß nur einer der beiden Dyopolisten Überlegenheitsstrategie (Unabhängigkeitsposition) betreibt, während der andere Dyopolist eine autonome Strategie (Abhängigkeitsposition) verfolgt, als ein zweidimensionales Nachfrageproblem bezeichnet werden, dem folglich die entsprechende Lösung für den zweidimensionalen Mill-Preis ( $P_c$ ) entspricht. Einer Dimensionserweiterung um den Raum auf der einen Seite entspricht auf der anderen Seite eine Dimensionserweiterung um einen weiteren Konkurrenten mit einer ganz bestimmten Verhaltensweise (Abhängigkeitsposition). Eines zeigt diese Analogie aber zumindest: Die in dieser Form vorgenommenen Erweiterung der herkömmlichen mikroökonomischen Theorie einer Punktwirtschaft

<sup>1</sup> Vgl. OTT, A.E.: Grundzüge der Preistheorie, Göttingen 1970, S. 215 (Abb. 100).

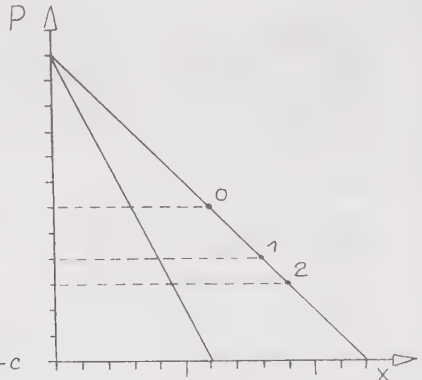
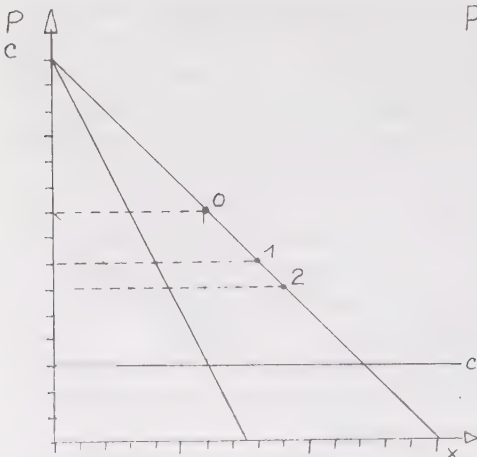
um eine räumliche Dimension vermag nicht, den Raum auch explizit in die Analyse einzubeziehen. Was vorgenommen wird, ist lediglich eine Dimensionserweiterung in allgemeinsten Form. Es bliebe noch zu sagen, daß die Cournot'schen 2/3-Lösung, bei der ja beide Dyopolisten eine autonome Strategie betreiben (beide verwirklichen eine Abhängigkeitsposition), einem eindimensionalen Nachfrageproblem und damit der Optimallösung für den eindimensionalen Mill-Preis entspricht.

Folgt aus dieser Analyse, daß die entsprechenden Lösungen für Oligopole im ein- und zweidimensionalen Wirtschaftsraum einfach um die entsprechenden Dimensionen erweitert werden müssen? Ohne hier diesem Gedanken weiter nachgehen zu können, wird vermutet, daß - bei den gesetzten Annahmen - die entsprechenden optimalen Lösungen wieder an Punkten entsprechender Elastizitäten für reduzierte Nachfragebereiche zu suchen sind. Zur Vereinfachung wird im folgenden wiederum kostenlose Produktion der Dyopolisten unterstellt.

Abb. 25 Monopol-Lösungen für Punkt-, Strecken- und Raumwirtschaft vs. Oligopol-Lösungen einer Punktwirtschaft

Monopol im 0-, ein- und zweidimensionalen Wirtschaftsraum

Oligopol in einer Punktwirtschaft



- 0 = fob-Preis in einer Punktwirtschaft  
1 = eindimensionaler fob-Preis  
2 = zweidimensionaler fob-Preis

- 0 = gemeinsame Gewinnmaximierung  
1 = Cournot'sche 2/3-Lösung  
2 = Stackelbergs Asymmetrie-Lösung

Voraussetzung der folgenden Lösungsvorschläge für räumliche Oligopolisten ist, daß alle Dyopolisten einheitlich nur fob-Preise in Rechnung stellen. Obwohl an dieser Stelle der Beweis für die Richtigkeit der folgenden Lösungen aus inhaltlichen wie zeitlichen Gründen nicht angetreten werden kann, soll kurz die Grundidee skizziert werden, wie die bekannten Oligopol-Lösungen im ein- und zweidimensionalen Wirtschaftsraum lauten könnten<sup>1</sup>.

Wenn unter Vernachlässigung von Produktionskosten eine formale Identität für Oligopol-Lösungen einer Punktwirtschaft und optimale fob-Preise eines Monopolisten für Punkt-, Strecken- und Raumwirtschaft nachgewiesen werden kann, ist zu vermuten, daß für entsprechende Oligopol-Lösungen im Raum wiederum eine einfache Dimensionserweiterung zu den richtigen Ergebnissen führt. Handelt es sich bei den Oligopol-Lösungen einer Punktwirtschaft auf Grund der Reaktionsweise der Dyopolisten um jeweils eine 0-dimensionale (gemeinsame Gewinnmaximierung), ein-dimensionale (Cournot'sche  $2/3$ -Lösung) oder zwei-dimensionale (Stackelbergs Asymmetrie-Lösung) Fragestellung, so müssen bei räumlicher Betrachtung dieser Probleme erneut die entsprechenden Dimensionserweiterungen um Punkt, Strecke und Raum vorgenommen werden. In Tabelle 2 sind die entsprechenden Dimensionen für die alternative Handlungswiese der Dyopolisten für eine Punkt-, Strecken- und Raumwirtschaft zusammengestellt.

Tab. 2      Oligopole einer Punkt-, Strecken- und Raumwirtschaft

|                                | Dimensionen der Fragestellung |         |      |
|--------------------------------|-------------------------------|---------|------|
|                                | Punkt                         | Strecke | Raum |
| Gemeinsame Gewinnmaximierung   | 0                             | 1       | 2    |
| Cournot'sche $2/3$ -Lösung     | 1                             | 2       | 3    |
| Stackelbergs Asymmetrie-Lösung | 2                             | 3       | 4    |

<sup>1</sup> BECKMANN hat dieses Problem nur allgemein besprochen, ohne exakte Lösungsvorschläge zu machen.

BECKMANN, M.J.: Location Theory, a.a.O., S. 34-38.

Einen möglichen Weg weisen vielleicht ROSS und WACHTER, die ein ähnliches Problem mit zeitlicher Dimension behandeln.

ROSS, S.A.; WACHTER, M.L.: Pricing and Timing Decisions in Oligopoly Industries, in: Quarterly Journal of Economics, 1975 (89), S. 115-137.

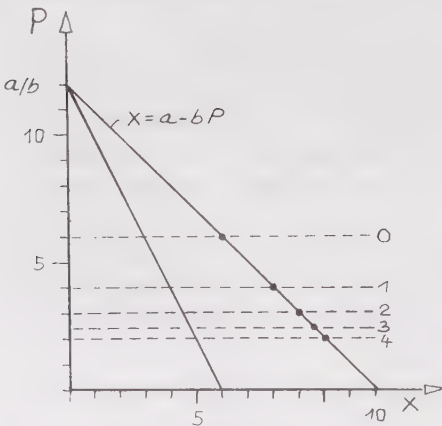


Die Lösungen für entsprechende ein- und zweidimensionale Fragestellungen sind hinlänglich bekannt. Zur Ermittlung der entsprechenden Preise einer Cournot'schen 2/3-Lösung oder Stackelberg'schen Asymmetrie-Lösung für eine Strecken- oder Raumwirtschaft (3- bzw. 4-dimensionale Fragestellung) bietet sich folgende einfache Erweiterungsmöglichkeit an:

|                |                        |            |     |
|----------------|------------------------|------------|-----|
| $x = (a-bP)^1$ | $U' = (a-2bP)$         | $P = a/2b$ | (0) |
| $x = (a-bP)^2$ | $U' = (a-bP)(a-3bP)$   | $P = a/3b$ | (1) |
| $x = (a-bP)^3$ | $U' = (a-bP)^2(a-4bP)$ | $P = a/4b$ | (2) |
| $x = (a-bP)^4$ | $U' = (a-bP)^3(a-5bP)$ | $P = a/5b$ | (3) |
| $x = (a-bP)^5$ | $U' = (a-bP)^4(a-6bP)$ | $P = a/6b$ | (4) |

Wenn diese Überlegungen zutreffen, ergeben sich folgende Lösungen:

Abb. 26 Monopol- und Oligopol-Lösungen für fob-Preise in einer Punkt-, Strecken- und Raumwirtschaft



0 = Monopolpreis in einer Punkt-  
wirtschaft oder  
Gemeinsame Gewinnmaximierung  
von Dyopolisten in einer  
Punktwirtschaft

1 = Eindimensionaler Mill-Preis  
eines Monopolisten oder  
Gemeinsame Gewinnmaximierung  
im eindimensionalen Wirt-  
schaftsraum bzw.  
Cournot'sche 2/3 Lösung einer  
Punktwirtschaft

2 = Zweidimensionaler Mill-Preis  
eines Monopolisten  
oder Cournot'sche 2/3-  
Lösung für eindimensio-  
nalen Wirtschaftsraum bzw.  
Stackelbergs Asymmetrie-  
Lösung für eine Punkt-  
wirtschaft bzw.  
Gemeinsame Gewinnmaximie-  
rung in einem zweidimen-  
sionalen Wirtschaftsraum

3 = Stackelbergs Asymmetrie-  
Lösung für einen eindimen-  
sionalen Wirtschaftsraum  
oder  
Cournot'sche 2/3-Lösung  
für einen zweidimensionalen  
Wirtschaftsraum

4 = Stackelbergs Asymmetrie-  
Lösung für einen zweidi-  
mensionalen Wirtschafts-  
raum

Oligopole erschließen damit tendenziell größere Marktgebiete als Monopole, da bis auf den Fall der gemeinsamen Gewinnmaximierung durch Dyopolisten niedrigere Preise festgesetzt werden, so daß auch noch entlegene Nachfrager die Transportkosten bestreiten können.

Kritisch ist natürlich bei dieser Analyse zu fragen, was überhaupt von einer derartigen Analogie zu halten ist. Genügt es bereits, wie bei der Gleichgewichtsdarstellung von Haushaltsoptimum und Minimalkostenkombination möglich, daß lediglich die Achsenbezeichnungen vertauscht werden, um - zumindest formal - zu den gewünschten Ergebnissen zu gelangen? Ist es wirklich für die Preisfindung egal, ob eine Analyse einmal um die Dimension "Raum" zum anderen Mal um die Dimension eines weiteren "Konkurrenten" erweitert wird? Sind diese gleichen Ergebnisse wirklich vergleichbar? Zumindest für die Gegenüberstellung gilt, daß noch ein weiter Weg zu gehen ist, bis in empirischen Untersuchungen auf diese Weise tatsächliche Reichweiten für alternative Produkte bestimmt werden können.

Dennoch soll an Hand des gewählten Beispiels kurz die Größe des Marktgebietes eines Monopolisten bei alternativer Preisgestaltung erläutert werden. Dazu werden zunächst unter vereinfachten Annahmen (nur jeweils ein Nachfrager pro Kilometer) die Höhe der Ausbringungsmenge, der Gewinn des Monopolisten und die Ausgaben der Konsumenten bestimmt.

## 2. Gewinn, Ausgaben und Ausbringungsmengen im Vergleich

An Hand der bisher verwendeten Nachfragefunktion  $x=a-bP$  oder  $x=15-P$ , die für alle Nachfrager gelten soll, werden die komplizierten Verhältnisse bezüglich Ausbringungsmenge und Gewinnsituation bei alternativer Preisgestaltung durch den Monopolisten für eine eindimensionale Wirtschaft analysiert. Dabei wird, wie oben erwähnt, unterstellt, daß sich in diesem eindimensionalen Wirtschaftsraum (Strecke) jeweils ein Nachfrager pro Entfernungseinheit (km) befindet. Der Monopolist produziert

weiterhin mit konstanten Durchschnittskosten; die Lieferungen erfolgen zu konstanten Transportkosten pro Kilometer (1,- DM pro Stück und Kilometer).

Aus den Abbildungen 8, 11 und 17 lassen sich für einen zwei-seitig eindimensionalen Wirtschaftsraum folgende Angaben ableiten:

Tab. 3            Umsatzgrößen bei örtlich differenzierten Preisen  $P_a$  in einem eindimensionalen Wirtschaftsgebiet

| d    | $P_a^{NF}$ | $P_a^A$ | $x_a$ | U     | K    | G     | TK    | A     |
|------|------------|---------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| 0    | 9          | 9       | 6     | 54    | 18   | 36    | -     | 54    |
| 1    | 9,5        | 8,5     | 5,5   | 46,75 | 16,5 | 30,25 | 5,5   | 52,25 |
| 2    | 10         | 8       | 5     | 40    | 15   | 25    | 10    | 50    |
| 3    | 10,5       | 7,5     | 4,5   | 33,75 | 13,5 | 20,25 | 13,5  | 47,25 |
| 4    | 11         | 7       | 4     | 28    | 12   | 16    | 16    | 44    |
| 5    | 11,5       | 6,5     | 3,5   | 22,75 | 10,5 | 12,25 | 17,5  | 40,25 |
| 6    | 12         | 6       | 3     | 18    | 9    | 9     | 18    | 36    |
| 7    | 12,5       | 5,5     | 2,5   | 13,75 | 7,5  | 6,25  | 17,5  | 31,25 |
| 8    | 13         | 5       | 2     | 10    | 6    | 4     | 16    | 26    |
| 9    | 13,5       | 4,5     | 1,5   | 6,75  | 4,5  | 2,25  | 13,5  | 20,25 |
| 10   | 14         | 4       | 1     | 4     | 3    | 1     | 10    | 14    |
| 11   | 14,5       | 3,5     | 0,5   | 1,75  | 1,5  | 0,25  | 5,5   | 7,25  |
| 12   | 15         | 3       | -     | -     | -    | -     | -     | -     |
| 0    |            |         | 6     | 54    | 18   | 36    | -     | 54    |
| 1-11 |            |         | 33    | 225,5 | 99   | 126,5 | 143,0 | 368,5 |
| 1-11 |            |         | 33    | 225,5 | 99   | 126,5 | 143,0 | 368,5 |
| Σ    |            |         | 72    | 505   | 216  | 289   | 286   | 791   |
| 0    |            |         | 6     | 54    | 18   | 36    | -     | 54    |
| 1-7  |            |         | 28,5  | 203   | 84   | 119   | 98    | 301   |
| 1-7  |            |         | 28,5  | 203   | 84   | 119   | 98    | 301   |
| Σ    |            |         | 63    | 460   | 186  | 274   | 196   | 656   |

Legende: d = Entfernung vom Produktionsort im Kilometern  
 $P_a^{NF}$  = Preis, den der Nachfrager entrichtet.  
 $P_a^A$  = Stückerlös des Monopolisten  
x = Ausbringungsmenge  
U = Umsatz  
K = Produktionskosten des Monopolisten (ohne Fixkosten)  
G = Gewinn (vor Fixkostenabzug) des Monopolisten  
TK = Transportkosten (1,- DM pro Stück und km)  
A = Ausgaben der Konsumenten

Tab. 4 Umsatzgrößen bei eindimensionalem Mill-Preis  $P_b$

| d        | $P_b^{NF}$ | $P_b^A$ | $x_b$ | U   | K   | G   | TK  | A   |
|----------|------------|---------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0        | 7          | 7       | 8     | 56  | 24  | 32  | -   | 56  |
| 1        | 8          | 7       | 7     | 49  | 21  | 28  | 7   | 56  |
| 2        | 9          | 7       | 6     | 42  | 18  | 24  | 12  | 54  |
| 3        | 10         | 7       | 5     | 35  | 15  | 20  | 15  | 50  |
| 4        | 11         | 7       | 4     | 28  | 12  | 16  | 16  | 44  |
| 5        | 12         | 7       | 3     | 21  | 9   | 12  | 15  | 36  |
| 6        | 13         | 7       | 2     | 14  | 6   | 8   | 12  | 26  |
| 7        | 14         | 7       | 1     | 7   | 3   | 4   | 7   | 14  |
| 8        | 15         | -       | -     | -   | -   | -   | -   | -   |
| 0        |            |         | 8     | 56  | 24  | 32  | -   | 56  |
| 1-7      |            |         | 28    | 196 | 84  | 112 | 84  | 280 |
| 1-7      |            |         | 28    | 196 | 84  | 112 | 84  | 280 |
| $\Sigma$ |            |         | 64    | 448 | 192 | 256 | 168 | 616 |

Tab. 5 Umsatzgrößen bei eindimensionalem Uniform-Preis  $P_d$

| d        | $P_d^{NF}$ | $P_d^A$ | $x_d$ | U   | K   | G   | TK  | A   |
|----------|------------|---------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 0        | 11         | 11      | 4     | 44  | 12  | 32  | -   | 44  |
| 1        | 11         | 10      | 4     | 40  | 12  | 28  | 4   | 44  |
| 2        | 11         | 9       | 4     | 36  | 12  | 24  | 8   | 44  |
| 3        | 11         | 8       | 4     | 32  | 12  | 20  | 12  | 44  |
| 4        | 11         | 7       | 4     | 28  | 12  | 16  | 16  | 44  |
| 5        | 11         | 6       | 4     | 24  | 12  | 12  | 20  | 44  |
| 6        | 11         | 5       | 4     | 20  | 12  | 8   | 24  | 44  |
| 7        | 11         | 4       | 4     | 16  | 12  | 4   | 28  | 44  |
| 8        | 11         | 3       | -     | -   | -   | -   | -   | -   |
| 0        |            |         | 4     | 44  | 12  | 32  | -   | 44  |
| 1-7      |            |         | 28    | 196 | 84  | 112 | 112 | 308 |
| 1-7      |            |         | 28    | 196 | 84  | 112 | 112 | 308 |
| $\Sigma$ |            |         | 60    | 436 | 180 | 256 | 224 | 660 |

Den absolut höchsten Gewinn mit  $G=289$  erzielt der Monopolist bei örtlich differenzierten Preisen gegenüber  $G=256$  bei Mill- oder Uniform-Preisen. Jedoch ist hierbei zu berücksichtigen, daß der Monopolist bei örtlich differenzierten Preisen ein wesentlich größeres Marktgebiet (11 km in beide Richtungen) mit der entsprechenden Nachfrage erschließt. Beschränkt man

den Gewinn-Vergleich auf ein gleichgroßes Marktgebiet (7 km in beide Richtungen), so ist der Gewinn bei örtlich differenzierten Preisen immer noch wesentlich größer als bei anderen Preisfestlegungen. Der vergleichbare Output liegt unter dem entsprechenden Output bei einheitlichem fob-Preis, so daß es zu einer schlechteren Gesamtversorgung kommt.

Interessant ist ein Vergleich zwischen Mill- und Uniform-Preis. Wie bereits oft beschrieben, erzielt der Monopolist den gleichen Gewinn, egal für welche Preisfestsetzung er sich entscheidet. Bekannt ist auch die Tatsache, daß Uniform-Preise entlegene Nachfrager, Mill-Preise dagegen nahe Konsumenten begünstigen<sup>1</sup>. Obwohl für den Unternehmer an sich die Entscheidung für oder gegen die eine oder andere Preisstrategie ambivalent ist, bestreiten die Konsumenten bei gleicher Güterversorgung höhere Ausgaben, da insgesamt höhere Transportkosten durch die relative Bevorzugung Entlegener entstehen. Dafür ist bei Uniform-Preisen aber die Güterversorgung (pro Kopf) denkbar ausgeglichen: sie ist überall gleich. Insofern könnte man auch hier von einer gemeinschaftlichen Subvention der Transportkosten sprechen, die nahegelegene Konsumenten zu tragen haben. Bei Uniform-Preisen kann kein Nachfrager eventuelle Lagevorteile nutzen. Damit ist aber auch bewiesen, daß es nicht egal ist, wer "rein rechnerisch" die Transportkosten trägt.

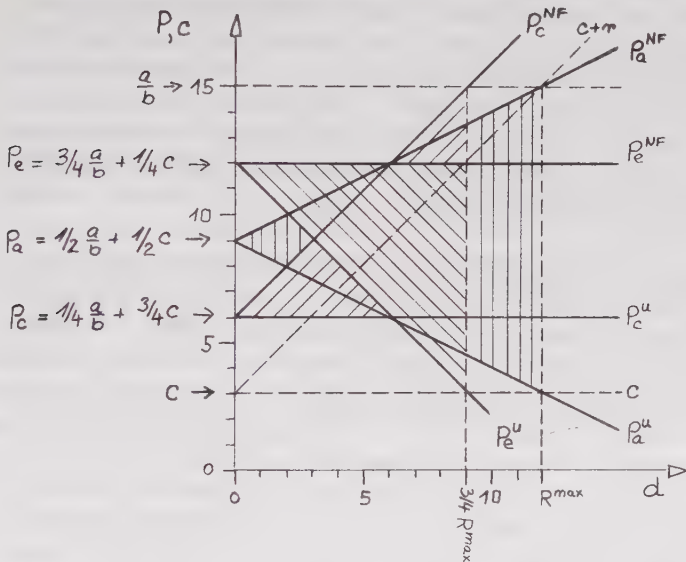
### 3. Reichweite der Lieferungen und Größe der Marktgebiete

Die maximalen Reichweiten der Lieferungen und die Höhe der Preise, die die Nachfrager an ihrem jeweiligen Standort zu tragen haben, sind aus Abbildung 27 für alternative Preisstrategien eines räumlichen Monopolisten ersichtlich.

---

<sup>1</sup> Bei diesem Vergleich wird nur auf Nachfrager in den Entfernungen 1-7 abgestellt. Anders als in dem präsentierten Beispiel ist es vielleicht sinnvoll, grundsätzlich eine Entfernung zwischen Produktionsort und Nachfrager zu unterstellen, da in der Regel zumindest eine kleine Distanz zu überwinden ist.

**Abb. 27** Reichweite und Ortspreise (cif) vs. Stückerlöse (fob) bei alternativen Preisstrategien eines Monopolisten in einem zweidimensionalen Wirtschaftsraum



- Legende:**
- $P_a^{NF}$  = Örtlich differenzierter Preis (cif), den der Nachfrager zu entrichten hat.
  - $P_a^A$  = Stückerlös (fob) des Monopolisten bei örtlich differenzierten Preisen
  - $P_c^{NF}$  = Preis (cif), den die Nachfrager bei Mill-Preis (fob) zu entrichten haben.
  - $P_c^A$  = Stückerlös (fob) des Monopolisten bei einheitlichem Preis ab Werk (Mill-Preis)
  - $P_e^{NF}$  = Preis (cif), den die Nachfrager überall als Einheitspreis (Uniform-Preis) zu entrichten haben.
  - $P_e^A$  = Stückerlös (fob) des Monopolisten bei Einheitspreis frei Haus (cif)
  - $c$  = Konstante Durchschnittskosten (Grenzkosten)
  - $c+r$  = Grenzkosten einschließlich Transportkosten (1,- DM pro Stück und km)
  - $d$  = Entfernung in Kilometern



Die maximale Absatzreichweite bei örtlich differenzierten Preisen  $P_a$  (cif) beträgt 12 km. Damit wird aus der Sicht des Monopolisten ein maximal großes Marktgebiet erschlossen. Bei Lieferungen an noch entferntere Orte würden Verluste auftreten, da der Stückerlös (fob) des Monopolisten die Durchschnittskosten der Produktion nicht mehr decken würde. Insofern kann der senkrecht schraffierte Bereich zwischen den örtlich differenzierten Preisen (cif) und den Stückerlösen (fob) auch als Transportkostentrichter angesehen werden.

Bei einheitlichen Preisen ab Werk (fob) oder frei Haus (cif)  $P_c$  und  $P_e$  beträgt die maximale Reichweite lediglich 9 km oder  $3/4$  der Absatzreichweite bei örtlich differenzierten Preisen ( $R^{\max}$ ). Die entsprechend schraffierten Bereiche können wiederum als Transportkostentrichter angesehen werden. Der Absatzradius bei einheitlichen Preisen ab Werk (fob)  $P_c$  wird von den mit der Entfernung ständig steigenden Transportkosten bestimmt, die in diesem Fall die Konsumenten übernehmen. Die Marktgebietsgrenze ist erreicht, wenn die Nachfrage auf Grund der hohen Transportkosten auf Null zurückgeht ( $P_c^{NF} = a/b$ ). Das Marktgebiet eines Monopolisten schließlich, der sich für eine einheitliche Preisfestsetzung einschließlich der Transportkosten ( $P_e$ ) entschieden hat, wird davon bestimmt, in welcher Entfernung die Stückerlöse noch die gesamten Grenzkosten (einschl. der Transportkosten) decken ( $P_e^{NF} = c+r$ ) oder die Nettostückerlöse (ohne Transportkosten) noch die Grenzkosten aufwiegen ( $P_e^U = c$ ).

In Höhe des halben maximalen Absatzradius  $R^{\max}$  (bei 6 km) ist es für die Konsumenten unerheblich, welcher Preisstrategie der Monopolist folgt; sie haben in jedem Fall einen einheitlichen Preis zu zahlen. Hier kehren sich auch für nahe und ferne Konsumenten bei alternativen Preisstrategien die Vorteile in Nachteile und umgekehrt.

4. Die Bedeutung von Absatzreichweiten für die Theorie der zentralen Orte

Die hier vorgelegte Analyse von geeigneten Preisstrategien für einen Monopolisten könnte natürlich auch auf weitere Marktformen und unterschiedliche Nachfragefunktionen (konvex, konkav, unterschiedlich linear) erweitert werden. Einerseits liegen grundsätzliche Erkenntnisse hierzu bereits vor<sup>1</sup>, andererseits sollte im Rahmen dieser Arbeit nur ein neuer und einfacher Weg zur Bestimmung von Absatzradien in ihrer besonderen Bedeutung für den Aufbau von Landschaftsstrukturmodellen abgeleitet werden.

- 1 Die Wirkung von unterschiedlich linearen Nachfragefunktionen auf die Analyse der Preisdifferenzierung im Raum hat ausführlich MÖLLER untersucht.

MÖLLER, H.: Grundlagen einer Theorie der regionalen Preisdifferenzierung, a.a.O., S. 335-391.

Wenn die Nachfragefunktion der Konsumenten einen konvexen (Elastizität der Nachfrage nimmt bei sinkenden Preisen nicht so schnell ab wie bei linearen Nachfragefunktionen) Verlauf nimmt, führt die Festsetzung eines einheitlichen Mill-Preises (fob) durch den Monopolisten zu höheren Gewinnen (output nimmt relativ stärker zu) als die Festsetzung eines einheitlichen Uniform-Preises (cif). D.h. auch, daß sich bei hyperbelähnlichen Nachfragefunktionen für den Monopolisten eine Preisdifferenzierung zugunsten naher Nachfrager lohnt. Das Marktgebiet wird tendenziell kleiner. Vgl. auch:

SMITHIES, A.: Monopolistic Price Policy in a Spatial Market, a.a.O., S. 63-73.

BÖVENTER, E. von: Bemerkungen zur optimalen Standortpolitik der Einzelunternehmung, a.a.O., S. 455-461.

STEVENS, B.H.; RYDELL, P.C.: Spatial Demand Theory and Monopoly Price Policy, in: Papers of the Regional Science Association, 1966 (17), S. 195-205.

GREENHUT kommt zu der Schlußfolgerung, daß der profitmaximierende räumliche Monopolist bezüglich des Preises notwendigerweise bestrebt ist, zugunsten entfernter Käufer zu diskriminieren. Deshalb produziert er bei cif-Preisen immer eine größere Menge zu einem niedrigeren Preis als ein räumlicher Monopolist, der fob-Preise berechnet. Diese Aussage soll für alle Grundstrukturen von Nachfragefunktionen gelten, sofern sie in sinnvollen Bereichen gelten. Die Richtigkeit dieser Aussage konnte im Rahmen dieser Arbeit untersucht werden, doch wird sie an Hand der Daten von Tabelle 27 zumindest für lineare Nachfragefunktionen in Zweifel gezogen.

GREENHUT, M.L.; OHTA, H.: Discriminatory and Nondiscriminatory Spatial Prices and Outputs under Varying Market Conditions, a.a.O., 310-332.

Keinesfalls kann diese Arbeit eine vollständige Analyse der Bestimmung von Absatzradien liefern. Wichtig scheint es aber, ständig vor Augen zu haben, daß in Landschaftsstruktursystemen nicht unbedingt alle bei CHRISTALLER und LÖSCH vorgesehenen Größen von Marktgebieten auch tatsächlich vorkommen müssen. Ihre Existenz wird jeweils von der für ein ganz spezifisches Produkt optimalen Absatzreichweite bestimmt. Die auf diese Weise bestimmten Marktgebiete reihen sich wiederum nur unter ganz bestimmten Bedingungen in der von LÖSCH beschriebenen Weise aneinander: Produzenten verteilen sich nicht dispers über die Landschaft, sondern suchen in der Regel Standorte auf, an denen bereits produziert wird. Dabei kann es allerdings zu sektoralen (räumlich und produktionstechnisch gesehenen) Verdichtungskorridoren kommen. Der Exkurs zur regionalen Preisdifferenzierung hatte also lediglich die Funktion zu zeigen, wie die herkömmliche Mikrotheorie die Frage nach der optimalen Absatzreichweite beantwortet. Die Aneinanderreihung der auf diese Weise abgegrenzten Marktgebiete zu einer Landschaftsstruktur ist weitgehend in den Modellen von CHRISTALLER und LÖSCH erfaßt. Einige Modifikationen - Landesgrenzen und unterschiedliche Bevölkerungsverdichtung - werden noch im Rahmen dieser Arbeit vorgenommen werden. Ob damit überhaupt die Grundvoraussetzung zum Aufbau von Landschaftsstrukturmodellen - die Bestimmung optimaler Absatzreichweiten - hinlänglich für empirische Untersuchungen erfüllt sind, wird sich erweisen müssen. Gegen eine zu einfache Anwendbarkeit der bisher präsentierten Verfahren spricht zumindest die offensichtlich wenig spezifizierte Dimensionserweiterung des herkömmlichen mikroökonomischen Ansatzes. Ob damit tatsächlich ein "raumwirtschaftstheoretisches" Verfahren zur Ermittlung von geeigneten Absatzradien oder nur eine n-dimensionale Erweiterung des bisher bekannten Ansatzes zur Bestimmung optimaler Preise entwickelt worden ist, halten wir zumindest für diskussionswürdig.

Wenn wir nun den Gedanken der Ableitung von räumlichen Nachfrage-  
regeln als Grundbaustein von Landschaftsstrukturmodellen wieder-

aufnehmen, so ist jetzt erheblich mehr über das mögliche Zustandekommen des am Produktionsort geltenden Ausgangspreises  $P^0$  in Abbildung 4 bekannt. Dieser Preis  $P^0$  kann in dieser einfachen Darstellung als maßgeblicher Preis vollkommener Konkurrenz am Produktionsort angesehen werden bis hin zum fob-Preis eines räumlichen Monopolisten.

In den Abbildungen 28 und 29 werden in Ergänzung zu Abbildung 5 im d-x-Quadranten die entsprechenden Grundfunktionen zur Ableitung räumlicher Nachfragekegel abgeleitet. Dabei werden zunächst nur zwei mögliche Ausgangspreise berücksichtigt: Einheitspreis ab Werk (fob) und örtlich differenzierte Preise am Nachfrageort (cif).

Abb. 28 Nachfrage und Transportkosten in einem homogenen Wirtschaftsgebiet bei monopolistischer Preispolitik

Einheitspreis ab Werk (fob)

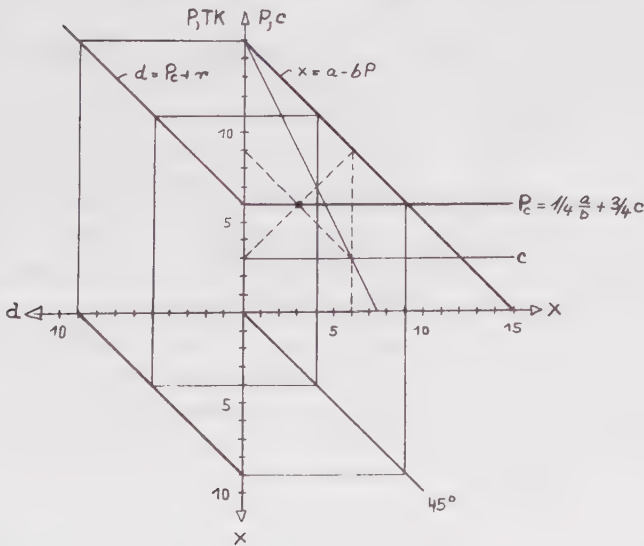
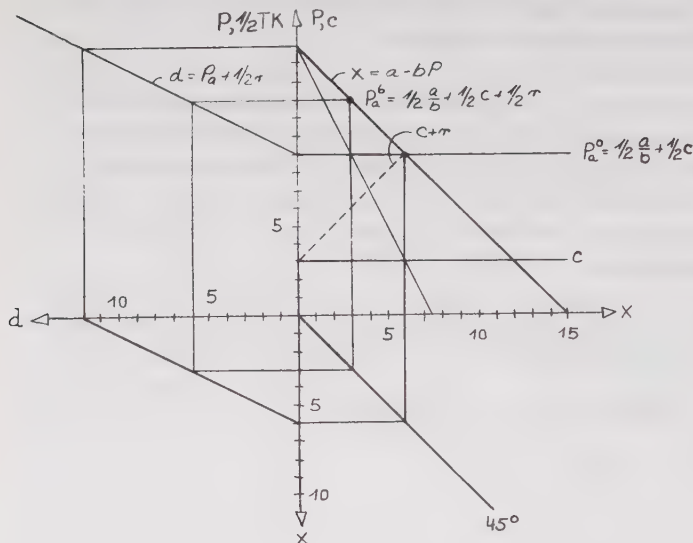


Abb. 29 Nachfrage und Transportkosten in einem homogenen Wirtschaftsgebiet bei monopolistischer Preispolitik

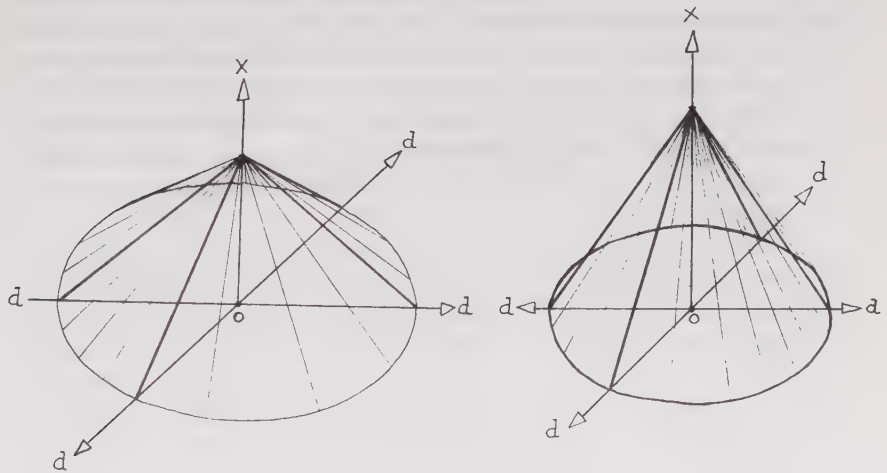
Örtlich differenzierte Preise (cif)



Unter der Voraussetzung, daß die in diesen Abbildungen unterstellte Nachfragefunktion überall im Raum gleichverteilt wirksam ist, ergeben sich folgende Nachfragekegel, die das Marktgebiet eines Monopolisten<sup>1</sup> eindeutig begrenzen.

<sup>1</sup> Räumliche Nachfragekegel für vollkommene Konkurrenz können ohne große Schwierigkeiten auch aus Abbildung 28 abgeleitet werden. So ist gegenüber der üblichen Gleichgewichtsbedingung für einen Monopolisten  $GK = GU = P(1 - 1/\epsilon)$  die maßgebliche Bedingung  $GK = GU = P$  für vollkommene Konkurrenz und die entsprechende Kapazitätsgrenze zu beachten.

Abb. 29      Räumliche Nachfragekegel bei unterschiedlichen  
Preisstrategien eines Monopolisten



Differenzierte Ortspreise(cif)      Einheitlicher Preis ab Werk(fob)

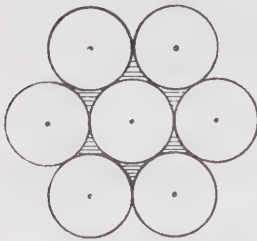
Je nach Handlungsweise der räumlichen Monopolisten oder Oligopolisten ergeben sich für einzelne Produktionsorte wohlabgegrenzte Marktgebiete unterschiedlicher Größe.

Unterstellt man vollkommene Konkurrenz zahlreicher Unternehmer an den einzelnen Produktionsorten, so ist die Größe des Marktgebietes eines Produktionsortes eindeutig bestimmt. Der Marktpreis am Produktionsort ist vorgegeben, die Absatzreichweite wird ausschließlich von den Transportkosten und von der - jenseits des am Produktionsort vorherrschenden Preises - im Raum noch vorhandenen Nachfrage bestimmt. Die Handlungsweise eines einzelnen Produzenten hat in diesem Fall keinen Einfluß auf die Größe des vom Produktionsort aus erschlossenen Marktgebietes für einen bestimmten Produktionszweig.

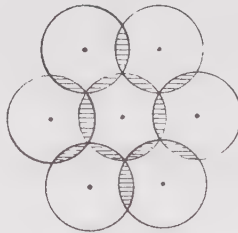


Die Frage ist nun, welche Landschaftsstruktur sich für eine Volkswirtschaft ergibt, wenn die Produktion eines bestimmten Gutes, für das in der beschriebenen Weise ein optimales Marktgebiet ermittelt worden ist, aufgenommen wird. Kommt es zu einer dispersen Produktion allerorten oder zu einer Beschränkung von Produktionsstätten an einzelnen Produktionsorten? Wenn wir von der Annahme ausgehen, daß zunächst nur ein einzelnes Unternehmen die Produktion an einem bestimmten Produktionsort aufnimmt, so werden sich weitere Unternehmen zunächst so ansiedeln, daß es zu keiner Überschneidung der Marktgebiete<sup>1</sup> kommt (vgl. Abbildung 30).

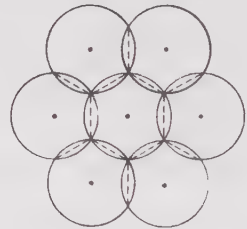
**Abb. 30** Der Übergang von kreisförmigen Marktgebieten in sechseckige Marktgebiete



Marktgebiete und unversorgte Teilgebiete



Marktgebiete mit Teilgebieten gemeinsamer Konkurrenz



Endgültige Abgrenzung der Marktgebiete

Unter der Voraussetzung, daß tatsächlich alle Nachfrager versorgt werden, kommt es zu einer Überlagerung der kreisförmigen Marktgebiete. Insgesamt werden damit zwar weitere Absatzmöglichkeiten erschlossen, für den einzelnen Unternehmer verringert sich jedoch die Zahl der zu versorgenden Nachfrager, da er einen Teil seines Marktgebietes mit einem benachbarten Konkurrenten teilen muß. Als Ergebnis resultiert eine Landschaftsstruktur

<sup>1</sup> Vgl. auch LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 75 (Abb. 23).

BERRY, B.J.L.: Geography of Market Centers and Retail Distribution, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1967, S. 59-73.

von sechseckigen Marktgebieten in einer quasi unendlichen Landschaft.

Besteht freier Zutritt für neue Unternehmen, so werden zunächst größere Überlagerungen erfolgen, so daß sich entsprechend die zu versorgende Nachfrage reduziert. Ein System von kleineren Marktgebieten tritt an die Stelle der alten Gebiete. Ein Ende der Reduzierung ist bei vollkommener Konkurrenz erst abzusehen, wenn die jeweils relevante Nachfragekurve die langfristige Durchschnittskostenkurve tangiert<sup>1</sup>.

Diese Mindestgröße der Produktion<sup>2</sup> und die Reichweite der Produkte (abhängig vom Erstellungspreis, den Transportkosten und der räumlichen Nachfrage) sind die elementaren Bestandteile eines Systems von Marktnetzen. Gibt es keine derartige Mindestgröße der Produktionsanlagen, die erst eine kostendeckende Produktion ermöglicht, kann im Prinzip bei vollkommener Konkurrenz jedes Produkt an jedem Ort in beliebiger Menge produziert werden. Ein Transport erübrigt sich.

Als Ergebnis zeichnet sich bei vollkommener Konkurrenz ein Wirtschaftsraum ab, dessen Nachfrager ohne Versorgungslücken von einer maximalen Zahl identischer Produktionsstätten minimaler Größe in gleichgroßen Marktgebieten versorgt werden.

#### D. Aufbau der Landschaftsstrukturmodelle von Christaller und Lösch

In der folgenden Zusammenstellung geht es nur um einige wichtige formale Zusammenhänge der Systeme von CHRISTALLER und LÖSCH,

---

1 Vgl. LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 72 (Abb. 22).

2 Diese Mindestgröße der Produktionsanlagen ist nur für vollkommene Konkurrenz relevant. Für Oligopole oder Monopole sind auch bei linearen durchschnittlichen Gesamtkosten eindeutige Lösungen abzuleiten, für vollkommene Konkurrenz allenfalls bei Unterstellung von Unstetigkeitsstellen.

Vgl. auch BERRY, B.J.L.; GARRISON, W.L.: Recent Developments of Central Place Theory, in: Papers of the Regional Science Association, 1958 (4), S. 107-120.

die für die weitere Analyse von Bedeutung sind. Der Aufbau dieser beiden grundlegenden Landschaftsstruktursysteme ist hinlänglich beschrieben worden<sup>1</sup> und bedarf keiner weiteren Erläuterungen.

Von der formalen Struktur gesehen hat die vielzitierte Feststellung

"Lösch baut sein System der Marktnetze von unten auf, auf der Grundlage der kleinsten Siedlungen, während Christaller in seinen Ableitungen bei einem Gut mit gegebenem Absatzgebiet anfängt und sein System von oben nach unten konstruiert".<sup>2</sup>

eigentlich keinen Einfluß auf den Grundaufbau einer theoretischen Landschaftsstruktur. Prinzipiell ist ein Christaller-System - welcher Art auch immer<sup>3</sup> - in einem Lösch-System vollständig enthalten. Insofern ist jede Christaller-Hierarchie als ein Spezialfall eines Lösch-Systems anzusehen. Theoriegeschichtlich sind somit zuerst einige Spezialfälle theoretischer Landschaftsstruktursysteme entwickelt worden. Erst LÖSCH ist es in der Folge dann gelungen, eine allgemeine Lösung zu formulieren und damit ein vollständiges System aller denkbaren Marktnetze für eine vorgegebene Standortverteilung zu

---

1 Die ausführlichste Beschreibung findet sich an originaler Stelle:

CHRISTALLER, W.: Die zentralen Orte in Süddeutschland, 1933, a.a.O.

LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, 1940, a.a.O.

Vgl. auch VON BÖVENTER, E.: Die Struktur der Landschaft, 1962, a.a.O.

und kurze Beschreibungen in:

BERRY, B.J.L.: Geography of Market Centers and Retail Distribution, a.a.O., S. 63-73.

LLOYD, P.E.; DICKEN, P.: Location in Space - A Theoretical Approach to Economic Geography, Harper and Row, New York, 1972.

Als Vorläufer dieser Untersuchungen können die Arbeiten von GRADMANN gewertet werden:

GRADMANN, R.: Die städtischen Siedlungen des Königreichs Württemberg, in: Forschungen zur deutschen Landes- und Volkskunde, 21. Bd., Heft 2, (2. Aufl.), Stuttgart 1926.

2 VON BÖVENTER, E.: Die Struktur der Landschaft, a.a.O., S. 85.

3 Gemeint sind (k=3)-, (k=4)- und (k=7)-Systeme des hierarchischen Aufbaus von Städten, vgl. Abbildung 35 auf Seite 150.

entwerfen<sup>1</sup>. Berücksichtigt man dazu die Erkenntnis, daß auch in einem theoretischen Raumwirtschaftsmodell einer Volkswirtschaft durchaus nicht alle nach LÖSCH vorstellbaren Marktnetze tatsächlich vorkommen müssen<sup>2</sup>, so kann man ein Christaller-System grundsätzlich als ein Lösch-System ansehen, in dem systematisch einzelne Kategorien von Marktnetzen entfallen. Damit wird deutlich, daß es sich bei der Feststellung, das eine System sei von "unten", das andere von "oben nach unten" aufgebaut, um eine inhaltliche Erklärung des Zustandekommens derartiger Marktnetze zentraler Orte handelt. Es ist aber festzuhalten, daß im Prinzip kein Unterschied zwischen beiden Systemen besteht, wenn man die endgültige Landschaftsstruktur beider Systeme als Endergebnis eines Produktionsprozesses versteht, der ein räumliches Gleichgewicht gefunden hat.

Bei einem Vergleich beider Systeme kann der Eindruck entstehen, daß in einem Christaller-System die Standorte der zentralen Orte nicht vorbestimmt sind, jedoch bei LÖSCH durch die Vorgabe der kleinsten ländlichen Siedlungseinheiten<sup>3</sup> eindeutig festgelegt sind. Betrachtet man das Abbild einer theoretischen Landschaftsstruktur für eine Volkswirtschaft mit vorgegebener Produktionsstruktur, so ist für beide Systeme typisch, daß nur

---

1 Auch unter Berücksichtigung eines Freiheitsgrades bei der Anordnung der viertgrößten Marktgebiete (Ursache für räumliche Verdichtung in einzelnen Korridoren). Damit hat LÖSCH im Grunde zwei Landschaftsstrukturen entworfen: Eine, die von vorne zu sehen ist und eine, die als spiegelbildliche Projektion (oder einfacher von hinten) zu sehen ist.

2 Auch LÖSCH hat diesen Zusammenhang gesehen, der oft nicht beachtet wird.

"Und noch etwas sei betont: die möglichen Marktgebiete brauchen nicht alle wirklich vorzukommen".

LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 83 (Unterstreichungen durch den Verf.).

3 Vgl. dazu bei LÖSCH:

"Was immer die kleinsten Siedlungen sein mögen: Einzelhöfe, Weiler oder Dörfer - sie liegen in gewissen Abständen voneinander, die wir nur dann vernachlässigen dürfen, wenn sie im Verhältnis zum Marktgebiet klein sind".

LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 79 (Unterstreichungen durch den Verf.).

dort Waren und Dienstleistungen höherer Ordnung produziert werden, wo zumindest ein anderer Produzent - und das kann durchaus ein landwirtschaftlicher Produzent im Sinne von LÖSCH sein - ansässig ist. Dabei kann die Rangfolge der erzeugten Produkte - gemessen an der Reichweite - durchaus unterschiedlich sein; die Regel von CHRISTALLER, daß jeder übergeordnete zentrale Ort sämtliche Waren und Dienstleistungen untergeordneter Orte erzeugt, hat also nur für einen Teil des städtischen Angebots und wiederum nur für ganz bestimmte zentrale Orte im Raum Gültigkeit. Ohne diese Orientierung an den Standorten der anderen Produzenten käme es zu einer völlig dispersen Zersiedelung der Landschaft: Nicht nur die Nachfrager, sondern auch die Produktion wäre dezentral über die gesamte Landschaft verteilt, die Nachfrager homogen, die Produzenten weitgehend stochastisch. So ist von einem Mittelpunkt aus gesehen durchaus ein System von Marknetzen vorstellbar, das sich stufenlos erweitert und in beliebiger gegenseitiger Versetzung im Raum anordnet; selbst ein System ist denkbar, bei dem bis auf den Mittelpunkt sämtliche Produkte an individuellen Standorten gefertigt werden. Gerade bei vollkommener Konkurrenz gewinnen derartige Überlegungen an Bedeutung. Ein Monopolist wird unter der Voraussetzung, daß keine externen Effekte aus Fühlungsvorteilen mit anderen Unternehmen resultieren, seinen Standort nach einer für ihn optimalen Betriebsgröße in der beschriebenen Weise bestimmen. Inwieweit sich die in Abbildung 30 erläuterte Ansiedlung von räumlichen Monopolisten wiederum mit Standorten von weiteren Monopolisten, die andere Produkte mit der gleichen Reichweite herstellen, deckt oder nur zum Teil deckt, ist keineswegs streng vorgegeben. Für Hersteller verschiedener Produkte mit gleichen Absatzreichweiten ist also ein System von Standorten denkbar, das nicht deckungsgleich<sup>1</sup> ist (vgl. Abbildung 31 und die denkbare vielfältige Anordnung auf dem Innkreis).

---

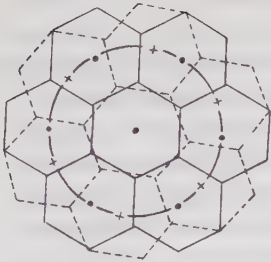
<sup>1</sup> Vgl. auch LÖSCH dazu:

"Die Absatzgebiete der verschiedenen Güterklassen gleichen Netzen von Sechsecken, engen und weitmaschigen, die wir zunächst beliebig über unsere Ebene werfen können. Trotz des entstehenden Durcheinanders läge jeder Ort im Absatzbereich sämtlicher Güter".

LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 86 (Unterstreichungen durch den Verf.).



**Abb. 31** Wahlweise Anordnung von Marktgebieten für nicht-homogene Güter gleicher Absatzreichweite



- = Produktionsorte für Gut x
- + = Produktionsorte für Gut y
- = Marktgebiet für Gut x
- = Marktgebiet für Gut y

Eine konsequente Begründung für die typischen Strukturen bei CHRISTALLER und LÖSCH läßt sich nur über das hierarchische Argument, daß jeder zentrale Ort höherer Ordnung sämtliche Produkte zentraler Orte niederer Stufe anbietet, oder durch die Vorgabe eines Standortrasters für sämtliche in der Landschaft vorhandenen Produktionspunkte in der üblichen Bienenwabenform geben. Dabei bestimmt die jeweilige Marktform über die ständige Reduzierung der zu versorgenden Nachfrage beim Übergang vom Monopol bis zur monopolistischen Konkurrenz bzw. vollkommenen Konkurrenz die Größe der Marktgebiete. Sobald das vorgegebene Standortraster zu sprunghaften Vergrößerungen der Marktgebiete führt, die nicht den Angebots- und Nachfragebedingungen entsprechen, können entsprechende Extragewinne auftreten. Die Fiktion einer Landschaftsstruktur in der von LÖSCH beschriebenen Weise für eine Volkswirtschaft der vollkommenen Konkurrenz läßt sich nur aufrechterhalten, wenn im Prinzip ein stufenloses Wachstum der Marktgebiete im Gesamtgebiet vorgesehen ist. Andernfalls kann es zu der grotesken Situation kommen, daß die Standorte von zentralen Orten nicht mehr von Angebots- und Nachfragebedingungen bestimmt werden, sondern von geometrischen Erfordernissen. Man sollte also ein Lösch-System nicht in der simplen Weise verstehen, daß es lediglich die Frage beantwortet, wie man ein gegebenes Standort-



raster flächenbedeckend mit Sechsecken überziehen kann. Für den Aufbau von Landschaftsstrukturmodellen bedeutet diese Überlegung aber, daß die Vorgabe eines Standortrasters in denkbar tiefer Untergliederung erfolgen sollte.

Der Einfachheit halber kann man sich daher unter einer vollkommen homogenen Verteilung der Nachfrager im Raum ein entsprechendes Standortraster von Nachfragern in Bienenwabenform vorstellen und dieses als Ausgangsbasis zur Ableitung von Landschaftsstrukturmodellen verwenden. Damit ergibt sich zu dem System von LÖSCH, der entsprechend angeordnete landwirtschaftliche Produktionszellen als Ausgangsbasis verwendet, eine leichte Modifizierung: Nicht die Standorte der Produzenten sind vorgegeben, sondern die Standorte der Nachfrager<sup>1</sup>. Eine beliebige Rotation von Marktgebieten unterschiedlicher Größe und damit ein völlig unbestimmtes Standortsystem (vgl. Abbildung 31) ist nicht mehr denkbar. Für den Aufbau von Landschaftsstrukturmodellen ist deshalb von einer diskreten und trotzdem

---

1 LÖSCH hat das Problem der diskontinuierlichen Bevölkerungsverteilung auch gesehen.

"Für jedes Gut gilt der Satz, daß ein Absatzgebiet von der Form eines regelmäßigen Sechsecks mit einem für dieses Gut spezifischen Innkreishalbmesser  $Q$  notwendig und ausreichend ist, um die Erzeugung dieses Gutes zu lohnen.  $Q$  hängt ab einerseits von der Kostenkurve, die wir zunächst als gegeben annehmen, andererseits von der Nachfrage. Diese wieder geht auf zwei Faktoren zurück: die Einzelnachfragekurve, deren Einfluß wir bis jetzt untersucht haben, und die Nachfragenden, von denen wir zur Vereinfachung unterstellen, sie seien in gegebener Zahl gleichmäßig und kontinuierlich über unsere Ebene verteilt. Wäre dem so, dann könnte  $Q$  jeden beliebigen Wert haben. In Wirklichkeit ist die Zahl der möglichen Zahl der Werte von  $Q$  begrenzt, weil die Bevölkerungsverteilung zwar gleichmäßig, aber nicht kontinuierlich sein kann".

LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 79 (Unterstreichungen durch den Verf.).

LEE and SALLEE ziehen in Zweifel, ob überhaupt ein sechseckiges Grundraster landwirtschaftlicher Produktionseinheiten jedem anderen an Effizienz überlegen ist, so zum Beispiel einem rechteckigen Grundraster.

Vgl. LEE, D.R.; SALLEE, G.T.: Theoretical Patterns of Farm Shape and Central Place Location, in: Journal of Regional Science, 1974 (14), S. 423-430.

völlig homogenen Verteilung der Nachfrage auszugehen. Unter der Voraussetzung, daß die Landschaft auch in anderer Hinsicht (Ressourcen, Klima, Transportwege, etc.) völlig homogen gestaltet ist (isotrope Landschaft), wird die Standortwahl der Produzenten damit von der gegebenen Nachfrageverteilung bestimmt. Dadurch sind auch Standorte für Produktionsstätten denkbar, die keinen Agrarkern haben oder nicht mehr haben. Wichtig ist, daß nun ein System von Standorten realisiert wird, das den ökonomischen Bedingungen zur Bestimmung optimaler Absatzreichweiten entspricht. Dieses Konzept scheint eine deutlichere Trennung des Einflusses von Angebots- und Nachfragebedingungen auf die Standortstruktur zentraler Orte zu nehmen, als in dem System von LÖSCH mit dem Konzept der kleinsten ländlichen Siedlungseinheiten impliziert ist. Was bisher zu fehlen scheint, ist eine inhaltliche Begründung dafür, daß für ein System zentraler Orte nur eine diskrete Anzahl von Standorten der Produktion in Frage kommt.

Was ist denn eigentlich gemeint, wenn LÖSCH feststellt:

"Die Absatzgebiete werden nicht auf das einzelne Gut zugeschnitten, sondern dieses erhält die am ehesten passende Größe aus einem unabänderlichen Sortiment"<sup>1</sup>.

Ist der Glaube an die Geometrie wirklich so groß, wie hier zu lesen steht, oder deutet sich hier eher wie bei GREENHUT<sup>2</sup> die Überzeugung an, daß eine Konkurrenz im Raum notwendigerweise mit Extragewinnen verbunden ist? Bei der diskreten Verteilung der kleinsten ländlichen Siedlungseinheiten bei LÖSCH heißt dies wohl, daß die einzelnen Produzenten, deren kosten-deckendes Marktgebiet oft kleiner ist als das "geometrisch" zuzuordnende, in der Lage sind entsprechende Extragewinne zu erzielen. Versteht man jedoch unter dem Argument der vollkommen homogenen Nachfrageverteilung, daß einzelne Nachfrager sich gleichmäßig punktuell über die Fläche verteilen und akzeptiert deren Standorte auch als Produktionsstandorte, so kann im Prinzip jede diskrete Marktgebietsgröße auftreten. Bei diesem nachfrageorientiertem Landschaftsstrukturmodell verschwindet zumindest der wenig ökonomische Aspekt, daß sich ein

<sup>1</sup> LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, 1940, a.a.O., S. 85 (Unterstreichungen durch den Verf.).

<sup>2</sup> GREENHUT, M.L.: A Theory of the Firm in Economic Space, 1970, a.a.O.

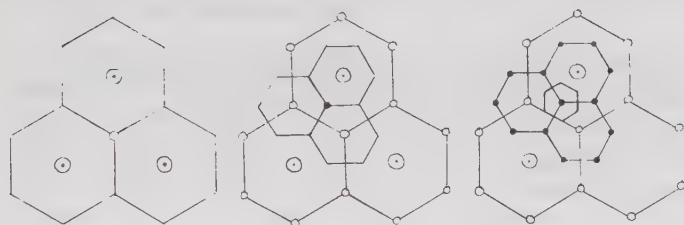
Gesamtsystem von Marktgebieten zentraler Orte hauptsächlich aus dem geometrischen Problem ableitet, wie man ein Raster von Punkten mit Sechsecken überziehen kann. Im Prinzip bedeutet dies aber auch, daß man in nachfrageorientierten Landschaftsstrukturmodellen von vorneherein eine inhomogene Verteilung der Nachfrage berücksichtigen kann. Der Anblick von schönen Rosetten hat oft nur einen ästhetischen Wert.

### 1. Das System zentraler Orte nach Christaller

Wenn wir die Frage untersuchen, wie die über eine (unbeschränkte) Ebene gleichverteilten Nachfrager am besten mit Gütern und Dienstleistungen versorgt werden können, ist es zweckmäßig, zunächst die Rangfolge der Produkte nach der jeweiligen Größe ihrer Marktgebiete, die minimal zur kostendeckenden Produktion erforderlich ist, zu bestimmen. Beginnen wir mit dem Gut höchster Ordnung, also der größten Absatzreichweite. Dann kann in der durch Abbildung 30 beschriebenen Weise ein System von flächenbedeckenden sechseckigen Marktgebieten abgeleitet werden, die zugleich die Standorte zentraler Orte höchster Ordnung bestimmen. Damit ist zugleich eine erste Grundstruktur des langfristigen Optimums im Raum beschrieben: Die Zahl der zentralen Orte, die ein Gesamtgebiet versorgen, ist auf jeder Hierarchiestufe maximal, die Größe ihrer entsprechenden Marktgebiete dagegen minimal.

Die entscheidende Frage ist nun, an welchen weiteren Standorten sich kleinere zentrale Orte herausbilden, die Waren und Dienstleistungen mit geringerer Reichweite anbieten. Unter der Voraussetzung, daß zentrale Orte höherer Ordnung stets sämtliche Produkte zentraler Orte niederer Stufe herstellen, ist der günstigste Standort jeweils in der Mitte von 3 direkt übergeordneten zentralen Orten zu suchen (vgl. Abbildung 32).

Abb. 32 Die Standortverteilung zentraler Orte nach dem Versorgungs- oder Marktprinzip



Legende:

- ⊙ = K-Ort (Zentraler Ort 1. Ordnung)
- = A-Ort (Zentraler Ort 2. Ordnung)
- = M-Ort (Zentraler Ort 3. Ordnung)

Die entscheidende Annahme, die diesem Prinzip des hierarchischen Aufbaus zentraler Orte (Marktprinzip) und ihrer entsprechenden räumlichen Verteilung zugrundeliegt, ist, daß alle Waren und Dienstleistungen mit abweichenden Absatzradien nur von übergeordneten zentralen Orten angeboten werden<sup>1</sup>.

Der Aufbau nach dem Versorgungs- oder Marktprinzip<sup>2</sup> - auch als (k=3)-System bezeichnet - folgt also der Regel, daß jeder zentrale Ort in der Mitte von 3 unmittelbar übergeordneten zentralen Orten zu finden ist. Damit ist jeder zentrale Ort höherer Ordnung von 6 zentralen Orten der nächst niederen Stufe umgeben. Anteilsmäßig sind damit jedem zentralen Ort der m-ten Hierarchiestufe 2 Satellitenstädte der (m-1)-ten Hierarchiestufe zuzuweisen. Dieser Verbund entspricht 3 Markt-

<sup>1</sup> Vgl. CHRISTALLER, W.: Die zentralen Orte in Süddeutschland, a.a.O., S. 72 f.

<sup>2</sup> "Das System der zentralen Orte wurde aus der Reichweite der der zentralen Güter entwickelt, von dem Gesichtspunkt aus, das alle Teile des Landes mit allen denkbaren zentralen Gütern versorgt werden, und zwar von einer möglichst geringen Anzahl hierbei fungierender zentraler Orte aus. Wir können daher das Prinzip, nach dem unser System ausschließlich aufgebaut ist, das Versorgungs- oder Marktprinzip nennen".

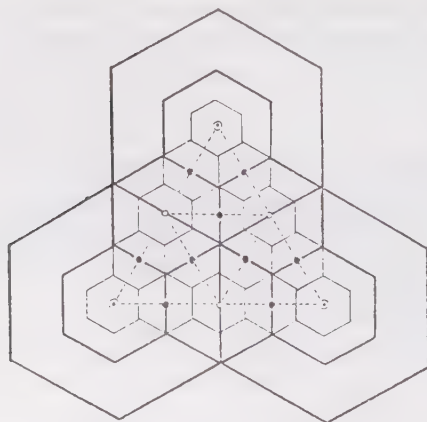
CHRISTALLER, W.: Die zentralen Orte in Süddeutschland, a.a.O., S. 77 (Unterstreichungen durch den Verf.).

gebietseinheiten auf dieser Stufe (einschließlich des entsprechenden Marktgebietes des zentralen Ortes der  $m$ -ten Hierarchiestufe).

Die Anzahl zentraler Orte in den einzelnen Größenklassen folgt dabei der Reihe  $s=1,2,6,18,54,\dots,n$  (vgl. auch das entsprechende Zuweisungsverfahren in Abbildung 59 auf Seite 200), während die Größe der Marktgebiete um das  $1,3,9,27,81,\dots,m$ -fache anwächst. In der Terminologie von LÖSCH wird dieses nach dem sogenannten Marktprinzip aufgebaute System zentraler Orte auch als  $(k=3)$ -Hierarchie bezeichnet. CHRISTALLER hat zwei weitere Grundhierarchien vorgeschlagen: ein  $(k=4)$ -System, das sich an den Verkehrswegen orientiert und ein  $(k=7)$ -System, das eine eindeutige Zuweisung von Satellitenstädten im Sinne einer wohlabgegrenzten Verwaltungsgliederung erlaubt.

Wenn wir wiederum von einer sechseckigen Anordnung der Marktgebiete höchster Ordnung (vgl. Abbildung 30) ausgehen, so sind nach dem Verkehrsprinzip zentrale Orte genau in der Mitte der Verkehrswege anzusiedeln, die zentrale Orte höherer Ordnung verbinden (vgl. Abbildung 33). Nicht mehr die optimale räumliche Lage zur Erschließung eines maximalen Nachfragebereichs, sondern die günstigste Verkehrslage ist maßgebend für den Standort eines zentralen Ortes niedrigerer Stufe.

Abb. 33 Die Standortverteilung zentraler Orte nach dem Verkehrsprinzip



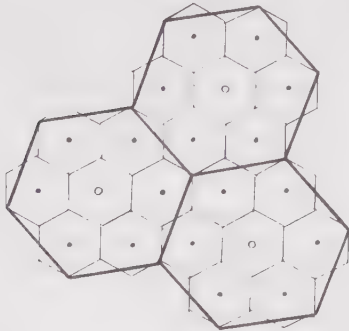
Legende:

- ⊙ = K-Ort
- = A-Ort
- = M-Ort
- = Verkehrsverbindungen

Die Anzahl der zentralen Orte pro Größenklasse entspricht diesmal der Reihe  $s=1,3,12,48,172,\dots,n$ ; die Marktgebietsgröße wächst jeweils um das  $1,4,16,64,236,\dots,m$ -fache des kleinsten Marktgebietes an.

Das Absonderungs- oder Verwaltungsprinzip erfordert, daß jeder zentrale Ort niederer Stufe eindeutig einem zentralen Ort höherer Stufe als Satellitenstadt zugeordnet werden kann. Lediglich eine  $(k=7)$ -Hierarchie ermöglicht eine eindeutige Verwaltungsabgrenzung. Bei einer bienenwabenartigen Anordnung zentraler Orte umgeben immer 6 zentrale Orte niederer Ordnung einen zentralen Ort höherer Ordnung und zwar unabhängig von der  $k$ -ten Dimension der Hierarchie; sie legt lediglich fest, an welcher Stelle diese Satelliten im Raum liegen. Eine  $(k=7)$ -Hierarchie weist jeweils 6 Satelliten eindeutig einem zentralen Ort der nächst höheren Stufe zu.

Abb. 34 Die Standortverteilung zentraler Orte nach dem Verwaltungsprinzip



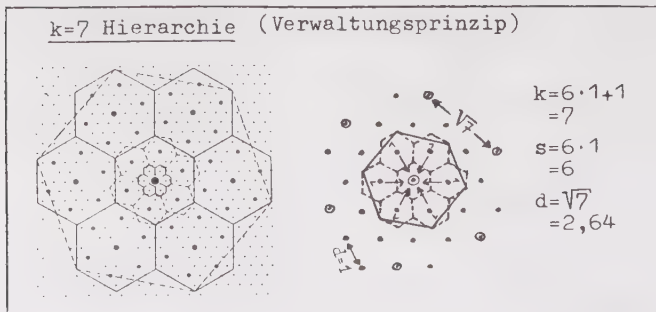
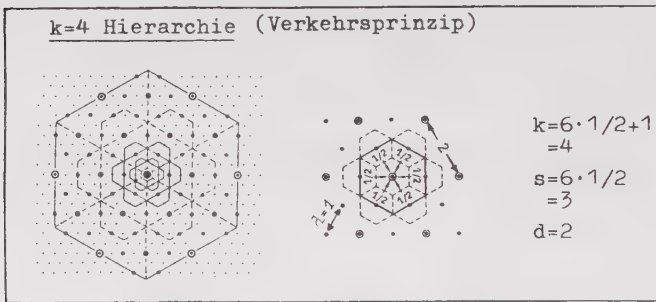
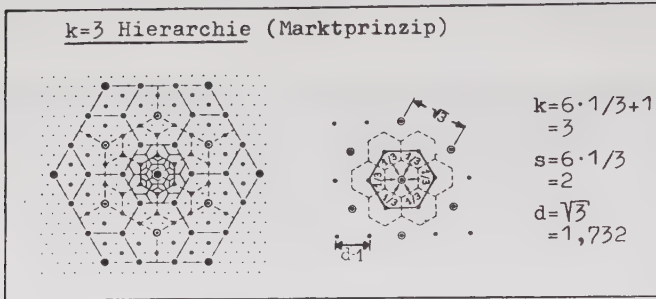
Legende:

- = A-Ort
- = M-Ort

Damit lassen sich die Basis-Hierarchien nach CHRISTALLER folgendermaßen zusammenfassen:



**Abb. 35** Die Basis-Hierarchien zentraler Orte nach Christaller



Legende:

k = Marktgebiet zentraler Orte höherer Ordnung in Marktgebiets-einheiten zentraler Orte der nächst niederen Stufe

s = Anzahl der zurechenbaren Satellitenstädte (wobei  $k=s+1$ )

d = einfache Entfernung zwischen zentralen Orten gleicher Hierarchiestufe

## 2. Die Struktur der Landschaft bei LÖSCH

LÖSCH beginnt mit der bereits erwähnten gleichmäßigen Verteilung ländlicher Siedlungseinheiten. In Abbildung 30 wurde nachgewiesen, daß geeignete Produktionsstandorte mit gleichen Abständen voneinander an den Ecken gleichseitiger Dreiecke zu suchen sind. Wie schon CHRISTALLER ausgeführt hat, resultiert hieraus ein System von gegenseitig versetzten Standorten.

"Wenn das Land durch ein vollkommen gleichmäßiges Netz von zentralen Orten bedient werden soll, so daß nicht zu viele und nicht zu wenige Orte dieser Art vorhanden sind, aber auch keine unbelieferten Landstriche übrigbleiben, so müssen benachbarte zentrale Orte gleichen Abstand voneinander haben. Das ist aber nur dann gegeben, wenn sie auf Ecken gleichseitiger Dreiecke liegen, die sich ohne weiteres zu Sechsecken gruppieren. Also nicht die Verteilung

• • • • •  
• • • • •  
• • • • •  
• • • • •

sondern die  
Verteilung

• • • • •  
• • • • •  
• • • • •  
• • • • •

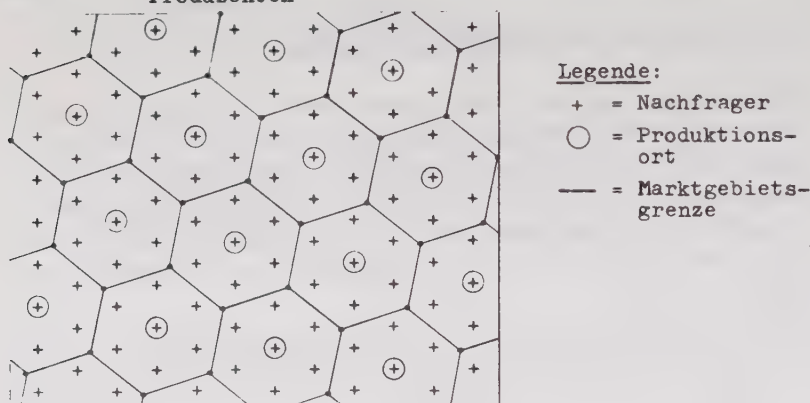
von zentralen Orten ist die gleichmäßigste"<sup>1</sup>.

Am besten beginnt man die Analyse des Systems von LÖSCH mit der Annahme, daß auch die Nachfrager in dieser Weise punktuell im Raum verteilt sind. Zunächst ist zu prüfen, wie diese Nachfrager optimal mit dem Gut niedrigster Ordnung (geringste Reichweite) versorgt werden können. Als Resultat folgt wieder eine Sechseck-Struktur für ein System kleinster Marktgebiete (vgl. Abbildung 36).

---

<sup>1</sup> CHRISTALLER, W. Die zentralen Orte in Süddeutschland, a.a.O., S. 69 (Unterstreichungen durch den Verf.).

**Abb. 36** Die räumliche Verteilung von Nachfragern und Produzenten



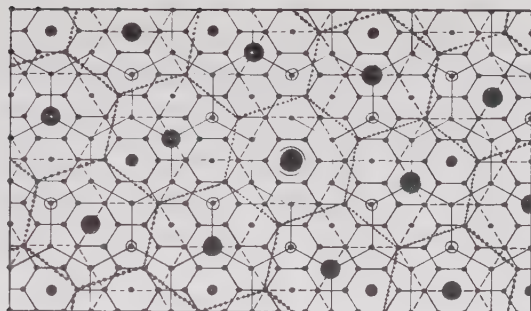
Damit ist ein System von Standorten (+) vorgegeben, das die Ausgangsbasis<sup>1</sup> der weiteren Überlegungen von LÖSCH darstellt. Als nächstes ist die Frage zu beantworten, an welchen Standorten voraussichtlich Unternehmen die Produktion von Gütern mit größerer Reichweite aufnehmen werden. In den folgenden Abbildungen, die diese Frage untersuchen wollen, werden der Einfachheit halber keine Nachfrager mehr ausgewiesen; vielmehr wird unterstellt, daß jeder der Produktionsorte niederster Stufe jeweils 7 Nachfrager (vgl. Abbildung 36) umfaßt.

Sämtliche Produkte, die ein Marktgebiet bis zum 7-fachen der kleinsten Gebietseinheit beanspruchen, werden je nach der erforderlichen Mindestgröße in Produktionsorten gefertigt, die den bereits erläuterten ( $k=3$ )-, ( $k=4$ )- und ( $k=7$ )-Hierarchien genügen (vgl. Abbildung 37).

<sup>1</sup> In Abbildung 36 wird ein ( $k=7$ )-Verfahren zur eindeutigen Zuordnung der Nachfrager in Marktgebiete verwendet. Bei BERRY wird eine völlig willkürliche Abgrenzung verwendet, deren Marktgebietsgrenzen wenig plausibel sind.

Vgl. BERRY, B.J.L.: Geography of Market Centers and Retail Distribution, a.a.O., S. 71 (Fig. 3.19).

Abb. 37 Die 3 kleinsten Marktgebiete bei Lösch<sup>1</sup>



Legende:

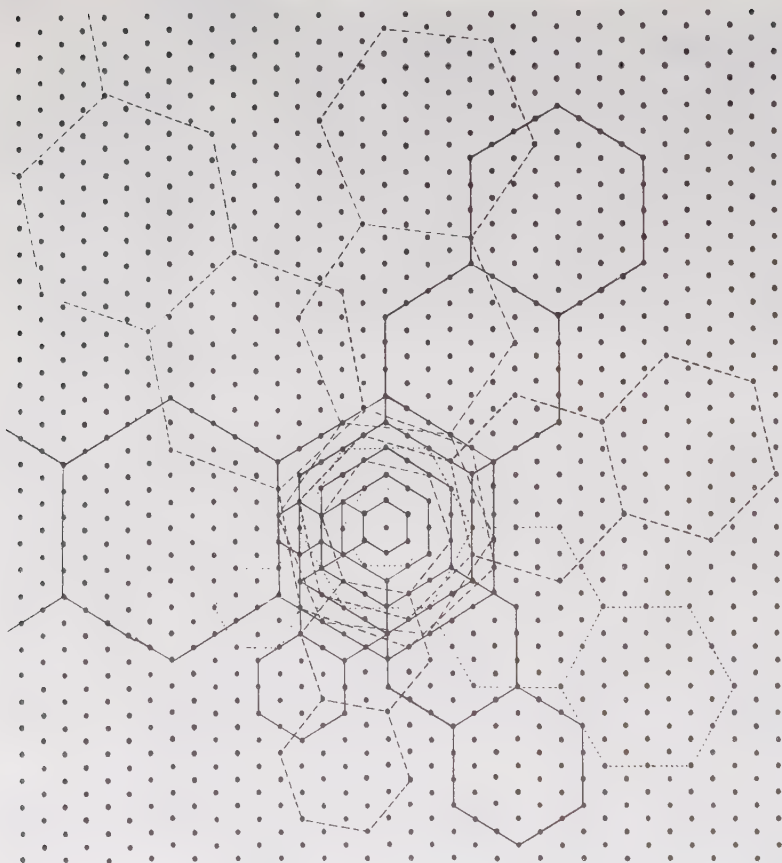
- Produktionsort der Güter 1,2,3,4
- Produktionsort der Güter 1,4
- Produktionsort der Güter 1,2,3
- ⊙ Produktionsort der Güter 1,3
- Produktionsort der Güter 1,2
- ▲ Produktionsort des Gutes 1

Erweitert man die Analyse um Produkte mit noch größerer Absatzreichweite, so ergibt sich das vollständige System von LÖSCH mit der Reihe  $k = 1, 3, 4, 7, 9, 12, 13, 16, 19, 21, 25, \dots, m$  für die Größe der Marktgebiete in Grundeinheiten. Unschwer lassen sich Marktgebietsgrößen erkennen, die Basishierarchien zuzuordnen sind; so einer  $(k=3)$ -Hierarchie die Marktgebietsgrößen 1,3,9,27,etc., einer  $(k=4)$ -Hierarchie die Marktgebietsgrößen 1,4,16,etc. oder einer  $(k=7)$ -Hierarchie der Marktgebietsgrößen 1,7,49,etc. Die nicht auf diese Weise besetzten Elemente sind wiederum als Basis-hierarchien anzusehen: 1,3,4,7,9,12,13,16,19,21,25,...,m. Das Basissystem der Standorte wird also mit einem komplizierten System unterschiedlich großer Marktgebiete überzogen, von denen für die 11 ersten Größenklassen in der folgenden Abbildung 38 zur Verdeutlichung nur jeweils 3 Marktgebiete gegen den Uhrzeigersinn für die Güter 1-11 abgebildet sind.

<sup>1</sup> Es wird unterstellt, daß es sich bei Gut 1 um die Produktion des Eigenbedarfs ländlicher Siedlungseinheiten handelt. Entsprechende Produktionsorte werden bei LÖSCH nicht ausgewiesen, soweit an diesem Ort nicht auch noch andere Produkte hergestellt werden.

Vgl. LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 81 ff.

Abb. 38 Die Anordnung der Marktgebiete nach Lösch

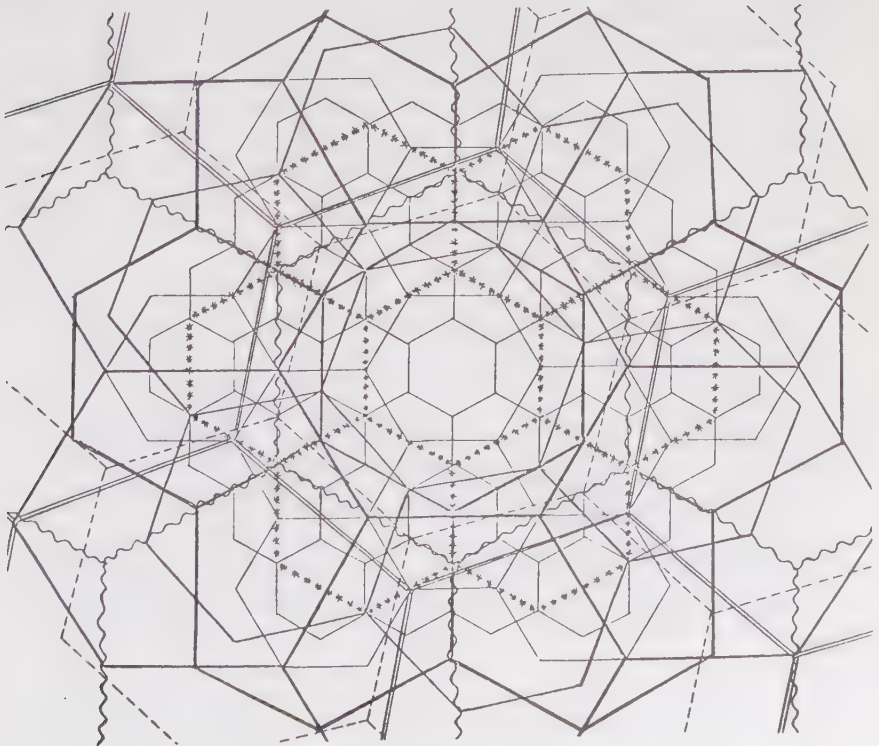


Durch dieses differenzierte System von Marktnetzen ist im Grunde schon mehr als ein vollständiger Katalog denkbarer Reichweiten abgeleitet, wenn nicht vorausgesetzt werden muß, daß das Basismarktgebiet relativ groß ist. So wächst beispielsweise der Absatzradius der Marktgebietsgrößen 1,4,9,16,25,36,49,...,m jeweils um 1 km ( $r=1,2,3,4,5,6,7,\dots,j$ ). Entsprechendes Abbild wäre ein System seitenparalleler Sechsecke, das keinen einheitlichen  $k$ -Wert aufweist. Ein derartiges Modell

als eigenständiges Landschaftsstrukturmodell ist zumindest diskussionswürdig.

Auch der Blick auf die vollständige Lösch-Landschaft (vgl. Abbildung 39) hilft kaum bei der Beantwortung der Frage, warum überhaupt noch andere Marktgebietsgrößen in der versetzten Form unterstellt werden, wenn alle denkbaren Reichweiten bereits abgedeckt sind. Zweifellos sieht ein lückenloses System von unterschiedlich großen Marktgebieten für ein vorgeschriebenes Standortraster wie das von LÖSCH gefertigte Landschaftsstrukturmodell aus. Und nur unter Berücksichtigung des vollständigen Katalogs der Marktgebiete ergibt sich auch die von LÖSCH abgeleitete räumliche Verdichtung zentraler Orte in einzelnen Korridoren der Wirtschaftslandschaft, die so große Beachtung fand.

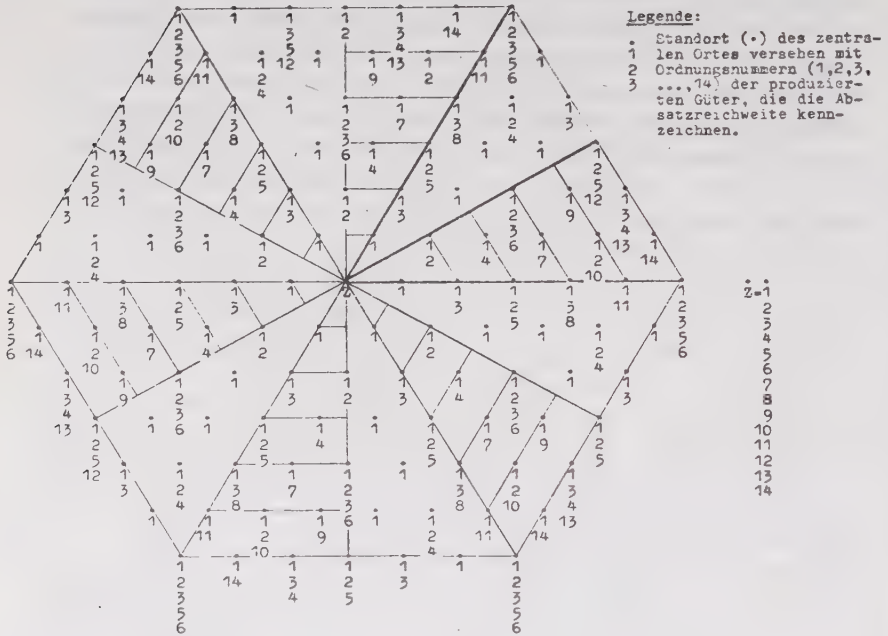
Abb. 39 Die Struktur der Landschaft nach Lösch





Die sektorale Spezialisierung der zentralen Orte dieser Volkswirtschaft in einzelnen Verdichtungskorridoren ist aus Abbildung 40 ersichtlich.

Abb. 40 Die Produktion der zentralen Orte<sup>1</sup>



<sup>1</sup> Die Ordnungsnummer (1) bezeichnet hier - anders als bei IÖSCH - den Standort landwirtschaftlicher Produktionseinheiten und damit ihren entsprechenden Eigenverbrauch.

Die Ordnungsnummern 1-14 werden deshalb folgenden Marktgebietsgrößen zugeteilt:

|                   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-------------------|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Ordnungsnummer    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Marktgebietsgröße | 1 | 3 | 4 | 7 | 9 | 12 | 13 | 16 | 19 | 21 | 25 | 27 | 28 | 31 |

Vgl. auch IÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 83 (Tabelle 7).

Dieses theoretische Abbild einer Wirtschaftslandschaft zentraler Orte kann in sechs gleichartige  $60^{\circ}$ -Sektoren unterteilt werden, von denen ein einzelner ausreicht, das Gesamtsystem vollständig zu beschreiben<sup>1</sup>. Wichtig ist, daß jeder dieser Sektoren in einen Teilbereich mit ausgesprochener Verdichtung der Produktionsaktivitäten (schraffierter Bereich) und ein Landschaftsgebiet, das weniger dicht mit Produktion besetzt ist, unterteilt werden kann. Ein Spiegelbild dieser gesamten Wirtschaftslandschaft ist denkbar, wenn die Unternehmen ihren Freiheitsgrad zur Ansiedlung von Produktionsstätten zur Herstellung des Gutes mit der Ordnungszahl 4 in alternativer Weise nutzen. In diesem Fall (man betrachtet die Abbildung 40 praktisch von rückwärts) kehrt sich die Reihenfolge der unterschiedlich verdichteten Korridore um.

Zur Verifizierung dieser theoretischen Landschaftsstrukturen sei an dieser Stelle auf die empirischen Untersuchungen von CHRISTALLER und LÖSCH zur Verteilung zentraler Orte in Süddeutschland bzw. Iowa verwiesen<sup>2</sup>. OLSSON und PERSSON<sup>3</sup> haben entsprechende Untersuchungen für Schweden vorgenommen. Besonders interessante Ergebnisse finden sich bei SKINNER<sup>4</sup>, der für einige chinesische Provinzen eine bemerkenswerte Stabilität von (k=3)- und (k=4)-Hierarchien der dortigen zentralen Orte ermittelte.

---

1 Vgl. auch die ausführliche Analyse des Landschaftsstrukturensystems von LÖSCH in:

VON BÖVENTER, E.: Die Struktur der Landschaft, 1962, a.a.O. S. 88 ff.

2 CHRISTALLER, W.: Die zentralen Orte in Süddeutschland, 1933, a.a.O., S. 165-252.

LÖSCH A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, 1940, a.a.O., S. 258-364.

3 OLSSON, G.; PERSSON, A.: The Spacing of Central Places in Sweden, in: Papers of the Regional Science Association, 1964 (12), S. 87-93.

4 SKINNER, G.W.: Marketing and Social Structure in Rural China, in: Journal of Asian Studies, 1964 (34).

Vorläufer dieser Untersuchungen über die Verteilung von zentralen Orten finden sich in:

LALANNE, L.: An Essay on the Theory of Railway Systems - Based on Observation on Facts and the Basic Law Governing Population Distribution, in: Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, 1863 (57), S. 206-210.

### III. Landschaftsstrukturmodelle als explizite Raumwirtschaftsmodelle

In dem folgenden Kapitel wird der Versuch unternommen, die traditionellen Zentrale-Orte-Modelle schrittweise zu expliziten Raumwirtschaftsmodellen auszubauen. Damit sind nicht Totalmodelle einer räumlichen Wirtschaft gemeint, sondern lediglich, daß einige für den Raum typische Voraussetzungen einbezogen werden, die bisher in Landschaftsstrukturmodellen nicht berücksichtigt wurden und dennoch erfüllt sein müssen, will man Hierarchiemodelle zur Erklärung der Stadtgrößenverteilung heranziehen, die aus Zentrale-Orte-Modellen abgeleitet wurden. So kann in empirischen Untersuchungen nicht unterstellt werden, daß wir auf einer grenzenlosen Fläche leben, auf der zudem die Nachfrage noch gleichverteilt ist. Allein an diesen beiden Punkten sei zunächst demonstriert, welche Modifikationen herkömmlicher Landschaftsstrukturmodelle sich ergeben, wenn explizit Landesgrenzen und unterschiedliche Verdichtung der Bevölkerung berücksichtigt werden. Im weiteren Verlauf wird dann versucht werden, einen Weg zu zeigen, wie derartige Landschaftsstrukturmodelle mit Hilfe des Linearen Programmierens stufenweise für Marktgebiete unterschiedlicher Größe aufgebaut werden können.

#### A. Optimale Absatzreichweiten - Ein Problem der analytischen Geometrie oder ein Problem der Angebots- und Nachfragebedingungen

Wie schon im vorangegangenen Kapitel erläutert wurde, kann ein Lösch-System nur dann nicht als geometrisches Planspiel mißverstanden werden, wenn entweder eine diskrete Verteilung der Nachfrager unterstellt wird oder ausdrücklich "urbanization economies" berücksichtigt werden. LÖSCH äußert sich folgendermaßen zur Frage, warum sich Marktgebietssysteme nicht völlig willkürlich überlagern:

"Die Absatzgebiete der verschiedenen Güterklassen gleichen Netzen von Sechsecken, engen und weitmaschigen, die wir zunächst beliebig über unsere Ebene werfen können. Trotz des entstehenden Durcheinanders läge jeder Ort im Absatz-

bereich sämtlicher Güter. Doch lohnt es sich, in dieses Wirrwarr durch einige Überlegungen Ordnung zu bringen.

Erstens legen wir Netze so, daß alle wenigsten einen Mittelpunkt gemeinsam haben. Hier wird eine Großstadt entstehen mit allen Vorteilen einer bedeutenden örtlichen Nachfrage. Zweitens drehen wir die Netze um den Mittelpunkt so, daß wir 6 Sektoren mit vielen und 6 mit wenigen Erzeugungsorten erhalten. Bei dieser Anordnung fallen am meisten Standorte zusammen, am meisten Einkäufe können am Ort erfolgen, die Summe der Mindestabstände der gewerblichen Standorte voneinander ist am kleinsten, und infolgedessen werden nicht nur die Transporte, sondern auch die Transportlinien auf ein Mindestmaß reduziert"<sup>1</sup>.

Allerdings ist nicht zu übersehen, daß sich diese Argumentation hauptsächlich auf "urbanization" und zum Teil auch "localization economies" bezieht, die aus einer Optimierung des Transportsystem folgen. So können Nachfrager bei ihren Einkaufsfahrten Kosten sparen, indem sie gleichzeitig an einem Ort mehrere Produkte erstehen; andererseits können Unternehmen verschiedener Branchen aus der gemeinsamen Standortwahl und der gemeinsamen Nutzung von Transportmitteln bei der direkten Belieferung der Nachfrager Vorteile ziehen. Gerade aber die abnehmende Bedeutung von Transportkosten speziell im Bereich der primären und sekundären Produktion zwingt dazu, dieses Argument zu überdenken. Für den tertiären Bereich scheint die Feststellung LÖSCHS aber auch heute noch stichhaltig, da nach wie vor Zeitüberwindungsbarrieren die Ausdehnungsmöglichkeiten der Einzugsgebiete zentraler Orte beschränken.

Ist aber folgende Feststellung von LÖSCH noch gültig?

"Nun haben wir plötzlich Ordnung in unsere Marktgebiete gebracht. Die Lage der einzelnen Gebietsnetze ist nicht mehr beliebig, sondern folgt aus wirtschaftlichen Prinzipien. Wir wissen nun, daß es mindestens eine große Stadt geben muß, um die sich ihre eigenen Marktgebiete und konkurrierende Standorte konzentrisch legen. Es ist gewissermaßen der industrielle Gegenfall zu THÜNENS isoliertem Staat. Wir wollen den politischen Begriff nicht auf einen zunächst gänzlich unpolitischen Sachverhalt anwenden, sondern dieses System von Marktnetzen, diese oberste Erscheinung in der Stufenfolge wirtschaftlicher Raumordnung als das bezeichnen, was sie eigentlich ist: eine Wirtschaftslandschaft"<sup>2</sup>.

1 LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 86 (Unterstreichungen durch den Verf.).

2 LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 90 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Sofern es um den theoretischen Aufbau des Raumwirtschaftsmodells von LÖSCH geht, kann die Frage uneingeschränkt bejaht werden. Wie steht es aber heute um die Bedeutung von Transportkosten, die in einem Lösch-System eine so zentrale Rolle einnehmen? Wenn, was eigentlich unbestritten ist, die relative Bedeutung von Transportkosten abgenommen hat, ist dann für viele industrielle Produkte nicht ein System von Marktgebieten denkbar, die bereits von einem Produktionsort aus gesehen das gesamte Staatsgebiet überlagern, so daß es in der Folge von verschiedenen Produktionsorten aus gesehen zu mannigfaltigen Überlagerungen der Marktgebiete kommt? Das heißt aber auch, daß die in Abbildung 30 abgeleiteten gemeinsamen Konkurrenzgebiete immer größer werden; die gegenseitige Überlagerung nimmt zu. Die Standortwahl industrieller Unternehmen nach Zentrale-Orte-Gesichtspunkten wird damit zunehmend unbestimmter.

Eingedenk dieser Argumente wird vielfach die Meinung<sup>1</sup> vertreten, daß Zentrale-Orte-Modelle lediglich den hierarchischen Aufbau zentraler Orte in ihrer speziellen Funktion als Dienstleistungszentren erklären können. Eine "getrennte" Erklärung der lokalen und regionalen Beschäftigung im primären, sekundären und tertiären Bereich scheint aber bei ständig zunehmender gegenseitiger Verflechtung nicht sinnvoll. So ist schließlich die tertiäre Beschäftigung eines zentralen Ortes immer von der Größe der zu versorgenden industriellen Erwerbsbevölkerung abhängig. Insofern ist unter raumwirtschaftlichen Gesichtspunkten nur ein einheitlicher Erklärungsansatz akzeptabel, der sich in irgendeiner Weise an Zentrale-Orte-Modellen orientieren muß.

Einige der Probleme, die sich aus der Annahme einer völlig homogenen Nachfrageverteilung im Raum ergeben, können auf einfache Weise dadurch gelöst werden, daß eine diskrete räumliche und zunächst noch gleichmäßig verteilte Nachfrage unterstellt wird.

---

<sup>1</sup> Vgl. auch DIETRICH, B.: Die Theorie der zentralen Orte - Aussage und Anwendung heute, 1966, a.a.O., S. 259-267.



An die Stelle der kleinsten ländlichen Siedlungseinheiten tritt eine entsprechende diskrete Verteilung der Nachfrager. Wie man aus Abbildung 38 aber erkennen kann, folgt aus einer entsprechenden räumlichen Verteilung der Nachfrager auch,

"daß bei diskontinuierlicher Besiedlung auch die Größe der Marktgebiete und die Zahl der von ihnen umfaßten Siedlungen diskontinuierlich wächst. Das wiederum ermöglicht Sondergewinne. ... Solche mäßigen Gewinne sind geradezu die Regel, denn es ist Zufall, wenn die Nachfragekurve auf ihren Sprüngen die Kostenkurve 'eben noch berührt'"<sup>1</sup>.

Mit anderen Worten: in Abbildung 38 bestimmt-vom Mittelpunkt aus gesehen-jeweils der "nächste" Nachfrager die Größe der entsprechenden Marktgebiete. Ein kontinuierliches Wachstum der Absatzreichweiten ist nicht möglich, da in den Zwischenräumen keine Nachfrage erschlossen werden kann. Damit ist bei gleicher individueller Nachfrage insgesamt eine ganz spezifische räumliche Grundstruktur der Gesamtnachfrage vorgegeben, die als Funktion der Absatzreichweite zahlreiche Unstetigkeitsstellen aufweise, die der Produzent berücksichtigen muß.

Bei linearen wie ertragsförmigen Produktionsfunktionen kommt es in einzelnen Fällen also zu ganz spezifischen Lagevorteilen, da das tatsächliche Marktgebiet größer ist als das zur Kostendeckung minimal erforderliche, andererseits aber bei Unterschreitung der minimal erforderlichen Absatzreichweite nicht mehr genügend Nachfrage erschlossen wird. Insofern sind mit einer diskreten Verteilung der Nachfrager immer Lagevorteile und damit im beschränkten Maß "Sondergewinne" verbunden, sofern nicht eine beliebige Teilbarkeit der Produktionsprozesse und damit die Möglichkeit einer völlig dispersen Produktion gegeben ist. Diese Aussage gilt unabhängig von der vorherrschenden Marktform.

---

<sup>1</sup> LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, 1940, a.a.O., S. 82 f. (Unterstreichungen durch den Verf.).



## B. Möglichkeiten der Berücksichtigung unterschiedlicher Besiedlungsdichten in Landschaftsstrukturmodellen

Nach LÖSCH kann bereits aus einer räumlichen Gleichverteilung der Nachfrager eine ganz spezifische räumliche Konzentration der Produktion in einzelnen Zentren abgeleitet werden. Unbefriedigend ist es sicherlich in Hinblick auf empirische Anwendungsmöglichkeiten, die theoretische Analyse an dieser Stelle bereits zu beenden. So steht bei LÖSCH der homogenen Bevölkerungsverteilung eine Konzentration der Arbeitsplätze an einigen wenigen Punkten gegenüber; ein Land der Pendler ist das Resultat, das wenig Wirklichkeitsnähe besitzt. Auch wenn in den letzten Jahrzehnten in zahlreichen Industrieländern die durchschnittliche Entfernung zwischen Arbeitsplatz und Wohnort stark zugenommen hat, folgt daraus noch keine Entwicklung in Richtung einer Lösch-Landschaft. Ein Land mit auch nur annähernd gleicher Bevölkerungsverteilung wird es nie geben, auch wenn man die Analyse nur auf einen Teil der Bevölkerung beschränken sollte.

### 1. Ein modifiziertes Lösch-System mit räumlich verdichteter Nachfrage

ISARD hat diesen Überlegungen Rechnung getragen, indem er gemeinsam mit CARROTHERS ein Modell einer verdichteten Landschaftsstruktur<sup>1</sup> entworfen hat, das versucht, die weitgehende Trennung von Wohn- und Arbeitsplätzen aufzuheben. Allerdings handelt es sich bei diesem Versuch nicht um eine exakte Ableitung, sondern lediglich um einen ersten Entwurf<sup>2</sup> (vgl. Abbildung 41).

---

1 ISARD, W.: Location and Space-Economy, a.a.O., S. 272.

2 ISARD bemerkt dazu, daß es in der Kürze der zur Verfügung stehenden Zeit nicht möglich war, unter Berücksichtigung der bei LÖSCH unterschiedlich verdichteten Sektoren ein reines Sechseck-System zu entwerfen.

ISARD, W.: Location and the Space-Economy, a.a.O., S. 274.

Abb. 41 Ein modifiziertes Lösch-System nach Isard<sup>1</sup>



In Abbildung 41 werden zwei Oberzentren ausgewiesen, wobei dem unteren Zentrum eine etwas geringere Bedeutung zugesprochen wird. Außerdem werden die bei LÖSCH vorgesehenen Haupttransportwege berücksichtigt, die in Abbildung 40 jeweils als um  $60^\circ$  versetzte Fahrstrahlen die Eckpunkte des Wirtschaftsgebietes erreichen. Wenn man von der Annahme ausgeht, daß der Arbeitsplatz zugleich den Wohnort bestimmt, so folgt aus der bei LÖSCH abgeleiteten Ballung der Arbeitsplätze in einigen wenigen Zentren ein System von unterschiedlich großen Markt-

<sup>1</sup> Quelle: ISARD, W.: Location and Space-Economy, a.a.O., S. 272 (Fig. 52).

gebieten der gleichen Art, die eine kostendeckende Produktion an alternativen Standorten ermöglichen. Im Oberzentrum wird die erforderliche Mindestgröße aufgrund der dortigen Nachfrageballung am kleinsten sein, entlang der Hauptverkehrsachsen zunehmend größer und am größten in den entlegensten Gebieten der weniger verdichteten Sektoren. Auf diese Weise entsteht, wenn auch nicht in exakter Ableitung, ein System von unregelmäßigen Sechsecken, die nach außen an Größe zunehmen. Je nach Aggregationsgrad verdichten sie sich bei ISARD im Zentrum nahezu zu Punkten, so daß die Oberzentren fast schon als "black holes"<sup>1</sup> angesprochen werden können.

ISARD leitet also zunächst ein System von Produktionsstandorten aus dem klassischen Lösch-Modell mit homogener Nachfrageverteilung ab. Um den Nachfragern, die in diesem Fall mit den Arbeitskräften identisch sind, unnötige Pendlerwege zu ersparen, folgt im Endergebnis eine Bevölkerungsverteilung, die sich an der kostengünstigsten Standortverteilung von Unternehmen für eine idealtypische Ausgangsverteilung von Nachfragern orientiert. Damit ist aber auch die Frage nach Ursache und Wirkung gestellt. Richten die Unternehmen ihren Standort nach der räumlichen Verteilung der Nachfrage oder wählen die Nachfrager ihren Wohnort in der Nähe ihrer Arbeitsplätze? Zu bezweifeln ist zumindest, ob noch in der rigiden Fassung der Theorie der Markoff-Ketten argumentiert werden kann, daß die endgültige Bevölkerungsverteilung lediglich von den Übergangswahrscheinlichkeiten bestimmt wird, nicht aber von der Ausgangsverteilung, wenn - wie bei LÖSCH - die optimale Standortpolitik der Unternehmen von der jeweils gegebenen Bevölkerungsverteilung

---

<sup>1</sup> Als "black holes" oder Kollapsare werden in der Astronomie massenreiche Sterne bezeichnet, deren Schwerebeschleunigung an der Oberfläche so groß ist, daß der Stern, was seine Strahlung anbetrifft, sich nach außen abkapselt. Seine Materie verdichtet sich infolge seiner eigenen Schwerkraft so stark, daß der Stern nach innen kollabiert. Diese "theoretischen" Sterne, für die es einige Anzeichen gibt, werden deshalb "black holes" genannt. Eine interessante Analogie zur Hierarchie der Städte zeigt das in diesem Zusammenhang wichtige Hertzsprung-Russell-Diagramm zum Entwicklungsweg der Sterne, das in einem Leuchtkraft-Spektraltyp (Farbe)-Diagramm auf einer Diagonalen (Hauptreihe), die der "Rank-Size-Rule" vergleichbar ist, die meisten der bisher bekannten Sterne ausweist.

abhängig ist.

## 2. Landschaftsstrukturmodelle mit unterschiedlichen Besiedlungsdichte

Die folgenden Modelle wollen lediglich einige grundsätzliche Möglichkeiten aufzeigen, exakte Landschaftsstruktursysteme mit unterschiedlicher Bevölkerungsdichte abzuleiten, ohne daß damit zugleich der Anspruch verbunden wäre, bereits ein vollständiges Lösch-System ohne räumliche Trennung von Wohn- und Arbeitsstätten zu präsentieren. Zunächst wird deshalb von einer gegebenen, aber unterschiedlich verdichteten Bevölkerungsverteilung ausgegangen<sup>1</sup>.

Eine erste Möglichkeit besteht darin, ein Land zu betrachten, das von zwei sich kreuzenden Verdichtungsachsen durchzogen wird. Unterstellt sei, daß die entsprechende Bevölkerungsdichte exponentiell mit der Entfernung von den Verdichtungsachsen abnimmt. Die entsprechenden Gebietsgrenzen zur Erschließung von - gemessen an der Kaufkraft - gleichgroßen Marktgebieten können durch ein vom Mittelpunkt aus gesehen in 4 Richtungen logarithmisch unterteiltes Spezialpapier dargestellt werden. Diese logarithmische Unterteilung dient aber nur der Bestimmung der Marktgebietsgrenzen<sup>2</sup>; die jeweils relevanten Entfernung werden in jedem Fall im Originalmaßstab ausgewiesen.

In der entsprechenden Abbildung 42 werden nur Marktgebietsgrenzen für Produkte der ersten 4 Absatzreichweiten bestimmt. Typisch für die Grundform derartiger Marktgebiete ist ihre "Tropfenform" in Ausrichtung auf den Gravitationssschwerpunkt.

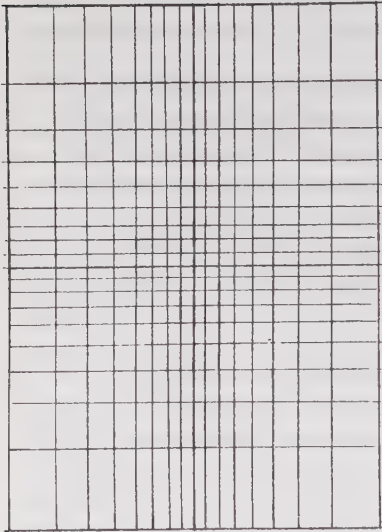
---

1 Als erster Versuch der Ableitung einer verdichteten Landschaftsstruktur für das Basissystem der landwirtschaftlichen Produktionsstätten kann das Modell von SARLY angesehen werden.

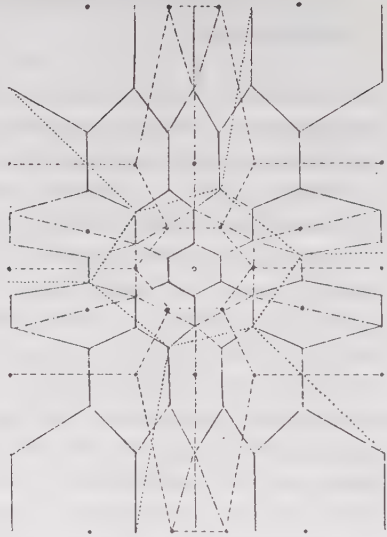
Vgl. SARLY, R.M.: A Model for the Location of Rural Settlement, in: Papers of the Regional Science Association, 1972 (29), S. 87-104.

2 Wenn die Bevölkerungsdichte exponentiell mit der Entfernung von den Verdichtungsachsen abnimmt, wird der Absatzradius zur Erschließung gleichgroßer Marktgebiete (Endnachfrage) im gleichen Maß ansteigen.

Abb. 42      Marktgebiete für zwei sich kreuzende Verdichtungsachsen



Grundraster zur Bestimmung  
der Marktgebietsgrenzen



Marktgebiete von Verdich-  
tungsachsen

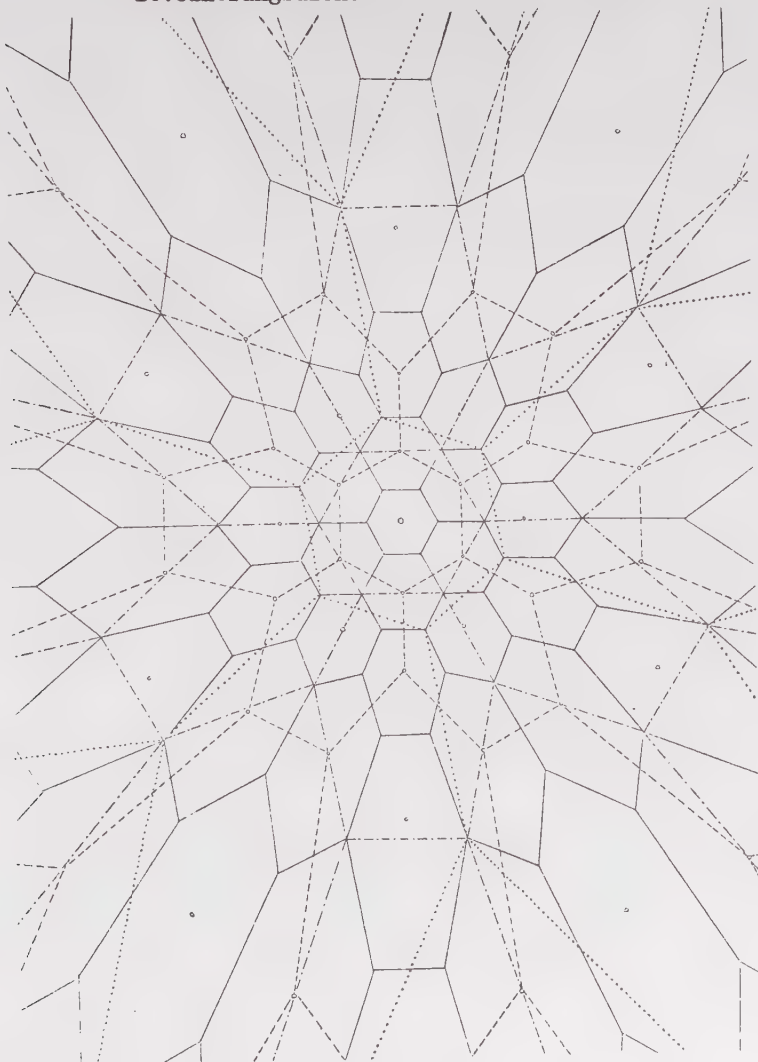
Ausgehend von der von CLARK<sup>1</sup> formulierten e-Funktion für die Abnahme der Bevölkerungsdichte innerhalb der Städte wird im folgenden Landschaftsstrukturmodell unterstellt, daß die Bevölkerungsdichte von einem zentralen Ort höchster Ordnung bis zu den Grenzen des Landes exponentiell abnimmt. Der Ein-

<sup>1</sup> CLARK, C.: Urban Population Densities, in: Journal of the Royal Statistical Society, Ser. A., 1951 (114), S. 490-496.

$$d_x = d_0 \cdot e^{-bx} \quad \text{wobei} \quad \begin{array}{l} d_x = \text{Bevölkerungsdichte im Abstand } x \\ \text{vom Stadtzentrum} \\ d_0 = \text{Bevölkerungsdichte im Stadtzentrum} \\ b = \text{Dichtegradient} \end{array}$$

fachheit halber wird in der folgenden Abbildung keine e-Funktion unterstellt, sondern lediglich die Exponentialfunktion  $y = 1,5^x$  mit  $y$  für die Größe des Absatzradius des kleinsten Marktgebietes in  $x$  Kilometern Entfernung vom Gravitations-schwerpunkt.

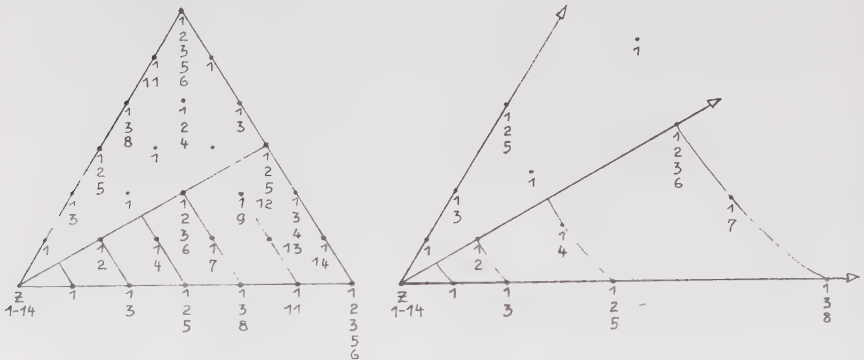
Abb. 43 Marktgebiete eines Systems zentraler Orte in einem Land mit vom Zentrum aus abnehmender Bevölkerungsdichte





Auffallend ist wiederum, daß sich die zentralen Orte nicht im Gebietsmittelpunkt ihrer Marktgebiete befinden, sondern an einem Standort, der die Entfernung zu den zu versorgenden Nachfragern minimiert. Dabei entspricht die Produktionsstruktur der einzelnen zentralen Orte unverändert der von LÖSCH ermittelten Spezialisierung (vgl. Abbildung 40); lediglich die Standorte auf den alten Verkehrsachsen haben sich verlagert. So kommt es zu einer relativen Häufung zentraler Orte in dem höher verdichteten Kerngebiet (vgl. Abbildung 44).

Abb. 44 Standorte zentraler Orte in Ländern mit unterschiedlicher Bevölkerungsdichte



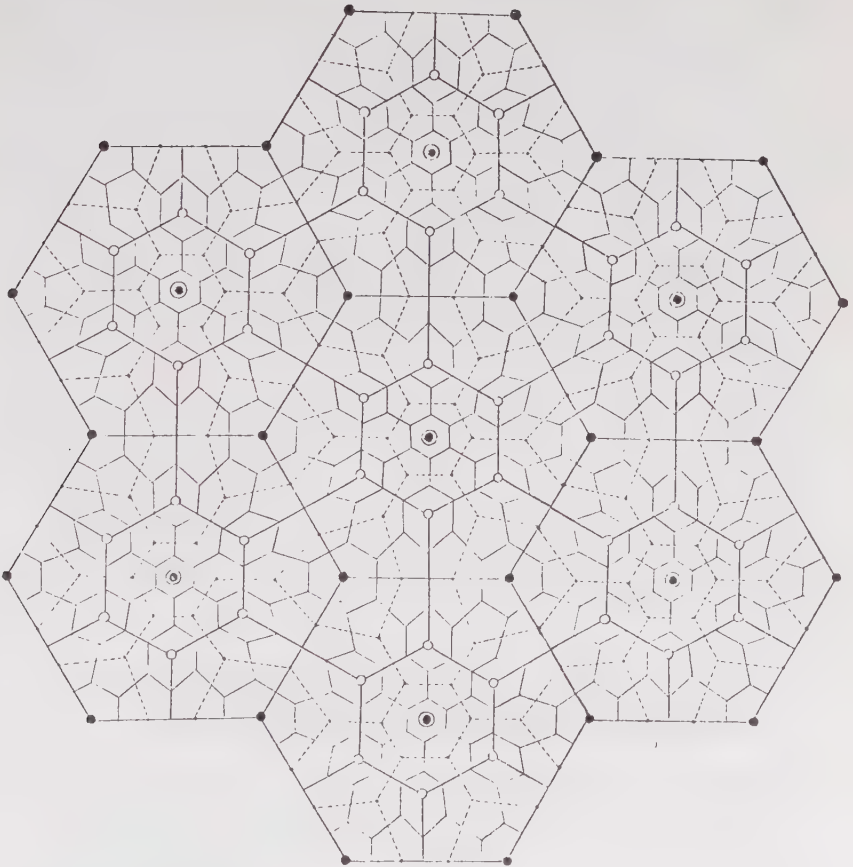
Standorte zentraler Orte in einem Land mit gleichmäßiger Bevölkerungsdichte

Standorte zentraler Orte in einem Land mit vom Mittelpunkt (Z) abnehmender Bevölkerungsdichte

Eine dritte Möglichkeit besteht nun darin, diese gleichmäßige Abnahme der Bevölkerungsdichte wieder in Richtung weiterer Oberzentren ansteigen zu lassen. In Abbildung 45 werden 6 gleichberechtigte Oberzentren einer ( $k=3$ )-Hierarchie für 4 Marktgebietsgrößen dargestellt. Es wird unterstellt, daß die Bevölkerungsdichte von Oberzentrum zu Oberzentrum in der durch Abbildung 43 beschriebenen Weise abnimmt. Auf halbem weg zwischen zwei Oberzentren geht dementsprechend die Abnahme der Bevölkerungsdichte in eine Zunahme über und umgekehrt. Der Ort mit der geringsten Bevölkerungsdichte liegt in der Mitte

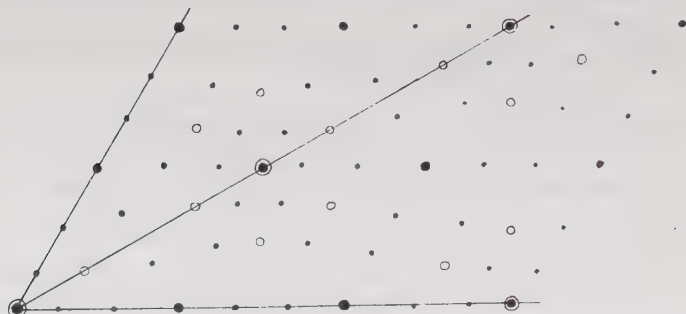
von 3 Oberzentren, also an einem Standort, der am weitesten von den Oberzentren entfernt ist.

Abb. 45      Marktgebiete von 6 Oberzentren mit abnehmender Bevölkerungsdichte



Wiederum ergibt sich eine ganz typische Ballung zentraler Orte im Bereich der Oberzentren, die in der nächsten Abbildung deutlicher sichtbar wird.

Abb. 45 Standorte zentraler Orte einer ( $k=3$ )-Hierarchie für 6 Oberzentren mit abnehmender Verdichtung



Legende:

- = Oberzentrum (Produktion der Güter 1,2,3,4)
- = Hauptzentrum (Produktion der Güter 1,2,3)
- = Mittelzentrum (Produktion der Güter 1,2)
- = Unterzentrum (Produktion des Gutes 1)

Mit diesen Ausführungen ist erst in Ansätzen ein Christaller-System beschrieben, das unterschiedliche Bevölkerungsdichten berücksichtigt, die aus der Produktion resultieren. Vielleicht ergeben sich auf diese Weise einige neue Ansatzpunkte, wie man die in den herkömmlichen Landschaftsstrukturmodellen vorgesehene rigide Trennung von Wohn- und Arbeitsstätten selbst über Marktgebietsgrenzen hinweg überwinden kann.

C. Von der idealtypischen Gestalt von Landschaftsstrukturmodellen zur Berücksichtigung von Landesgrenzen

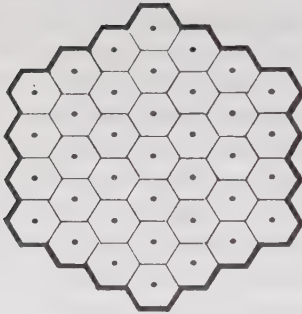
Wie bisher gezeigt wurde, ändert sich durch die Berücksichtigung einheitlich unterschiedlicher Bevölkerungsdichten in Landschaftsstrukturmodellen weder die Produktionsstruktur der zentralen Orte noch ihre grundsätzliche Zuordnung zu den Hauptverkehrsachsen. Wenn man so will, bleibt ihre "Himmelsrichtung" erhalten; was sich ändert, ist die relative Lage der zentralen Orte auf den Verkehrsadern. Insofern kann man auch von einer einfachen Maßstabsveränderung in Abhängigkeit der Besiedlungsdichten sprechen.

Im folgenden Teil wird versucht, die Wirkung von Landesgrenzen auf die Struktur der Landschaft zu erfassen. Die Systeme von CHRISTALLER und LÖSCH gehen von einer quasi unendlichen Landschaft aus, für die dennoch ein Mittelpunkt bestimmt wird. An dieser Stelle wird der zentrale Ort höchster Ordnung ausgewiesen, in dem ausnahmslos alle Produkte hergestellt werden, die im gesamten Land produziert werden. Welche Verteilung der zentralen Orte sich in den Grenzgebieten ergibt und welche Rückwirkung diese Grenzziehung wiederum auf die zentralen Orte im Inneren des Landes hat, wird nicht analysiert. So bleibt, will man empirische Untersuchungen vornehmen, lediglich ein willkürlicher Schnitt durch die Landschaft als Grenzziehung übrig. Grenzproduzenten werden nicht betrachtet oder müssen in der Lage sein, sich mit relativ kleineren Märkten zu begnügen, obwohl annahmegemäß ja gerade die Produktionsbedingungen Mindestgrößen setzen. Ein derartiger Schnitt mag bei relativ offenen Grenzen, die Diffusionsprozesse kaum behindern, angehen. Wie ist aber zu verfahren, wenn Küsten, Flüsse oder Bergmassive Wirtschaftsgebiete trennen; welche Wirkung haben ethnologische, traditionelle oder wirtschaftspolitische Grenzen auf die Struktur der Landschaft?

Das folgende kleine Modell will zeigen, daß die Berücksichtigung von Landesgrenzen erhebliche Auswirkungen auf die Struktur der Landschaft und damit die Standorte zentraler Orte hat.

Wir beginnen, ähnlich wie in Abbildung 36 oder 37, mit der Annahme, daß sich eine gegebene Anzahl von Nachfragern bzw. kleinsten landwirtschaftlichen Produktionseinheiten so über eine endliche Fläche verteilen, daß sie die gegenseitigen Abstände voneinander maximieren. Dieses Raster von Nachfragepunkten (vgl. Abbildung 46) sei Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen.

Abb. 46 Die räumliche Verteilung der Nachfrage innerhalb der Landesgrenzen



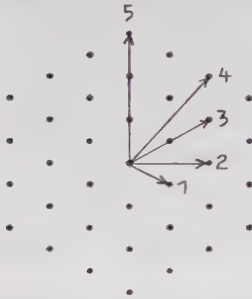
Legende:

- = Standort der Nachfrager
- = Grenze des landwirtschaftlichen Wirtschaftsraums
- = Landesgrenze

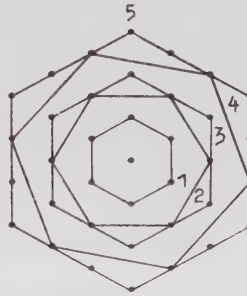
Im folgenden wird unterstellt, daß jeder dieser Nachfragepunkte eine Endnachfrage von 6 Geldeinheiten je Gut umfaßt. Die entscheidende Frage ist nun, wie die von LÖSCH ermittelten kleinsten Marktgebiete sich auf diese Landschaft verteilen und damit die Standorte der zentralen Orte bestimmen. Dazu wird wie bei LÖSCH unterstellt, daß diese Grundeinheiten von Marktgebieten die Mindestgrößen von Marktgebieten darstellen, die für die Produktionsaufnahme der Güter (1-5) erforderlich sind; und zwar werden auch hier Mindestgrößen berücksichtigt, die aus einer Lösch-Landschaft ohne Grenzen abgeleitet wurden. Verbunden mit dieser erforderlichen Mindestgröße ist bei vollkommener Konkurrenz die entsprechende maximale Absatzreichweite. Jenseits dieser Distanz ist auf Grund der Transportkosten keine Nachfrage mehr vorhanden. Ist die Nachfrage innerhalb der maximalen Absatzreichweite größer als die zur Produktionsaufnahme erforderliche Mindestnachfrage, treten Sondergewinne auf. Derartige Fälle können auch bei vollkommener Konkurrenz auftreten, wenn auf Grund von Landesgrenzen "äußere" Konkurrenten fehlen.

Damit ergeben sich folgende maximale Absatzreichweiten bzw. kleinste Marktgebiete, die noch mit der Analyse von LÖSCH übereinstimmen:

Abb. 47      Maximale Absatzreichweiten und minimal erforderliche Marktgebiete



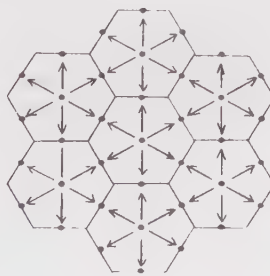
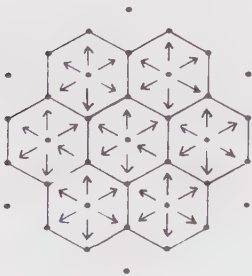
Maximale Reichweite  
der Güter 1-4



Minimal erforderliches  
Marktgebiet der Güter 1-4

Für Gut 1 wird ein Marktgebiet ermittelt, das einer Gesamtnachfrage von 18 Geldeinheiten entspricht. Diese Gesamtnachfrage setzt sich aus 6 Geldeinheiten am Produktionsort und  $6 \times 2$  Einheiten der noch erreichbaren Nachfragepunkte (deren Gesamtnachfrage mit 2 benachbarten Produktionspunkten zu teilen ist). Werden nun weitere Produktionsorte in der für benachbarte Marktgebiete üblichen Weise festgelegt, ergeben sich unversorgte Nachfragepunkte am Rand und damit keine günstige Erschließung des Gesamtlandes.

Abb. 48      Mögliche Produktionsorte Für Gut 1

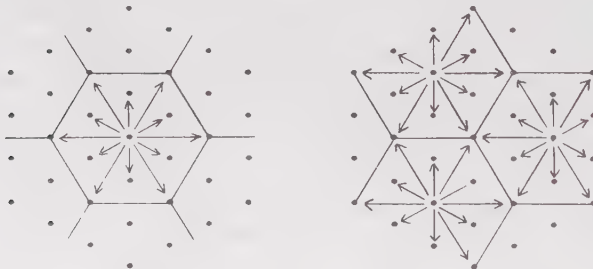




Wie das rechte Schaubild in Abbildung 48 zeigt, ist für die Produktion des Gutes 1 aber auch ein Standortsystem denkbar, das die maximale Absatzreichweite beachtet, die Gesamtversorgung der Bevölkerung sicherstellt und sogar zu höheren Umsätzen am Produktionsort führt. Wie bei der vorherigen Anordnung sind allerdings die Umsätze des inneren Marktgebietes (24 GE) kleiner als die entsprechenden Umsätze in den äußeren Marktgebieten (33 GE). Die dortigen Produzenten können ihre Lagevorteile ohne äußere Konkurrenten nutzen, ohne daß neue Konkurrenten auf Grund der erforderlichen Mindestgröße der Produktionsanlagen in der Lage wären, diese Möglichkeiten zu Sondergewinnen zu beschneiden.

Für Gut 2 wird in einem Wirtschaftsgebiet ohne Grenzen ein erforderliches Marktgebiet von 54 GE<sup>1</sup> ermittelt.

Abb. 49      Mögliche Produktionsorte für Gut 2



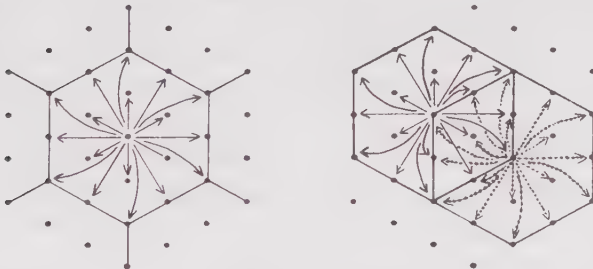
Für Gut 2 wird wiederum unterstellt, daß eine Verkleinerung des Marktgebietes unter die erforderliche Absatzreichweite nicht möglich ist, da sonst die zur Produktionsaufnahme erforderliche Mindestgröße der Anlagen nicht erreicht wäre; eine Ausweitung des Marktgebietes ist ebenfalls nicht mög-

<sup>1</sup> Die entsprechenden Umsätze für Gut 2 wurden auf folgende Weise ermittelt: Umsätze ohne räumliche Konkurrenten 7x6 GE; Anteil an Umsätzen, die mit zwei weiteren Produktionsorten zu teilen sind, 6x2 GE; insgesamt 54 GE.

lich, da jenseits der maximalen Reichweite aufgrund der ansteigenden Transportkosten keine Nachfrage mehr vorhanden ist. Eine Gesamtversorgung der Nachfrager mit Gut 2 ist also nicht möglich. Der ursprüngliche Produktionsort in der Mitte des Wirtschaftsraumes wird zugunsten von 3 Standorten an der Peripherie aufgegeben, da neue Konkurrenten den mittleren Produzenten nach außen verdrängen. Die Gesamtversorgung hat sich zwar auf diese Weise erheblich verbessert, doch können nach wie vor 6 Nachfrager nicht beliefert werden. Die Umsätze liegen einheitlich bei 62 GE pro Marktgebiet.

Für Gut 3 sei ein minimales Marktgebiet von 72 GE<sup>1</sup> erforderlich.

Abb. 50      Mögliche Produktionsorte für Gut 3

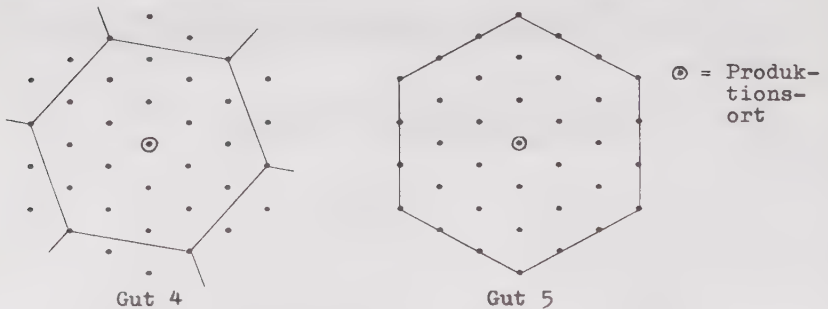


Wiederum ist eine Gesamtversorgung der Bevölkerung mit Gut 3 nicht möglich. Ebenso ist es zur Verbesserung der Versorgung nicht möglich, 3 Produktionsorte zu bestimmen; die notwendige Mindestauslastung wäre nicht gewährleistet. Die Umsätze der beiden verbliebenen Produktionsorte liegen bei jeweils 87 GE.

<sup>1</sup> Dieser Gesamtumsatz setzt sich zusammen aus: Umsätze ohne räumliche Konkurrenten 7x6 GE; Anteil an Umsätzen, die mit 1 weiteren Produktionsorten zu teilen sind, 6x3 GE; Anteil an Umsätzen, die mit 2 weiteren Produktionsorten zu teilen sind, 6x2 GE; insgesamt 72 GE.

Für die Produktion der Güter 4 und 5 gibt es keine Möglichkeit, mehrere Standorte zu bestimmen, da keine ausreichenden Marktgebiete erschlossen werden können. So ist zur Aufnahme einer kostendeckenden Produktion des Gutes 4 ein Marktgebiet mit einer Nachfrage von 126 GE<sup>1</sup> erforderlich. Das Marktgebiet des Gutes 5 ist praktisch identisch mit dem gesamten Staatsgebiet, soweit die Nachfrager betroffen sind, so daß sich die Suche nach alternativen Standorten erübrigt.

Abb. 51      Mögliche Produktionsorte der Güter 4 und 5

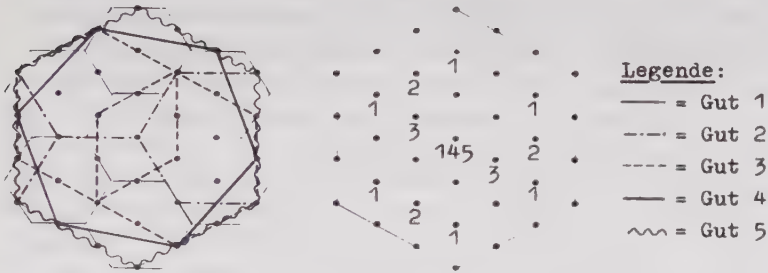


Welche räumliche Verteilung der zentralen Orte für dieses Modelland folgt nun aus dieser Analyse? Abbildung 52 zeigt nur eine Lösungsmöglichkeit, da für die Güter 2 und 3 jeweils alternative Standorte bestimmt werden können. Dadurch würden sich aber keine prinzipiellen Änderungen ergeben.

---

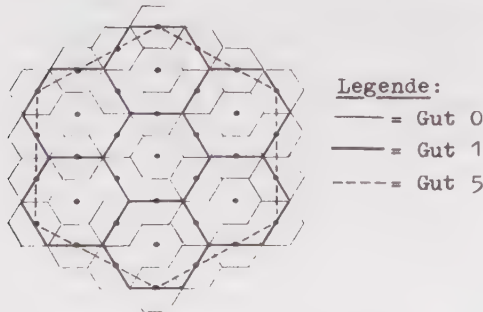
<sup>1</sup> Der Gesamtumsatz des Marktgebietes für das Gut 4 setzt sich zusammen aus: Umsätze ohne räumliche Konkurrenz von anderen Produktionsorten 19x6; Anteil an Umsätzen, die mit 2 weiteren Produktionsorten zu teilen sind 6x2; Umsatz insgesamt 126 GE.

**Abb. 52** Die zentralen Orte und ihre Marktgebiete in einem Wirtschaftsgebiet mit Landesgrenzen



Wie diese Zusammenfassung zeigt, hat die Berücksichtigung von Landesgrenzen erhebliche Auswirkungen auf die Grundstruktur der klassischen Landschaftsstrukturmodelle von CHRISTALLER und LÖSCH. Obwohl an dieser Stelle nur ein relativ kleines räumliches Modell mit nur einem Grundtyp von Landesgrenzen abgeleitet werden konnte, bleibt festzustellen, daß bereits die Aufgabe einer Homogenitätsbedingung die Grundstruktur so maßgeblich verändert, daß nur für gewisse Hierarchiestufen die von LÖSCH ermittelte räumliche Lage zentraler Orte erhalten bleibt. In Abbildung 53 ist dies beispielsweise für Marktgebiete der 1-, 4- und 27-fachen Größe der Fall.

**Abb. 53** Eine Auswahl zentraler Orte für ein Modellland mit Landesgrenzen<sup>1</sup>



<sup>1</sup> Bei Gut 0 handelt es sich um ein Produkt, das lediglich am Produktionsort selbst konsumiert wird, also etwa um den landwirtschaftlichen Eigenverbrauch (vgl. auch Abbildung 46).

Entscheidend für die optimale Anordnung der Marktgebiete unter Berücksichtigung von Landesgrenzen ist wohl, daß nicht willkürlich ein Zentrum höchster Ordnung vorab festgelegt werden kann. Die Struktur der Landschaft ergibt sich vielmehr erst aus einer Gleichgewichtssituation optimaler oder nahezu optimaler Marktgebiete (das Auftreten von Sondergewinnen kann nicht gänzlich ausgeschlossen werden) innerhalb der Landesgrenzen, ohne daß vorweg ein Fixpunkt etwa im Mittelpunkt der Landschaft bestimmt wäre. Sämtliche Standorte von zentralen Orten werden erst durch eindeutig bestimmte Marktgebietsgrenzen festgelegt. Im Innern der Landschaft mag das Netz der Märkte ähnlich wie bei LÖSCH aussehen; die Wirkung äußerer Begrenzungen ist jedoch nicht nur in den Randgebieten zu beobachten, sondern pflanzt sich über das gesamte Staatsgebiet fort.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, daß weder die Berücksichtigung einer diskreten Verteilung der Nachfrager noch die der unterschiedlichen Verdichtung der Bevölkerung die Grundstruktur der herkömmlichen Zentrale-Orte-Modelle verändert. In diesen Fällen ändert sich lediglich die relative Anordnung der Standorte entsprechend der Bevölkerungsdichte. Die Produktionsstruktur der zentralen Orte und damit die Hierarchie der Städte bleibt in jedem Fall erhalten, sofern man einen einheitlichen Aufbau unterstellt.

Die Berücksichtigung von Landesgrenzen hingegen verändert in systematischer Weise die Produktionsstruktur einzelner zentraler Orte. Der theoretische Aufbau der einzelnen Marktnetze bleibt zwar erhalten, doch ist die räumliche Überlagerung entsprechend der Grenzziehung zu modifizieren. Daraus folgt wiederum ein Hierarchieaufbau der Städte, der nicht in allen Punkten mit dem "klassischen" Aufbau auf unendlicher Fläche übereinstimmt. Es sind modifizierte Regeln zu beachten, die im folgenden Kapitel erläutert werden, das sich eingehend mit dem hierarchischen Aufbau der zentralen Orte in Landschaftsstrukturen beschäftigt.

D. Allokation im Raum - Kann die Grundstruktur von Landschaftsmodellen mit Hilfe des Linearen Programmierens abgeleitet werden?

Zunächst wird jedoch ein einfaches Verfahren aus dem Bereich des Operations Research beschrieben, das uns in die Lage versetzt, die Grundstruktur von Marktnetzen für ein Wirtschaftsgebiet mit Landesgrenzen und unterschiedlicher Verdichtung der Bevölkerung abzuleiten, wenn die maximalen Absatzradien für die verschiedenen Güter und Dienstleistungen bekannt sind. Unterstellen wir wie bei LÖSCH, daß diese Maximal-Distanz von den jeweiligen Abständen des zentralen Ortes höchster Ordnung zu den nächstgelegenen Orten (vgl. Abbildung 47) bestimmt wird, dann kann das Optimierungsproblem, wie die Marktgebiete über das gesamte Staatsgebiet anzuordnen sind, auf ein einfaches lineares Programmierungsmodell reduziert werden.

Die meisten Programmierungsmodelle, die sich mit ähnlichen Fragestellungen beschäftigen<sup>1</sup>, gehen nicht nur von einer ge-

---

<sup>1</sup> Stellvertretend für die umfangreiche Literatur sei auf die Arbeiten von TAKAYAMA und JUDGE sowie SERCK-HANSSEN verwiesen, in denen die wichtigsten Modelle zusammengefaßt werden.

TAKAYAMA, T.; JUDGE, G.G.: Spatial and Temporal Price and Allocation Models, North-Holland, Amsterdam 1971.

TAKAYAMA, T.; JUDGE, G.G. (ed.): Studies in Economic Planning over Space and Time, North-Holland, Amsterdam 1973.

SERCK-HANSSEN, J.: Optimal Patterns of Location, North-Holland, Amsterdam 1970.



gegebenen räumlichen Verteilung der Nachfrager, sondern auch von einer gegebenen räumlichen Verteilung der Produktionsorte aus. Der Kern der dort behandelten Probleme kann hauptsächlich auf Allokations- und Transportprobleme<sup>1</sup> zwischen Angebots- und Nachfrageregionen reduziert werden, ohne daß damit die für die Theorie der zentralen Orte so wesentliche Frage, an welchen Standorten überhaupt produziert werden soll, beantwortet wäre.

In dieser Arbeit sei nur auf einen einfachen Algorithmus zur optimalen Standortverteilung von Versorgungszentren verwiesen, der auf HAKIMI<sup>2</sup>, TOREGAS et al.<sup>3</sup> sowie KHUMAWALA<sup>4</sup> zurückgeht.

---

<sup>1</sup> Das klassische Transportmodell wurde zuerst von HITCHCOCK (1941) und KOOPMANS (1949) behandelt. Ein entsprechendes Lösungsverfahren hat dann DANTZIG (1951) entwickelt.

HITCHCOCK, F.L.: Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities, in: Journal of Mathematics and Physics, 1941 (21), S. 224-230.

KOOPMANS, T.C.: Optimum Utilization of the Transportation System, in: Econometrica, 1949 (71), S. 136-146.

DANTZIG, G.B.: Application of the Simplex Method to a Transportation Problem, in: T.C. Koopmans (ed.), Activity Analysis of Production and Allocation, John Wiley and Sons, New York 1951, S. 359-373.

DANTZIG, G.B.: Linear Programming and Extensions, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1963.

HOUTHAKKER, H.S.: On the Numerical Solution to the Transportation Problem, in Operations Research, 1955 (3), S. 210-14.

FORD, L.R.; FULKERSON, D.R.: Solving the Transportation Problem, in: Management Science, 1956 (3), S. 24-32.

DORFMAN, R.; SAMUELSON, P.A.; SOLOW, R.M.: Linear Programming and Economic Analysis, McGraw-Hill, New York 1958.

BÜVENTER, E. von: The Relationship between Transportation Costs and Location Rent in Transportation Problems, in: Journal of Regional Science, 1961 (3), S. 27-40.

<sup>2</sup> HAKIMI, S.L.: Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of Graphs, in: Operations Research, 1964 (12), S. 450-459.

<sup>3</sup> TOREGAS, C.; SWAIN, R.; REVELLE, Ch.; BERGMAN, L.: The Location of Emergency Service Facilities, in: Operations Research, 1971 (19), S. 1663-1673.

<sup>4</sup> KHUMAWALA, B.M.: An Efficient Algorithm for the P-Median Problem with Maximum Distance Constraints, in: Geographical Analysis, 1973 (5), S. 309-321.

Die umfassenden Ansätze von LEFEBER<sup>1</sup> und VON BÖVENTER<sup>2</sup> sowie TAKAYAMA und JUDGE<sup>3</sup> zu linearen und nichtlinearen Modellen des räumlichen Gleichgewichts, die den gesamten Produktionsbereich einbeziehen, können in dieser Arbeit nicht berücksichtigt werden. Lediglich zwei einfache Verfahren werden erläutert, die es ermöglichen, mit Hilfe von linearen Programmen ein optimales Standortsystem von Versorgungseinrichtungen zu bestimmen, wenn die entsprechenden Absatzreichweiten bekannt sind.

# 1. Ein optimales Standortsystem für Versorgungseinrichtungen mit bestimmter Reichweite

Zunächst sei ein relativ einfaches Problem behandelt:

Wie kann für ein gegebenes Wirtschaftsgebiet die Zahl der Versorgungseinrichtungen (z.B. Feuerwehrestationen), die (n) Gemeinden zu versorgen haben, minimiert werden, wenn ihre Reichweite (s) vorgegeben wird.

Es wird unterstellt, daß die Standorte der Gemeinden zugleich die potentiellen Standorte der Versorgungseinrichtungen sind.

Wenn nun für den Distanz-Parameter (s) ein Maximum (tragbare Entfernung zwischen Versorgungseinrichtung und Verbraucher)

---

1 LEFEBER, L.: Allocation in Space - Production, Transport, and Industrial Location, North-Holland, Amsterdam 1958.

2 VON BÖVENTER, E.: Theorie des räumlichen Gleichgewichts, Tübingen 1963.

3 TAKAYAMA, T.; JUDGE, G.G.: Spatial and Temporal Price and Allocation Models, 1971, a.s.o.

festgelegt wird, dann können von jedem Standort  $i$  lediglich Gemeinden innerhalb dieser maximalen Reichweite  $s^0$  versorgt werden; diese Menge wird mit  $N_i$  bezeichnet. Wenn nun  $d_{ij}$  die Entfernung zwischen zwei Gemeinden angibt, dann kann  $N_i$  definiert werden als  $N_i = \{j | d_{ij} \leq s\}$ . Existieren insgesamt  $n$  zu versorgende Gemeinden, dann gibt es auch  $n$  Kombinationen für Versorgungsgebiete mit mindestens einer Gemeinde (bei  $d_{ij}=0$ ).

Als Entscheidungsvariable, ob in einer bestimmten Gemeinde eine Versorgungseinrichtung geschaffen werden soll oder nicht, verwenden wir eine  $(0,1)$ -Variable, die keine anderen Werte annehmen kann.

Damit ergeben sich folgende Bezeichnungen:

- $n$  = Anzahl der zu versorgenden Gemeinden
- $z$  = Anzahl der Versorgungseinrichtungen, die erstellt werden müssen.
- $s$  = Maximum-Distanz-Parameter
- $d_{ij}$  = kürzeste Entfernung von der Gemeinde  $i$  zu der Gemeinde  $j$
- $N_i$  = Menge der Gemeinden, die innerhalb der Maximaldistanz ein gemeinsames Versorgungsgebiet bilden.
- $x_j$  =  $\{0,1\}$  Entscheidungsvariable, ob in  $j$  eine Versorgungseinrichtung erstellt werden soll ( $x_j=1$ ) oder nicht ( $x_j=0$ ).

Da alle Gemeinden zumindest von einer Versorgungseinrichtung erfasst sein sollen gilt:

$$(1) \quad \sum_{j \in N_i} x_j \geq 1$$

Das Optimierungsproblem besteht nun darin, die Anzahl der tatsächlich benötigten Versorgungseinrichtungen zu minimieren.

$$(2) \quad z = \sum_{j=1}^n x_j = \text{Min.}$$

Das entsprechende Optimierungsprogramm lautet also:

$$z = \sum_{j=1}^n x_j \stackrel{!}{=} \text{Min.}$$

unter den Nebenbedingungen

$$x_j = (0,1) \quad \text{wobei } (j=1,2,\dots,n)$$

und

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad \text{wobei } (i=1,2,\dots,n)$$

TOREGAS et al.<sup>1</sup> haben dieses Problem mit Hilfe des Linearen Programmierens gelöst. Dabei ist vielleicht noch einmal auf die relative Einfachheit der vorliegenden Fragestellung hinzuweisen. Es besteht lediglich die Beschränkung, daß jede Gemeinde versorgt wird. Jeder Gemeinde wiederum wird eine 0,1-Variable zugewiesen, die angibt, ob in dieser Gemeinde eine Versorgungseinrichtung angesiedelt wird oder nicht. Diese relative Einfachheit erlaubt es auch, trotz des bei zunehmender Anzahl der Gemeinden relativ hohen Rechenaufwands<sup>2</sup>, Lösungen für mehrere hundert mögliche Standorte zu berechnen.

TOREGAS et al. haben entsprechende Berechnungen für 30 Standorte im Staat New York (vgl. die entsprechende Entfernungsmatrix in Abbildung 54) für Maximal-Distanzen von  $s=7$  bis  $s=275$  durchgeführt. Um in jedem Fall zu ganzzahligen Lösungen zu gelangen, wird eine weitere Beschränkung eingeführt. Wird beispielsweise eine nichtganzzahlige Lösung  $m$  für die Anzahl der notwendigen Versorgungseinheiten ermittelt, so bezeichnet die nächste ganze Zahl die tatsächlich optimale Lösung.

$$(3) \quad \sum_{j=1}^n x_j \geq m^0 + 1 \quad \text{wobei } m^0 = \text{ganzzahliger Teil von } m$$

Für diesen Wert muß dann erneut die optimale Verteilung der

1 TOREGAS, C.; SWAIN, R.; REVELLE, C.; BERGMANN, L.: The Location of Emergency Service Facilities, 1971, a.a.O.

2 KHMUAWALA hat einen vereinfachten Algorithmus vorgeschlagen, der den sonst erforderlichen Rechenaufwand stark reduziert.

KHMUAWALA, B.M.: An Efficient Algorithm for the P-median Problem with Maximum Distance Constraints, 1973, a.a.O.

Versorgungseinrichtungen bestimmt werden.

Tab. 4 Entfernungsmatrix für 30 Orte des Staates New York  
(Angaben in Meilen)

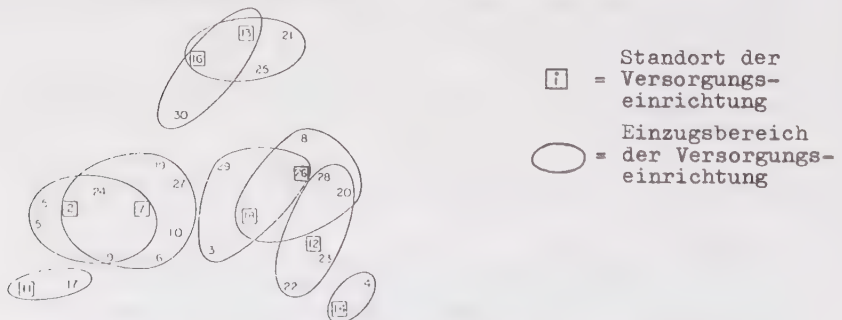
THE MINIMUM-DISTANCE MATRIX FOR LOCATIONS IN NEW YORK STATE  
(The distances are in miles)

|    | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  | 21  | 22  | 23  | 24  | 25  | 26  | 27  | 28  | 29  | 30  |     |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1  | 0   | 244 | 140 | 124 | 281 | 136 | 181 | 51  | 248 | 167 | 320 | 64  | 251 | 146 | 285 | 211 | 255 | 75  | 169 | 38  | 167 | 117 | 71  | 220 | 137 | 16  | 155 | 7   | 70  | 185 |     |
| 2  | 244 | 0   | 158 | 359 | 37  | 171 | 46  | 216 | 60  | 112 | 161 | 278 | 272 | 325 | 51  | 122 | 77  | 200 | 105 | 281 | 332 | 263 | 229 | 53  | 284 | 735 | 109 | 248 | 161 | 184 |     |
| 3  | 140 | 158 | 0   | 202 | 174 | 56  | 72  | 103 | 117 | 44  | 213 | 137 | 154 | 170 | 279 | 220 | 167 | 52  | 114 | 177 | 279 | 105 | 136 | 116 | 237 | 125 | 78  | 144 | 92  | 148 |     |
| 4  | 124 | 359 | 202 | 0   | 295 | 278 | 294 | 39  | 372 | 48  | 416 | 67  | 131 | 61  | 410 | 319 | 351 | 174 | 293 | 102 | 255 | 165 | 70  | 337 | 285 | 143 | 254 | 134 | 111 | 293 |     |
| 5  | 281 | 37  | 174 | 295 | 0   | 145 | 127 | 752 | 7   | 42  | 13  | 317 | 309 | 304 | 19  | 159 | 74  | 236 | 143 | 318 | 365 | 279 | 315 | 70  | 321 | 122 | 146 | 245 | 94  | 201 |     |
| 6  | 136 | 181 | 56  | 278 | 145 | 0   | 60  | 309 | 51  | 34  | 165 | 259 | 259 | 276 | 152 | 619 | 194 | 113 | 112 | 263 | 3   | 171 | 192 | 100 | 274 | 185 | 91  | 700 | 124 | 161 |     |
| 7  | 181 | 46  | 72  | 294 | 127 | 60  | 0   | 259 | 67  | 17  | 181 | 200 | 725 | 267 | 157 | 175 | 114 | 134 | 59  | 218 | 279 | 128 | 45  | 217 | 170 | 49  | 185 | 101 | 117 |     |     |
| 8  | 51  | 216 | 117 | 39  | 209 | 34  | 259 | 0   | 275 | 155 | 166 | 105 | 152 | 192 | 319 | 195 | 322 | 118 | 184 | 91  | 116 | 183 | 124 | 262 | 55  | 41  | 150 | 45  | 107 | 175 |     |
| 9  | 167 | 60  | 117 | 37  | 127 | 51  | 67  | 275 | 0   | 111 | 256 | 292 | 287 | 111 | 242 | 58  | 175 | 126 | 265 | 346 | 222 | 213 | 60  | 306 | 373 | 116 | 252 | 164 | 124 |     |     |
| 10 | 320 | 112 | 44  | 213 | 103 | 34  | 165 | 105 | 111 | 0   | 181 | 179 | 135 | 163 | 195 | 135 | 93  | 79  | 226 | 211 | 151 | 182 | 97  | 240 | 155 | 57  | 17  | 96  | 127 |     |     |
| 11 | 64  | 251 | 137 | 154 | 170 | 159 | 157 | 304 | 19  | 185 | 0   | 318 | 313 | 78  | 97  | 323 | 55  | 232 | 207 | 375 | 403 | 316 | 351 | 124 | 335 | 327 | 206 | 342 | 258 | 265 |     |
| 12 | 278 | 272 | 137 | 102 | 127 | 181 | 200 | 259 | 259 | 276 | 317 | 0   | 257 | 9   | 324 | 250 | 473 | 66  | 205 | 65  | 281 | 58  | 29  | 254 | 211 | 69  | 169 | 61  | 128 | 204 |     |
| 13 | 255 | 267 | 157 | 319 | 309 | 259 | 72  | 152 | 292 | 235 | 333 | 257 | 0   | 347 | 275 | 66  | 330 | 136 | 168 | 231 | 67  | 315 | 274 | 259 | 45  | 193 | 174 | 201 | 171 | 108 |     |
| 14 | 169 | 320 | 170 | 41  | 368 | 225 | 242 | 107 | 247 | 216 | 301 | 95  | 349 | 0   | 279 | 363 | 274 | 174 | 284 | 144 | 313 | 50  | 74  | 706 | 103 | 161 | 248 | 161 | 219 | 297 |     |
| 15 | 285 | 51  | 114 | 295 | 9   | 262 | 117 | 7   | 41  | 62  | 25  | 329 | 323 | 379 | 0   | 273 | 53  | 251 | 187 | 337 | 161 | 316 | 304 | 74  | 335 | 286 | 106 | 299 | 212 | 215 |     |
| 16 | 211 | 122 | 266 | 143 | 259 | 219 | 175 | 185 | 242 | 105 | 323 | 250 | 66  | 363 | 273 | 0   | 287 | 137 | 110 | 264 | 126 | 293 | 210 | 149 | 97  | 198 | 178 | 213 | 159 | 58  |     |
| 17 | 215 | 77  | 400 | 361 | 74  | 264 | 114 | 337 | 56  | 20  | 45  | 293 | 330 | 376 | 93  | 284 | 0   | 218 | 173 | 332 | 393 | 261 | 296 | 106 | 251 | 286 | 143 | 299 | 215 | 231 |     |
| 18 | 75  | 169 | 52  | 176 | 276 | 118 | 181 | 138 | 175 | 92  | 275 | 86  | 134 | 179 | 251 | 197 | 218 | 0   | 130 | 119 | 221 | 124 | 104 | 178 | 176 | 67  | 64  | 92  | 64  | 144 |     |
| 19 | 38  | 200 | 105 | 281 | 165 | 279 | 128 | 319 | 322 | 118 | 184 | 91  | 116 | 183 | 124 | 262 | 55  | 41  | 150 | 45  | 107 | 175 | 70  | 321 | 122 | 146 | 245 | 94  | 201 |     |     |
| 20 | 137 | 105 | 136 | 116 | 237 | 125 | 78  | 144 | 92  | 148 | 91  | 700 | 124 | 161 | 245 | 94  | 201 | 45  | 193 | 174 | 201 | 171 | 108 | 45  | 193 | 174 | 201 | 171 | 108 |     |     |
| 21 | 155 | 70  | 185 | 293 | 101 | 117 | 107 | 175 | 107 | 127 | 108 | 117 | 107 | 127 | 108 | 117 | 107 | 0   | 191 | 121 | 76  | 257 | 187 | 57  | 172 | 37  | 127 | 202 |     |     |     |
| 22 | 137 | 105 | 136 | 116 | 237 | 125 | 78  | 144 | 92  | 148 | 91  | 700 | 124 | 161 | 245 | 94  | 201 | 45  | 193 | 174 | 201 | 171 | 108 | 45  | 193 | 174 | 201 | 171 | 108 |     |     |
| 23 | 117 | 265 | 25  | 116 | 269 | 161 | 197 | 160 | 222 | 151 | 314 | 58  | 315 | 69  | 4   | 293 | 261 | 121 | 213 | 270 | 0   | 60  | 241 | 249 | 127 | 173 | 112 | 164 | 257 |     |     |
| 24 | 171 | 248 | 151 | 102 | 338 | 192 | 278 | 124 | 751 | 101 | 351 | 20  | 274 | 75  | 365 | 210 | 296 | 106 | 275 | 74  | 278 | 0   | 272 | 278 | 86  | 189 | 71  | 146 | 244 |     |     |
| 25 | 171 | 248 | 151 | 102 | 338 | 192 | 278 | 124 | 751 | 101 | 351 | 20  | 274 | 75  | 365 | 210 | 296 | 106 | 275 | 74  | 278 | 0   | 272 | 278 | 86  | 189 | 71  | 146 | 244 |     |     |
| 26 | 271 | 33  | 114 | 1   | 10  | 110 | 14  | 267 | 60  | 95  | 34  | 27  | 239 | 304 | 9   | 163 | 164 | 178 | 13  | 297 | 299 | 261 | 272 | 3   | 271 | 279 | 94  | 157 | 100 |     |     |
| 27 | 157 | 244 | 173 | 215 | 52  | 276 | 237 | 176 | 236 | 245 | 205 | 211 | 44  | 303 | 135 | 97  | 151 | 196 | 182 | 187 | 52  | 267 | 225 | 251 | 0   | 181 | 184 | 154 | 147 | 100 |     |
| 28 | 16  | 233 | 123 | 113 | 212 | 185 | 138 | 61  | 287 | 103 | 132 | 69  | 193 | 161 | 296 | 159 | 284 | 67  | 136 | 52  | 157 | 177 | 86  | 269 | 147 | 0   | 124 | 15  | 77  | 152 |     |
| 29 | 173 | 109 | 76  | 244 | 144 | 91  | 49  | 129 | 114 | 57  | 256 | 169 | 158 | 264 | 101 | 120 | 163 | 94  | 30  | 172 | 238 | 184 | 189 | 52  | 154 | 124 | 0   | 139 | 52  | 70  |     |
| 30 | 7   | 245 | 141 | 113 | 245 | 277 | 185 | 58  | 257 | 172 | 317 | 162 | 51  | 220 | 151 | 270 | 213 | 269 | 87  | 71  | 37  | 462 | 110 | 76  | 224 | 156 | 15  | 139 | 6   | 82  | 167 |
| 31 | 20  | 16  | 72  | 211 | 198 | 121 | 67  | 107 | 164 | 94  | 259 | 124 | 171 | 2   | 212 | 129 | 215 | 64  | 79  | 127 | 187 | 144 | 146 | 135 | 147 | 77  | 32  | 62  | 0   | 93  |     |
| 32 | 19  | 184 | 143 | 271 | 181 | 181 | 171 | 197 | 275 | 225 | 129 | 21  | 715 | 54  | 271 | 146 | 60  | 252 | 168 | 247 | 274 | 131 | 270 | 152 | 70  | 167 | 72  | 0   | 167 | 73  | 0   |

Quelle: TOREGAS et al.: The Location of Emergency Service Facilities, in: Operations Research, 1971 (19), S. 1367.

In Abbildung 55 sind die optimalen Standorte für Versorgungseinrichtungen mit einem Einzugsbereich von  $s=68$  ausgewiesen. Dieses eine Beispiel möge genügen zur Erläuterung des Lösungsverfahrens.

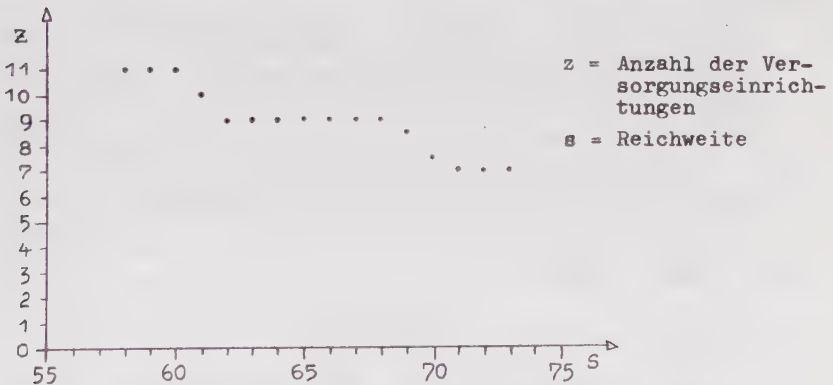
Abb. 55 Standorte für Versorgungseinrichtungen mit  $s=68$  im Staat New York



Quelle: TOREGAS et al.: The Location of Emergency Service Facilities, a.a.O., S. 1368.

Die Anzahl der insgesamt für ein Wirtschaftsgebiet benötigten Versorgungseinrichtungen ist natürlich abhängig von der Vorgabe der maximalen Versorgungs- bzw. Absatzreichweiten, die der Maximum-Distanz-Parameter  $s$  bezeichnet. So ergeben sich beispielsweise für den Staat New York folgende Mindestanforderungen bezüglich der Anzahl von Versorgungseinrichtungen im Bereich von  $s=58$  bis  $s=73$ :

Abb. 56 Minimal erforderliche Anzahl von Versorgungseinrichtungen in Abhängigkeit der jeweiligen Reichweite für 30 Orte des Staates New York



Quelle: TOREGAS et al.: The Location of Emergency Service Facilities, a.a.O., S. 1369.

## 2. Ein Standortsystem von Versorgungseinrichtungen mit minimaler Durchschnittsentfernung für die Benutzer

In dem ersten Modell, das versuchte, ein optimales Standortsystem für Versorgungseinrichtungen zu bestimmen, die ihre Leistungen unmittelbar am Standort der Verbraucher (z.B. Feuerwehr) abgeben, waren Entfernungen  $d_{ji}$  und damit Bewegungen zwischen dem Standort der Versorgungseinrichtungen und dem Standort der Verbraucher maßgeblich.



Ein zweites Modell beschäftigt sich nun mit der Frage, wie ein optimales Standortsystem von Versorgungseinrichtungen bestimmt werden kann, die in der Regel von den Verbrauchern (z.B. Schule, Krankenhäuser) aufgesucht werden (oft auch als "P-Median-Problem"<sup>1</sup> bezeichnet). In diesem Fall geht es also um Entfernungen  $d_{ij}$ . Der für dieses Problem vorliegende Lösungsalgorithmus hat für die Theorie der zentralen Orte deshalb besondere Bedeutung, weil im Grunde das Problem der räumlichen Anordnung eines Systems von optimalen Marktgebieten gegebener Absatzreichweite auf ein "P-Median-Problem" reduziert werden kann:

Gegeben seien (n) Gemeinden eines Wirtschaftsraumes, die mit bestimmten Leistungen zu versorgen sind.  
Bestimme (p) dieser Gemeinden, in denen die entsprechenden Versorgungseinrichtungen geschaffen werden, so daß insgesamt

- (1) die durchschnittliche Distanz, die pro Person zwischen Wohnort und entsprechender Versorgungseinrichtung zurückzulegen ist, minimiert wird;
- (2) die Distanz, die eine Person zurückzulegen hat, ein gewisses Maximum (s) nicht überschreitet.

Folgende Bezeichnungen sind zu beachten:

- n = Anzahl der zu versorgenden Gemeinden
- p = Anzahl der Versorgungseinrichtungen
- s = Maximum-Distanz-Parameter
- $d_{ij}$  = kürzeste Entfernung zwischen den Gemeinden
- $N_i$  = Menge der Gemeinden, die innerhalb der Maximaldistanz ein gemeinsames Versorgungsgebiet bilden.
- $x_{ij}$  = Anteil der Bevölkerung der Gemeinde i, die eine Versorgungseinrichtung in der Gemeinde j benutzen.
- $a_i$  = Bevölkerung der Gemeinde i
- D = mit der Bevölkerung gewichtete Entfernung zu den Versorgungseinrichtungen

---

<sup>1</sup> In der ursprünglichen Fassung des P-Median-Problems war keine Distanz-Beschränkung der Versorgungseinrichtungen vorgesehen.

Vgl. HAKIMI, S.L.: Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of Graphs, a.a.O.

Das Optimierungsproblem kann dann geschrieben werden als:

$$(1) \quad D = \sum_{i=1}^n \sum_{j \in N_i} a_i \cdot d_{ij} \cdot x_{ij} \stackrel{!}{=} \text{Min.}$$

unter den Nebenbedingungen

$$(2) \quad \sum_{j \in N_i} x_{ij} = 1 \quad \text{wobei} \quad (i=1,2,\dots,n)$$

$$(3) \quad 0 = x_{ij} = x_{jj} \quad \text{wobei} \quad (i=1,2,\dots,n; j \in N_i; i \neq j)$$

$$(4) \quad \sum_{j=1}^n x_{jj} = p$$

$$(5) \quad x_{jj} = 0,1 \quad \text{wobei} \quad (j=1,2,\dots,n)$$

Gleichung (5) mit  $x_{jj}=1$  zeigt also an, daß eine Versorgungseinrichtung in der Gemeinde  $j$  eingerichtet werden soll.

Minimiert (vgl. Zielfunktion (1)) wird die Gesamtdistanz der Bevölkerung (Entfernung  $\times$  Bevölkerung), die diese zu den nächstgelegenen Versorgungseinrichtungen zurückzulegen hat.

Die Beschränkungsgleichung (2) garantiert, daß die Bevölkerung jeder Gemeinde einer Versorgungseinrichtung zugeordnet wird.

Gleichung (3) stellt sicher, daß die Gemeinde nur tatsächlich auch eröffneten Versorgungseinrichtungen zugewiesen wird.

Gleichung (4) schließlich verlangt, daß genau  $p$  Versorgungseinrichtungen erstellt werden.

Dieses Programm für verschiedene  $(s,p)$ -Kombinationen berücksichtigt - im Gegensatz zum ersten Modell - auch die Bevölkerungsgröße der Gemeinden. Maßgeblich für die optimale Lösung ist nicht die Entfernungsmatrix, sondern eine mit der jeweiligen Bevölkerung gewichtete Entfernungsmatrix ( $a_i \cdot d_{ij}$ -Matrix oder Bevölkerung-Entfernung-Matrix). Bei einzelnen Lösungen treten wieder verschiedene Schwierigkeiten auf, die an dieser Stelle nicht behandelt werden können. KHUMAWALA<sup>1</sup> hat eine erhebliche Vereinfachung des Algorithmus vorgeschlagen, wodurch der erforderliche Rechenaufwand stark reduziert wird und zum Teil auch die erwähnten Schwierigkeiten überwunden werden.

<sup>1</sup> KHUMAWALA, B.B. An Efficient Algorithm for the P-Median Problem with Maximum Distance Constraints, 1973, a.a.O.

Die Frage, die diesen Ausführungen zugrunde lag, war folgende: Wie kann ein theoretisches Landschaftsstrukturmodell im Sinne von LÖSCH abgeleitet werden, das ausdrücklich Landesgrenzen und unterschiedliche Verdichtung der Bevölkerung berücksichtigt. Der genannte Algorithmus ist dazu in der Lage, wenn die optimalen Absatzreichweiten der einzelnen Güter und Dienstleistungen bekannt sind und sichergestellt ist, daß sich die daraus abgeleiteten Marktgebiete nur an der Peripherie überlagern. Damit sind also nicht unbedingt die Schwierigkeiten überwunden, die bei der Abgrenzung und möglichen Überschneidung von Marktgebieten auftreten. Empirische Untersuchungen zur Hierarchie der Städte in ihrer räumlichen Interdependenz innerhalb eines Systems zentraler Orte können erst vorgenommen werden, wenn eindeutige Abgrenzungskriterien entwickelt sind.

#### IV. Die Hierarchie der Städte in zentralörtlichen Systemen: Ein raumwirtschaftstheoretischer Erklärungsansatz der Verstädterung

Mit der Verbindung einiger Elemente der Theorie der zentralen Orte und der zahlreichen Ansätze zur Erklärung der "Rank-Size-Rule"<sup>1</sup> soll der Versuch unternommen werden, einen neuen Erklärungsansatz für Konzentrations- und Verstädterungstendenzen zu formulieren.

In die einfache Darstellung und damit auch in die Berechnung der Rang-Größe-Ordnungen gehen zunächst keine eigentlich raumwirtschaftstheoretischen Überlegungen ein. Es liegt vielmehr der Versuch vor, den hierarchischen Aufbau der Stadtgrößen auf einfache Weise darzustellen, wobei die räumliche Lage der Städte völlig unberücksichtigt bleibt. Die Möglichkeiten, Ver-

---

<sup>1</sup> Vorläufer der "Rank-Size-Rule" sind bereits enthalten in:

AUERBACH, F.: Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration, in: Petermann's Mitteilungen, 1919 (59), S. 74-76.

Die Weiterentwicklung des Konzepts (vgl. auch Kapitel I dieser Arbeit) wurde maßgeblich betrieben von:

ZIPF, G.K.: National Unity and Disunity, Bloomington, Ind., 1941.

BERRY, B.J.L.: Alternative Explanations of Urban Rank-Size Relationships, in: Annals of the Association of American Geographers, 1958 (48), S. 83-91.

STEWART, C.F.: The Size and the Spacing of Cities, in: Geographical Review, 1958 (48), S. 222-245.

OLSSON, G.: Central Place Systems, Spatial Interactions and Stochastic Processes, in: Papers, of the Regional Science Association, 1967 (18), S. 13-45.

MEDVEDKOV, Y.V.: An Application of Topology in Central Place Analysis, in: Papers of the Regional Science Association, 1968 (20), S. 77-84.

BERRY, B.J.L.: City Size Distribution and Economic Development, in: Economic Development and the Cultural Change, 1961 (9), S. 573-588.

DZIEWONSKI, K.: General Theory of Rank-Size Distributions in Regional Settlement Systems - Reappraisal and Reformulation of the Rank-Size Rule, in: Papers of the Regional Science Association, 1972 (29), S. 73-86.

änderungen des hierarchischen Aufbaus abzubilden und internationale Vergleiche vornehmen zu können, waren bisher der alleinige Zweck derartiger Darstellungen.

Der eigentliche Wert der vorliegenden Untersuchung wird aber in der Möglichkeit gesehen, das Theoriegebäude der zentralen Orte in die Überlegungen zur Rang-Größe-Ordnung zu integrieren. Ein bis dahin rein darstellendes Hilfsmittel wird damit zu einem Erklärungsmodell ausgebaut, das möglicherweise dann als Planungsinstrument genutzt werden kann. Zunächst wird versucht werden nachzuweisen, daß diese bisher nicht genutzte Möglichkeit besteht, indem die Vorgehensweise an zwei einfachen Beispielsländern unterschiedlicher Landschaftsstruktur erläutert wird. Diesem Ansatz wird deshalb besondere Bedeutung zugemessen, weil es möglich sein wird, mit Hilfe von Rang-Größe-Untersuchungen innerhalb des Zentrale-Orte-Gefüges auf einfache Weise Aussagen darüber zu machen, ob die räumliche Anordnung der Städte eines Landes in etwa dem theoretischen Aufbau des Zentrale-Orte-Schemas entspricht, so daß Abweichungen genau quantifiziert werden können.

Ein Ziel dieser Überlegungen ist es, die Analyse von LÖSCH weiterzuführen, der die strenge hierarchische Ordnung der zentralen Orte von CHRISTALLER auflöste, indem er innerhalb der Hierarchie der Städte Korridore räumlicher Spezialisierung ableitete. Durch diesen ersten bedeutsamen Erklärungsversuch des Entstehens räumlicher Verdichtungsachsen selbst bei denkbar homogenen Ausgangsbedingungen wurden zugleich die theoretischen Grundlagen für neue Erklärungsansätze<sup>1</sup> gelegt, die die Wirkungsweise von Agglomerationsvorteilen und das Zusammenwachsen konzentrischer Verdichtungspole zu bandartigen Ballungsgebieten erklären wollen. Diese Arbeit will damit den Versuch fortsetzen, die raumwirtschaftlichen Ur-

---

<sup>1</sup> VON BÖVENTER, E.: Die Struktur der Landschaft, 1962, a.a.O.

ALONSO, W.: The Economics of Urban Space, in: Papers of the Regional Science Association, 1972 (26), S. 67-83.

PARR, J.B.: Growth Poles, Regional Development, and Central Place Theory, in: Papers of the Regional Science Association, 1974 (31), S. 173-212.

VON BÖVENTER, E.: City Size Systems - Theoretical Issues, Empirical Regularities and Planning Guides, in: Urban Studies, 1973 (10), S. 145-162.

sachen von Verdichtungstendenzen zu erkennen und Ansätze ihrer Meßbarkeit aufzuzeigen.

A. Theoretische Überlegungen zur Hierarchie der Städte: "Rank-Size-Rule" und die Theorie der zentralen Orte

Der Anlaß erneuter theoretischer Überlegungen zur Hierarchie der Städte und ihrer Rang-Größe-Ordnung ist in der Beobachtung zu sehen, daß auch die Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland einem stetigen Verlauf unterhalb der sogenannten "Ideal-Rank-Size" entspricht. Ähnliche Beobachtungen wurden inzwischen in vielen Ländern der Erde gemacht, speziell auch für die Metropolitan Areas in den Vereinigten Staaten von Amerika<sup>1</sup>.

Zunächst ist zu klären, wie überhaupt unterschiedliche Verlaufsformen von Rang-Größe-Ordnungen zu interpretieren sind. Hierbei können bekannte Modelle der Raumwirtschaftstheorie herangezogen werden, die eigenartigerweise aber nicht explizit die räumliche Lage der Städte berücksichtigen. Eine Erweiterung dieser Modelle um eine räumliche Dimension ist aber unbedingte Voraussetzung, wenn man beispielsweise die Abweichung der Hierarchie der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland von einer theoretischen Verteilung etwa im Sinne der zentralen Orte richtig interpretieren will. Theoretisch wäre es möglich, daß Verteilungen beobachtet werden, die denkbar genau mit der "Ideal-Rank-Size" übereinstimmen, obwohl alle erfaßten Städte in ausgesprochen räumlicher Konzentration beieinanderliegen und damit weitgehend ländliche Gebiete entleeren. Natürlich wären auch die umgekehrte Beobach-

---

<sup>1</sup> Vgl. die entsprechenden Ergebnisse und Abbildungen für die Bundesrepublik Deutschland und die Vereinigten Staaten von Amerika (Abbildungen 71 und 72).



tung und sämtliche Zwischenformen denkbar. Eine ausgeprägte Hierarchie der Städte im Sinne der "Rank-Size-Rule" kann also eine räumlich extrem unterschiedliche Ausprägung besitzen. Für eine konkrete Raumordnungspolitik ist man damit eigentlich wieder so klug als wie zuvor. Wenn also die "Rank-Size-Rule" lediglich ein "Hierarchiegelsetz" für die Größenverteilung von Städten darstellt, so müssen die entsprechenden Gesetze, die für die räumliche Anordnung dieser - hierarchisch wohlgeordneten Städte - verantwortlich sind, noch bestimmt werden. Die Theorie der zentralen Orte - in welcher Ausprägung auch immer - scheint die geeignete Hilfestellung leisten zu können, denn sie ist als einzige in der Lage, simultan alle Standorte für ein geschlossenes Gesamtsystem von Städten zu bestimmen.

Wie kann aber ein kompliziertes Zentrale-Orte-System auf einfache Weise integriert werden? Die räumliche Lage von Städten innerhalb einer Hierarchie von Städten kann durch Berechnung ihrer Potentialwerte<sup>1</sup> erfaßt werden, so daß man aus dem Vergleich von Rang-Größe-Ordnung für reine Bevölkerungszahlen und für Potentialwerte etwaige Abweichungen von theoretischen Zentrale-Orte-Systemen quantifizieren kann. Dieser Vorgehensweise liegt die Erkenntnis zu Grunde, daß jedem zentralen Ort einer theoretischen Landschaftsstruktur nach CHRISTALLER oder LÖSCH ein ganz spezifischer Potentialwert zu geordnet werden kann.

Mit der "Rank-Size-Rule" wird folgender allgemeiner Zusammen-

---

<sup>1</sup> Unter Potentialwerten verstehen wir hier folgende Größen:

$$P_i = \sum_{j=1}^n \frac{E_i \cdot E_j}{d_{ij}^\alpha} \quad \text{wobei} \quad \begin{aligned} P_i &= \text{Potential der Stadtregion } i \\ E_i &= \text{Einwohnerzahl der Stadtregion } i, \text{ für die das Potential bestimmt wird.} \\ E_j &= \text{Einwohnerzahl umliegender Stadtregionen } j \text{ (} j=1,2,\dots,n \text{ und } i \neq j \text{)} \\ d_{ij} &= \text{einfache Entfernung zwischen den Stadtregionen } i \text{ und } j \\ \alpha &= \text{Entfernungselastizität} \end{aligned}$$

hang<sup>1</sup> für den Größenaufbau der Städte unterstellt:

$$R^{\beta} \cdot E_R = E_N$$

oder

$$\log E_R = \log E_N - \beta \log R$$

wobei  $R$  = Rang einer Stadt  
( $R=1,2,\dots,N$ )

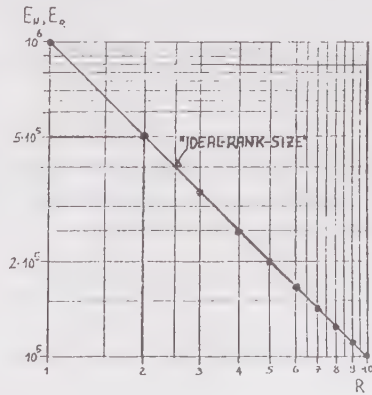
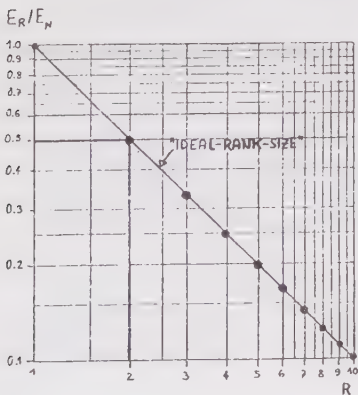
$E_R$  = Einwohner einer Stadt  $i$   
mit Rang  $R$

$E_N$  = Einwohner der größten  
Stadt  $N$

$\beta$  = Gewichtungskonstante

Das Produkt aus gewichtetem Rang ( $R^{\beta}$ ) einer Stadt innerhalb der Hierarchie und ihrer Bevölkerung entspricht der Bevölkerung der größten Stadt<sup>1</sup>. Für den Fall, daß der Exponent  $\beta$  den Wert  $\beta=1$  annimmt, spricht man von der sogenannten "Ideal-Rank-Size-Rule". Ein entsprechender hierarchischer Aufbau der Städte eines Landes setzt voraus, daß die zweitgrößte Stadt des Landes genau die Hälfte der Bevölkerung der größten Stadt besitzt, die drittgrößte Stadt genau ein Drittel, usw. Auf doppel-logarithmischem Papier abgebildet, ergibt sich eine lineare Funktion  $\log E_R = \log E_N - \beta \log R$ , die entweder für die absoluten Städtegrößen oder für die normierten Städtegrößen (vgl. Abbildung 57) abgebildet werden kann.

Abb. 57 Idealtypische Rang-Größe-Ordnung für absolute und normierte Einwohnergrößen



<sup>1</sup> Gebräuchlich ist auch die Schreibweise  $R^{\alpha} E = K$  oder  $\log R = \log K - \alpha \log E$ , d.h. das Produkt aus Rang ( $R$ ) und entsprechender Einwohnerzahl (für  $\alpha=1$ ) entspricht über alle Hierarchiestufen einer Konstanten ( $K$ ).

Schon SINGER<sup>1</sup> berechnete 1939 für den Exponenten der "Rank-Size-Rule" von einigen Industrienationen einen Wert von nahezu  $\beta=1$  und erkannte in diesem Fall die Identität des Ergebnisses mit dem Pareto'schen Verteilungsgesetz. Obwohl zunächst keine räumliche Dimensionen in Rang-Größe-Ordnungen eingehen, ist dennoch ein Zusammenhang mit Zentrale-Orte-Systemen gegeben, wenn man Hypothesen über die Höhe des Exponenten einbezieht. LÖSCH<sup>2</sup> erkannte diesen Zusammenhang, aber erst BECKMANN<sup>3</sup> formulierte den Ansatz, wie zentrale Orte und der Aufbau ihrer Marktnetze direkt mit einer Hierarchie der Städte im Sinne der "Rank-Size-Rule" verbunden werden können. Weitere Autoren<sup>4</sup> arbeiteten an Verbesserungen dieses Ansatzes.

---

1 SINGER, H.W.: The 'Courbes des Populations' - A Parallel to Pareto's Law, a.a.O.

2 LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 310f.

3 BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, in: Economic Development and the Cultural Change, 1958 (6), S. 243-248.

4 DACEY, M.F.: Population of Places in a Central Place Hierarchy, in: Journal of Regional Science, 1966 (6), S. 27-33.

PARR, J.B.: City Hierarchies and the Distribution of City Size - A Reconsideration of Beckmann's Contribution, in: Journal of Regional Science, 1969 (9), S. 239-258.

PARR, J.B.: Models of City Size in an Urban System, in: Papers of the Regional Science Association, 1970 (25), S. 221-253.

BECKMANN, M.J.; McPHERSON, J.C.: City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, in: Journal of Regional Science, 1970 (10), S. 25-33.

HENDERSON, J.V.: Hierarchy Models of City Size - An Economic Evaluation, in: Journal of Regional Science, 1972 (12), S. 435-441.

PARR, J.B.: Structure and Size in the Urban System of Lösch, in: Economic Geography, 1973 (49), S. 185-212.

PARR, J.B.; DENIKE, K.G.; MULLIGAN, G.: City-Size Models and the Economic Base - A Recent Controversy, in: Journal of Regional Science, 1975 (15), S. 1-8.

CARLBERG, M.: Beobachtungen zum Auerbachschen Gesetz in der Bundesrepublik Deutschland, in: Beiträge zur Wirtschaftsforschung des Sozialökonomischen Seminars der Universität Hamburg, hektographiertes Manuskript, Hamburg 1975.

Unbeschritten ist aber bis heute der Weg, den Raum unmittelbar in Rang-Größe-Untersuchungen einzubeziehen. Dies kann durch Bildung von Potentialen für Stadtregionen geschehen, für die dann im Vergleich zur reinen Einwohnerzahl ebenfalls Rang-Größe-Verteilungen berechnet werden. Auf diese Weise kann ein einfacher Vergleich vorgenommen werden, ob die Verteilung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland ansatzweise theoretischen Raumstrukturmodellen entspricht. Zumindest können aber der Funktionsverlauf der Rang-Größe-Anordnung und etwaige Abweichungen und systematische Ablenkungen von idealtypischen Verlaufsformen auch in ihrer räumlichen Dimension interpretiert werden. Außerdem bietet dieser Vergleich die Möglichkeit, in die zunächst rein beschreibende Darstellung von Rang-Größe-Untersuchungen theoretische Überlegungen zur Landschaftsstruktur einzubeziehen, die im Sinne der Theorie der zentralen Orte einen ökonomischen Erklärungsansatz umfassen. Zunächst muß allerdings geklärt sein, welcher Zusammenhang zwischen theoretischen Landschaftsstrukturmodellen und Rang-Größe-Ordnungen der zentralen Orte überhaupt besteht.

## B. Die Hierarchie der Städte in Zentrale-Orte-Modellen

Als Ausgangsbasis der folgenden Überlegungen kann das Modell von BECKMANN<sup>1</sup> gewertet werden, das bereits im Überblick der Hierarchiemodelle (vgl. Kapitel I) ausführlich erläutert wurde.

### 1. Hierarchiesysteme zentraler Orte mit einheitlichem Versorgungsgrad und einheitlicher Zuweisung von Satellitenstädten

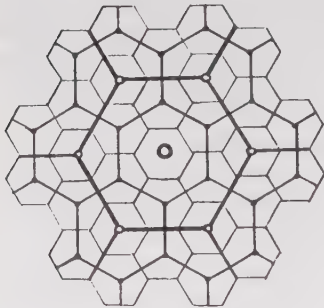
Der Aufbau eines einfachen Hierarchiemodells zentraler Orte kann folgendermaßen formalisiert werden. Unter den üblichen Annahmen einer völlig homogenen Fläche mit gleichmäßiger

---

<sup>1</sup> BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, a.a.O.

Verteilung von Ressourcen und ländlicher Bevölkerung wird als Ausgangsbeispiel ein einfaches System zentraler Orte mit Netzen von Marktgebieten im Sinne von CHRISTALLER verwendet, obwohl die folgende allgemeine Lösung selbstverständlich für alle denkbaren flächenabdeckenden Hierarchie-Systeme gültig ist.

Abb. 58 Ein System zentraler Orte mit einer (k=3)-Hierarchie



| Stadt der Hierarchie-Stufe | Stadt der Größen-klasse | Grenze des Markt-gebietes |
|----------------------------|-------------------------|---------------------------|
| m                          | n                       |                           |
| 3                          | 1                       | ○ —                       |
| 2                          | 2                       | ◦ —                       |
| 1                          | 3                       | • —                       |

Da dieses Modell um alternative Versorgungsfunktionen und unterschiedliche Zuweisung von Satellitenstädten erweitert werden soll, scheint es sinnvoll den Ansatz von BECKMANN noch einmal in der verbesserten Fassung zu wiederholen<sup>1</sup>.

#### Bezeichnungen:

$E_N$  = Einwohner der größten Stadt

$E_m$  = Einwohner einer Stadt der m-ten Hierarchie-Stufe

$V_m$  = Externe Versorgungsbevölkerung  
Externe Bevölkerung des Marktgebietes einer Stadt der m-ten Hierarchiestufe

$B_m$  = Gesamte Versorgungsbevölkerung  
Gesamte Versorgungsbevölkerung einer Stadt der m-ten Hierarchiestufe

$m$  = Hierarchiestufe  
( $m=1,2,\dots,N$ )

$n$  = Größenklasse der Stadt  
( $n=1,2,\dots,N$ )

<sup>1</sup> Vgl. auch die Ausführungen in Kapitel I auf Seite 8-12.

- N = Anzahl der Hierarchiestufen  
 c = Versorgungsfaktor  
 Relation der Einwohner einer Stadt der m-ten Hierarchiestufe zur Gesamtversorgungsbevölkerung dieser Stadt  
 s = Anzahl der Satellitenstädte  
 Anzahl der Satellitenstädte der (m-1)-ten Hierarchiestufe, die von einer Stadt der m-ten Hierarchiestufe versorgt werden.  
 k = Marktgebiet-Multiplikator  
 Vielfaches der Fläche eines Marktgebietes der (m-1)-ten Hierarchiestufe, das der Fläche eines Marktgebietes der m-ten Stufe entspricht.

Folgende Definitionsgleichungen sind zu beachten:

$$B_m = E_m + V_m$$

$$c = E_m / (E_m + V_m) \quad \text{wobei } 0 \leq c < 1$$

$$s = k - 1$$

Allgemein lassen sich für alle denkbaren k-Systeme folgende Zusammenhänge ableiten<sup>1</sup>:

$$(1) \quad E_m = c \cdot B_m$$

$$\begin{aligned} (2) \quad B_m &= E_m + s \cdot B_{m-1} + V_{m-1} \\ &= c \cdot B_{m-1} + s \cdot B_{m-1} + V_{m-1} \\ &= (s/1-c) B_{m-1} + V_{m-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad B_m &= (s/1-c)(V_{m-1}/1-c) + V_{m-1} \\ &= B_{m-1}(1 + (s/1-c)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad B_m &= (V_1/1-c)(1 + (s/1-c))^{m-1} \\ &= B_1(1 + (s/1-c))^{m-1} \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup> Der vollständige Lösungsweg findet sich im Mathematischen Anhang als Teil A.



Gleichung (4) besagt, daß sich die gesamte Versorgungsbevölkerung einer Stadt der Hierarchiestufe  $m$  in Einheiten der kleinsten ländlichen Siedlungseinheit  $V_1$  ausdrücken läßt. Für die Bevölkerungsgröße einer Stadt der Hierarchiestufe  $m$  ergibt sich demnach:

$$(5) \quad E_m = (c \cdot V_1 / 1 - c) (1 + (s / 1 - c))^{m-1}$$

oder

$$E_m = E_1 (1 + (s / 1 - c))^{m-1}$$

Der Ausdruck  $(c / 1 - c)$  wird "urban multiplier" genannt, da er bestimmt, wie sich der Versorgungsquotient  $E_m / V_m$  bei der Produktion zusätzlicher Güter und Dienstleistungen unterschiedlicher Reichweite auf den Arbeitskräftebedarf in einzelnen zentralen Orten auswirkt, wieviel städtische Bevölkerung also notwendig ist zur Versorgung der Bevölkerung untergeordneter Hierarchiestufen. Der weitere Ausdruck  $(1 + (s / 1 - c))^{m-1}$  bestimmt dann erst als Progressionskomponente das Wachstum der Stadtgrößen bei Übergängen von einer Hierarchiestufe zur anderen. Durch den Exponenten  $(m-1)$  können Ergebnisse für beliebige Zwischenstufen berechnet werden.

Mit Hilfe dieser relativ einfachen Ableitungen kann man nun den Bevölkerungsaufbau einer theoretischen Landschaftsstruktur simulieren, um dann im folgenden die Rang-Größe Verteilung ihrer zentralen Orte zu untersuchen.

Für ein  $(k=3)$ -System zentraler Orte mit jeweils 2 Satellitenstädten berechnet sich die Anzahl der in den jeweiligen Hierarchiestufen beobachtbaren Städte nach der allgemeinen Formel:

(6)  $x_m = s(s+1)^{N-n-1}$  wobei  $x_m$  = Anzahl der Städte der Hierarchiestufe  $m$   
oder  $s$  = Anzahl der Satellitenstädte der nächst niederen Hierarchiestufe  $m-1$   
 $x_m = s(s+1)^{m-2}$   $N$  = Anzahl der Hierarchiestufen insgesamt  
 $n$  = Größenklasse der Stadt  
 $m$  = Hierarchiestufe der Stadt, wobei  $m=N-n+1$

Für die 3 kleinsten Hierarchiesysteme, die flächenabdeckend einen gleichmäßigen Hierarchieaufbau von Stufe zu Stufe erlauben, wurden in Abbildung 35 die jeweiligen theoretischen Landschaftsstrukturen abgebildet.

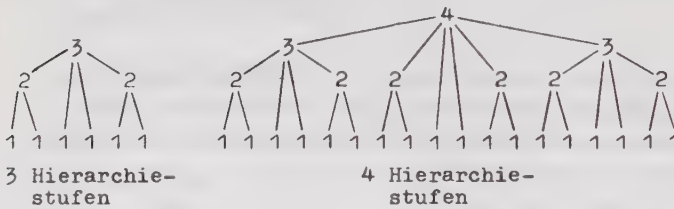
Die Rang-Größe-Verteilung zentraler Orte wird zunächst beispielhaft für eine  $(k=3)$ -Hierarchie untersucht. Der Aufbau des Systems von Stufe zu Stufe kann durch Flußdiagramme (vgl. Abbildung 59) veranschaulicht werden. Bei einer  $(k=3)$ -Hierarchie ist zu beachten, daß für eine unbegrenzte Landschaft jedem zentralen Ort je 2 Satellitenstädte sämtlicher niederen Hierarchiestufen zugeordnet und jedem ausgewiesenen Ort ein ländliches Einzugsgebiet zugerechnet werden.

Vergleicht man diese Ergebnisse jedoch mit den entsprechenden Abbildungen der für eine  $(k=3)$ -Hierarchie typischen Landschaftsstruktur auf begrenzter Fläche (vgl. Abbildung 35 bzw. 58), so wird deutlich, daß die in Tabelle 5 ausgewiesene Anzahl der Städte pro Hierarchiestufe ( $x_m=1,2,6,18,\dots$ ), die jeweils aus Formel (6) abgeleitet wurde, nicht für eine begrenzte Landschaft gültig ist. Mit anderen Worten: derartige Systeme unterstellen nicht nur Unendlichkeit der Fläche sondern auch Unbegrenztheit der Hierarchiestufen; denn wie wäre es sonst zu erklären, daß lediglich 2 zentrale Orte der zweitgrößten Hierarchiestufe auftreten? Begrenzt man dagegen die Zahl der Hierarchiestufen und damit die maximale Absatzreichweite, so sind in einem  $(k=3)$ -System den zentralen Orten höchster Ordnung 6 zentrale Orte der nächst niederen Hierarchiestufe als

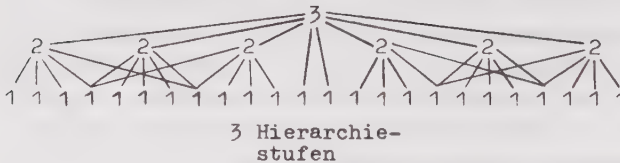
Satelliten zuzuweisen. Entsprechende Modifizierungen werden im weiteren Verlauf der Arbeit vorgenommen<sup>1</sup>.

**Abb. 59** Die Zuweisung von Satellitenstädten innerhalb einer ( $k=3$ )-Hierarchie auf unbegrenzter und begrenzter Fläche

**(A) Unbegrenzte Fläche**



**(B) Begrenzte Fläche**



**Tab. 5** Stadtgrößen in einem ( $k=3$ ) System zentraler Orte auf unbegrenzter Fläche

| Größenklasse | Hierarchiestufe | Anzahl der Städte | Stadtgröße | Bevölkerung des Einzugsbereichs | Versorgungsbevölkerung insgesamt |
|--------------|-----------------|-------------------|------------|---------------------------------|----------------------------------|
| $n$          | $m$             | $x_m$             | $E_m$      | $V_m$                           | $B_m$                            |
| 1            | 7               | 1                 | 409.600    | 819.200                         | 1.228.800                        |
| 2            | 6               | 2                 | 102.400    | 204.800                         | 307.200                          |
| 3            | 5               | 6                 | 25.600     | 51.200                          | 76.800                           |
| 4            | 4               | 18                | 6.400      | 12.800                          | 19.200                           |
| 5            | 3               | 54                | 1.600      | 3.200                           | 4.800                            |
| 6            | 2               | 162               | 400        | 800                             | 1.200                            |
| 7            | 1               | 486               | 100        | 200                             | 300                              |

Ausgangswerte:  $E_1=100$ ;  $V_1=200$ ;  $c=1/3$ ;  $s=2$ ;  $N=7$

<sup>1</sup> So ist für die Anzahl der Städte nicht mehr die Reihe der unendlichen Landschaft  $x_m=1,2,18,54,\dots$  verantwortlich, sondern je nach Begrenzung beispielsweise die Reihe  $x_m=1,6,30,\dots$  bzw.  $x_m=1,6,24,\dots$  (vgl. Tab. 9 und 11).

Bleiben wir jedoch zunächst bei einem willkürlichen Schnitt durch eine unendliche Landschaft im Sinne von BECKMANN und PARR<sup>1</sup>, so ergibt sich nach den Gleichungen (4), (5) und (6) für vorbestimmte Ausgangswerte der in Tabelle 5 dargestellte Aufbau eines Systems zentraler Orte mit 7 Hierarchiestufen.

Im folgenden ist zu untersuchen, ob ein derartiges Zentrale-Orte-System mit dem Prinzip der "Rank-Size-Rule" übereinstimmt und möglicherweise sogar in Spezialfällen im Aufbau der "Ideal-Rank-Size" entspricht. In Tabelle 6 werden die entsprechenden Werte zusammengestellt; in Abbildung 60 und 61 finden sich die entsprechenden Schaubilder.

**Tab. 6** Rang-Größe-Ordnung zentraler Orte in Systemen mit unterschiedlicher Zuordnung von Satellitenstädten

| Anzahl der Städte | Rang der Städte | Stadtgröße | Stadtgröße in Relation zur größten Stadt |
|-------------------|-----------------|------------|------------------------------------------|
| $x_m$             | R               | $E_m$      | $E_m/E_N$                                |
| 1                 | 1               | 409.600    | 1,0                                      |
| 2                 | 2-3             | 102.400    | 0,25                                     |
| 6                 | 4-9             | 25.600     | 0,0625                                   |
| 18                | 10-27           | 6.400      | 0,015625                                 |
| 54                | 28-81           | 1.600      | 0,003906                                 |
| 162               | 82-243          | 400        | 0,000977                                 |
| 486               | 244-729         | 100        | 0,000244                                 |

k=2 System

Ausgangswerte:  
 $E_1=100$  und  $V_1=200$   
 $c=1/3$   
 $s=2$

|       |             |           |          |
|-------|-------------|-----------|----------|
| 1     | 1           | 2.768.064 | 1,0      |
| 3     | 2-4         | 503.284   | 0,181818 |
| 12    | 5-16        | 91.506    | 0,033058 |
| 48    | 17-64       | 16.638    | 0,006011 |
| 192   | 65-256      | 3.025     | 0,001093 |
| 768   | 257-1.024   | 550       | 0,000199 |
| 3.072 | 1.025-4.096 | 100       | 0,000036 |

k=4 System

Ausgangswerte:  
 $E_1=100$  und  $V_1=200$   
 $c=1/3$   
 $s=3$

|         |                |             |          |
|---------|----------------|-------------|----------|
| 1       | 1              | 100.000.000 | 1,0      |
| 6       | 2-7            | 10.000.000  | 0,1      |
| 42      | 8-49           | 1.000.000   | 0,01     |
| 204     | 50-343         | 100.000     | 0,001    |
| 2.058   | 344-2.401      | 10.000      | 0,0001   |
| 14.406  | 2.402-16.807   | 1.000       | 0,00001  |
| 100.842 | 16.808-117.649 | 100         | 0,000001 |

k=7 System

Ausgangswerte:  
 $E_1=100$  und  $V_1=200$   
 $c=1/3$   
 $s=6$

<sup>1</sup> Vgl. PARR, J.B.: City Hierarchies and the Distribution of City Size - A Reconsideration of Beckmann's Contribution, a.a.O., S. 246 ff.

Ein Zusammenhang, den man auch wie bei PARR auf etwas mühsamere Weise formal ableiten kann, läßt sich durch die graphische Abbildung dieser Werte leicht nachweisen: Betrachtet man in den Abbildungen 60 und 61 das Gesamtbild der Funktionsverläufe von Rang-Größe-Verteilungen theoretischer Landschaftsstrukturen, so stimmen "Rank-Size-Rule" und der hierarchische Aufbau zentraler Orte in seiner strengen Formulierung mit einheitlichem Versorgungsgrad nicht überein. Generell ist eine Ablenkung in den Bereich unterhalb der sogenannten "Ideal-Rank-Size" zu beobachten, die bei linearem Verlauf der Funktionen Werte für den Exponenten  $\beta$  der "Rank-Size-Rule"  $R_m^\beta \cdot E_m = E_N$  im Bereich  $\beta > 1$  erwarten läßt.

Bestimmt man den Funktionsverlauf der Rang-Größe-Verteilung durch die entsprechenden Klassenmitten der jeweiligen Hierarchiestufen, so ergibt sich ein nichtlinearer Verlauf. Damit muß zunächst die Hypothese verworfen werden, daß "Rank-Size-Rule" und der theoretische Aufbau zentraler Orte einander entsprechen.

Betrachtet man dagegen die Endpunkte einer jeden Größenklasse und verbindet die klassenletzten Städte in ihrem Übergang zur nächsten Hierarchiestufe miteinander, so kann eine lineare Funktion für alle Grundhierarchien bestimmt werden, die der "Rank-Size-Rule" durch die Klassenenden entspricht. Dabei tendiert der Wert des Exponenten  $\beta$  von  $\beta=1,26$  mit steigender Zuordnung von Satellitenstädten gegen  $\beta=1$ , den entsprechenden Wert der "Ideal-Rank-Size". PARR schlug deshalb vor, zur Beschreibung dieser Zusammenhänge eine Rang-Größe-Funktion zu verwenden, die diesem Umstand Rechnung trägt.

Die übliche Rang-Größe-Funktion

$$(7) \quad R_m^\beta \cdot E_m = E_N$$

wird also umgeschrieben in:

$$(8) \quad (k^{n-1})^\beta E_m = E_N$$

Für die einzelnen Grundsysteme ergeben sich folgende Funktionsverläufe:

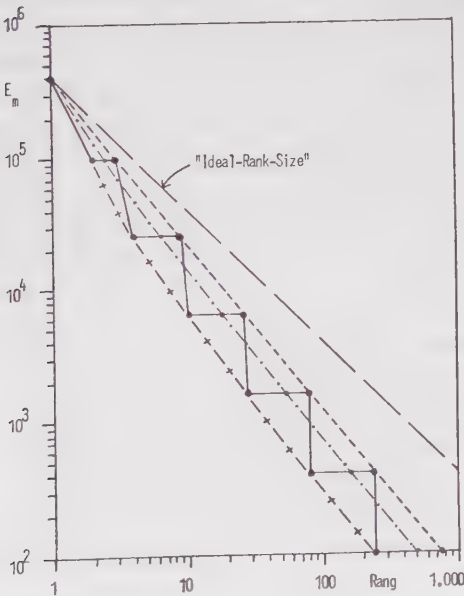
$$(8) \quad (k^{n-1})^{\beta} \cdot E_m = E_N$$

$$(3^{n-1})^{1,26} \cdot E_m = E_N \quad \text{für ein } (k=3)\text{-System}$$

$$(4^{n-1})^{1,23} \cdot E_m = E_N \quad \text{für ein } (k=4)\text{-System}$$

$$(7^{n-1})^{1,18} \cdot E_m = E_N \quad \text{für ein } (k=7)\text{-System}$$

Abb. 60 Rang-Größe-Ordnung für ein  $(k=3)$ -System mit Zuordnung von jeweils 2 Satellitenstädten

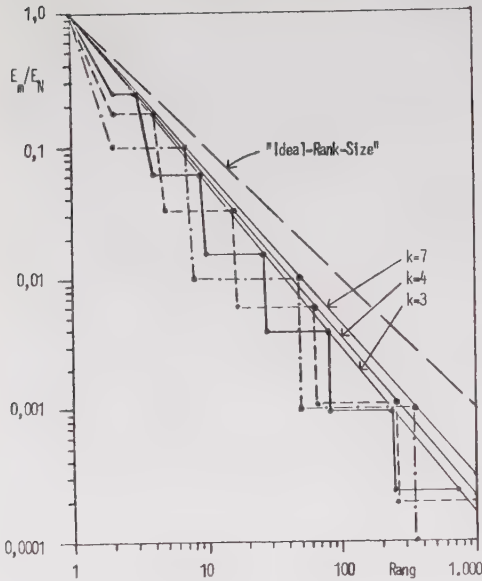


Legende:

- = Rang-Größe-Ordnung für zentrale Orte eines  $k=3$  Systems
- - - = "Ideal-Rank-Size" (wobei  $B=1$ )
- · · = Rang-Größe-Ordnung für Städte am Rangende einer jeweiligen Hierarchiestufe (wobei  $B=1,26$ )
- · - · = Rang-Größe-Ordnung für Städte in der Rangmitte einer jeweiligen Hierarchiestufe (wobei  $B=1$  und konvergiert mit steigendem Rang gegen  $B=1,26$ )
- + - = Rang-Größe-Ordnung für Städte am Ranganfang einer jeweiligen Hierarchiestufe (wobei  $B=1$  und konvergiert mit steigendem Rang gegen  $B=1,26$ )



Abb. 61 Rang-Größe-Ordnung für Hierarchiesysteme mit unterschiedlicher Zuordnung von Satellitenstädten ( $s=2, s=3, s=6$ )



Legende:

- = Rang-Größe-Ordnung für zentrale Orte eines  $k=3$  Systems
- - - = Rang-Größe-Ordnung für zentrale Orte eines  $k=4$  Systems
- · - · = Rang-Größe-Ordnung für zentrale Orte eines  $k=7$  Systems
- - - - = Rang-Größe-Funktionen für die Klassenenden der jeweiligen Hierarchiesysteme
- = "Ideal-Rank-Size" (wobei  $\beta=1$ )

## 2. Ein System zentraler Orte mit unterschiedlichen Versorgungsfunktionen und unterschiedlicher Zuordnung von Satellitenstädten

Die Tatsache, daß bisher für alle zentralen Orte aller Hierarchiestufen der gleiche Versorgungsfaktor  $c$  unterstellt wurde, ist als erste einfache Arbeitshypothese zu werten. Für ein theoretisches Erklärungsmodell der tatsächlichen Verteilung von Stadtgrößen wird gerade in diesem Punkt eine Modifizierung vorgenommen werden müssen, die es erlaubt, je nach Hierarchiestufe unterschiedliche Annahmen über die Versorgungsfunktion der jeweiligen Stadt zu machen. Außerdem sollte es im Prinzip möglich sein, je nach Hierarchiestufe einer Stadt eine unterschiedliche Anzahl von Satellitenstädten zuzuordnen, wenn man dem Ansatz von LÖSCH folgen will. Ein entsprechender Ausbau des Modells führt dann auch im Prinzip zu einem komplizierten Lösch-System von zentralen Orten mit unterschiedlichen Versorgungsfunktionen und -intensitäten. BECKMANN und McPHERSON<sup>1</sup> haben einen entsprechenden formalen Ansatz formuliert, der es erlaubt, für jede Hierarchiestufe alternative Versorgungsannahmen zu treffen, allerdings stets unter der Annahme, daß ein zentraler Ort

---

<sup>1</sup> BECKMANN, M.J.; McPHERSON, J.C.: City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, a.a.O.

PARR et al. haben wiederum nachgewiesen, daß die auf den ersten Blick sehr unterschiedlichen Modelle von DACEY und BECKMANN/McPHERSON weitgehend übereinstimmen: Das Dacey-Modell erfaßt einen Hierarchieaufbau zentraler Orte nach CHRISTALLER, während das Beckmann/McPherson-Modell stufenlos alle Hierarchien zu erfassen in der Lage ist und damit das allgemeinere Modell ist, dessen Spezialfall wiederum das Dacey-Modell ist.

Vgl. DACEY, M.F.: Population of Places in a Central Place Hierarchy, in: Journal of Regional Science, 1966 (6), S. 27-33.

DACEY, M.F.: Alternate Formulations of Central Place Population, in: Tijdschrift voor Economische en Sociale Geografie, 1970 (61), S. 10-15.

DACEY, M.F.; HUFF, J.: Some Properties of Population for Hierarchical Central Place Models, in: Tijdschrift voor Economische en Sociale Geografie, 1971 (2), S. 351-355.

PARR, J.B.; DENIKE, K.G.; MULLIGAN, G.: City-Size Models and the Economic Base: A Recent Controversy, a.a.O.

übergeordneter Hierarchiestufe sämtliche Versorgungsleistungen untergeordneter Hierarchiestufen zu erstellen hat. Gleichzeitig ermöglicht der Ansatz, den zentralen Orten wahlweise eine unterschiedliche Anzahl von Satellitenstädten zuzuordnen. Dementsprechend ändern sich folgende Gleichungen des Modells:

Die Gleichungen (1) und (2)

$$(1) \quad E_m = c \cdot B_m \\ = c(E_m + V_m)$$

$$(2) \quad B_m = E_m + s \cdot B_{m-1} + V_{m-1} \\ = E_m + s(E_{m-1} + V_{m-1}) + V_{m-1}$$

werden umgeschrieben in:

$$(9) \quad E_m = \sum_{i=1}^m c_i (E_m + V_i)$$

$$(10) \quad B_m = E_m + s_{m-1}(E_{m-1} + V_{m-1}) + V_{m-1}$$

wobei

$s_{m-1}$  = Anzahl der Satellitenstädte der Hierarchiestufe  $m-1$

$\sum_{i=1}^m c_i$  = Versorgungsfaktor des zentralen Ortes, der je nach Hierarchiestufe sämtliche auf Vorstufen erbrachten Leistungen berücksichtigt

Analog zu dem Gleichungssystem (1) bis (6) läßt sich nun ein erweitertes Hierarchiemodell aufbauen, das in seiner Grundstruktur bis auf räumlich versetzte Marktgebiete dem Landschaftsstrukturensystem von LÖSCH entspricht.

$$(10) \quad B_m = E_m + V_{m-1} + s_{m-1}(E_{m-1} + V_{m-1}) \\ = (E_{m-1} + V_{m-1})(1 + s_{m-1}) + E_m - E_{m-1}$$

Aus  $E_m = \sum_{i=1}^m c_i (E_m + V_i)$  läßt sich ableiten, daß

$$(11) \quad E_m - E_{m-1} = c_m (E_m + V_m) / 1 - \sum_{i=1}^{m-1} c_i$$

Gleichung (11) in Gleichung (10) eingesetzt ergibt:

$$B_m = (E_{m-1} + V_{m-1})(1 + s_{m-1}) + c_m \cdot B_m / 1 - \sum_{i=1}^{m-1} c_i \\ = \frac{1 + s_{m-1}}{1 - \frac{c_m}{1 - \sum_{i=1}^{m-1} c_i}} B_{m-1} \quad \text{wobei} \quad c_m = \frac{m}{\sum_{i=1}^m c_i} - \frac{m-1}{\sum_{i=1}^{m-1} c_i}$$

so daß

$$(12) \quad B_m = \frac{(1 - \sum_{i=1}^{m-1} c_i)(1 + s_{m-1})}{(1 - \sum_{i=1}^m c_i)} B_{m-1}$$

oder

$$B_m = B_{m-1} \frac{(1 - C_{m-1})(1 + s_{m-1})}{(1 - C_m)} \quad \text{wobei} \quad C_m = \sum_{i=1}^m c_i$$

Wird Gleichung (12) wiederum in Einheiten der kleinsten Siedlungseinheit  $B_1$  angegeben, so gewinnt man analog zur Gleichung (4) durch schrittweise Substitution Gleichung (13).

$$(13) \quad B_m = \frac{V_1}{1-c_i} \prod_{i=1}^{m-1} \frac{(1-c_i)(1+s_i)}{(1-c_{i+1})}$$

oder

$$B_m = B_1 \prod_{i=1}^{m-1} \frac{(1-c_i)(1+s_i)}{(1-c_{i+1})}$$

Die Versorgungsbevölkerung einer bestimmten Hierarchiestufe ( $B_m$ ) setzt sich zusammen aus der multiplikativen Verknüpfung der Basisbevölkerung ( $B_1$ ) mit den entsprechenden Multiplikatoren  $\left[ \frac{(1-c_{m-1})(1+s_{m-1})}{(1-c_m)} \right]$  der einzelnen Hierarchiestufen. Der jeweilige Multiplikator selbst wird seinerseits von der Veränderung der Versorgungsleistungen von Hierarchiestufe zu Hierarchiestufe  $(1-c_{m-1})/(1-c_m)$  und der Zuordnung von Satellitenstädten  $(1+s_i)$  entsprechend der jeweiligen Absatzreichweiten bestimmt. Die Erweiterung des Modells wird am deutlichsten sichtbar, wenn man die Gleichungen (3) und (12) vergleicht, für die man auch schreiben kann:

$$(3) \quad B_m = \frac{1+s-c}{1-c} \cdot B_{m-1}$$

$$(12) \quad B_m = \frac{1+s_{m-1} \prod_{i=1}^{m-1} (1-c_i) - \prod_{i=1}^{m-1} c_i}{1 - \prod_{i=1}^m c_i} \cdot B_{m-1}$$

Um nun die einzelnen Städtegrößen der zentralen Orte berechnen zu können, ist zu beachten, daß

$$\begin{aligned} E_m &= E_1 + \sum_{i=2}^m (E_m - E_{m-1}) & \text{wobei} \quad E_m - E_{m-1} &= \frac{c_m B_m}{1 - \prod_{i=1}^m c_i} \\ &= E_1 + \sum_{i=2}^m \frac{c_i}{1-c_{i-1}} B_m \end{aligned}$$

Unter Verwendung von Gleichung (13) ergibt sich für die einzelnen Stadtgrößen:

$$(14) \quad E_m = \frac{c_1 V_1}{1-c_1} + \frac{V_1}{1-c_1} \sum_{i=2}^m \frac{c_i}{1-c_{i-1}} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{(1-c_j)(1+s_j)}{(1-c_{j+1})}$$

$$= E_1 + B_1 \sum_{i=2}^m \frac{c_i}{1-c_{i-1}} \prod_{j=1}^{i-1} \frac{(1-c_j)(1+s_j)}{(1-c_{j+1})}$$

Ähnlich wie bei Gleichung (5) kann wiederum die Stadtgröße eines zentralen Ortes beliebiger Hierarchiestufe in Grundeinheiten der kleinsten Siedlungsstufe angegeben werden. Wie BECKMANN und McPHERSON<sup>1</sup> nachgewiesen haben, stimmen die Ergebnisse dieses Modells mit dem Hierarchiebau von Städten entsprechend der "Rank-Size-Rule" überein unter der Voraussetzung, daß für das gesamte System ein konstanter Wachstumsfaktor  $[(1-c_{m-1})(1+s_{m-1})/(1-c_m)]$  auf allen Hierarchiestufen wirksam ist.

Zunächst berechneten BECKMANN und McPHERSON für das von CHRSTALLER<sup>2</sup> revidierte Landschaftsstrukturmodell

Tab. 7 Die zentralen Orte und ihre Versorgungsfunktionen nach einem revidierten Landschaftsstrukturmodell von Christaller

| Größenklasse | Hierarchiestufe | Anzahl der Städte | Stadtgröße | Bevölkerung des Einzugsbereichs | Versorgungsfaktor |
|--------------|-----------------|-------------------|------------|---------------------------------|-------------------|
| n            | m               | $x_m$             | $E_m$      | $V_m$                           | $c_i$             |
| 1            | 7               | 1                 | 300.000    | 3.349.800                       | 0,0345            |
| 2            | 6               | 2                 | 50.000     | 1.247.400                       | 0,0300            |
| 3            | 5               | 6                 | 27.000     | 368.800                         | 0,0285            |
| 4            | 4               | 18                | 9.000      | 111.600                         | 0,0314            |
| 5            | 3               | 54                | 3.500      | 35.800                          | 0,0370            |
| 6            | 2               | 162               | 1.500      | 10.500                          | 0,0450            |
| 7            | 1               | 486               | 800        | 2.700                           | 0,2285            |

<sup>1</sup> Vgl. BECKMANN, M.J.; McPHERSON, J.C.: City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, a.a.O.

<sup>2</sup> CHRISTALLER, W.: Rapports Functionals entre les Agglomerations Urbaines et les Campagnes, in: Comptes Rendus du Congrès International de Géographie, 1938 (2), S. 123-137.



die entsprechenden Werte für den Versorgungsfaktor  $c$  der zentralen Orte auf verschiedenen Hierarchiestufen (vgl. Tabelle 7).

Da die für das System von CHRISTALLER ermittelten Werte des Versorgungsfaktors  $c_1$  weder mit der Annahme eines konstanten Multiplikators noch einer konstanten Wachstumsrate des Gesamtsystems von Hierarchiestufe zu Hierarchiestufe übereinstimmen, nahmen die Autoren eine entsprechende Anpassung vor, die das Christaller-System nur unwesentlich verändern. Entsprechend dem Strukturbruch nach der 1. Hierarchiestufe wurde für die Versorgungswerte  $c_2-c_7$  ein Mittelwert  $\bar{c}$  berechnet. Hierdurch wird erreicht, daß der entsprechende Multiplikator  $(1-C_{m-1})/(1-C_m)$  oder auch  $1+c_m/(1-C_m)$  nach der 1. Hierarchiestufe erheblich absinkt, dann für die folgenden Hierarchiestufen konstant bleibt.

Die auf diese Weise für ein  $(k=3)$ - und ein  $(k=4)$ -System berechneten Werte finden sich in Tabelle 8. Dabei kann das hier ermittelte  $(k=3)$ -System als Annäherung an das Modell von CHRISTALLER verstanden werden. Die Ergebnisse, die an den empirischen Untersuchungen von CHRISTALLER orientiert sind, lassen erwarten, daß für die Rang-Größe-Anordnung der Städte keine so starke Ablenkung von der "Ideal-Rank-Size" zu beobachten sein wird, wie es bei dem einfachen  $(k=3)$ -System mit einheitlichem Versorgungsgrad noch der Fall war (vgl. Abbildung 62).

**Tab. 8** Die Rang-Größe-Ordnung zentraler Orte im Land-  
schaftsstrukturmodell von Christaller

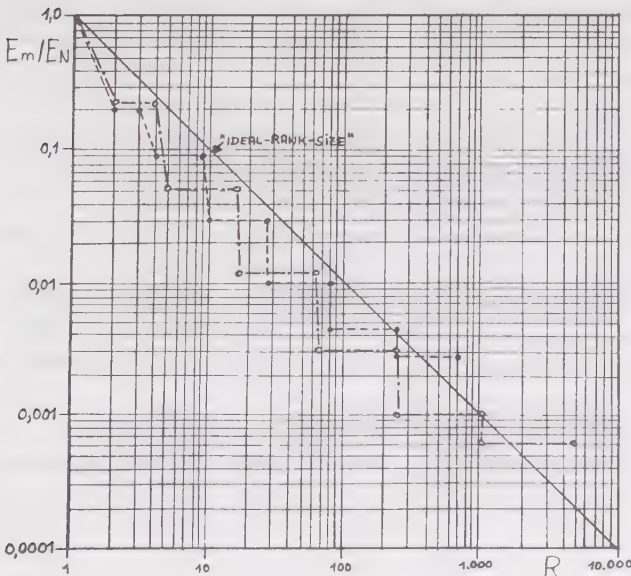
| Größen-<br>klasse | Hierarchie-<br>stufe | Anzahl<br>der<br>Städte | Stadtgröße | Bevölkerung<br>des Einzugs-<br>bereichs |
|-------------------|----------------------|-------------------------|------------|-----------------------------------------|
| n                 | m                    | $x_m$                   | $E_m$      | $V_m$                                   |
| 1                 | 7                    | 1                       | 285.257    | 3.197.840                               |
| 2                 | 6                    | 2                       | 85.393     | 1.009.020                               |
| 3                 | 5                    | 6                       | 26.002     | 319.005                                 |
| 4                 | 4                    | 18                      | 8.244      | 100.839                                 |
| 5                 | 3                    | 54                      | 2.904      | 31.677                                  |
| 6                 | 2                    | 162                     | 1.290      | 9.699                                   |
| 7                 | 1                    | 486                     | 800        | 2.700                                   |

k=3 System  
Ausgangs-  
werte:  
 $E_1 = 800$   
 $V_1 = 2.700$   
 $c_1 = 0,2285$   
 $\bar{c} = 0,0344$

|   |   |       |           |            |
|---|---|-------|-----------|------------|
| 1 | 7 | 1     | 1.446.350 | 18.123.994 |
| 2 | 6 | 3     | 323.379   | 4.288.460  |
| 3 | 5 | 12    | 73.107    | 1.017.290  |
| 4 | 4 | 48    | 16.980    | 241.587    |
| 5 | 3 | 192   | 4.322     | 57.155     |
| 6 | 2 | 768   | 1.453     | 13.200     |
| 7 | 1 | 3.072 | 800       | 2.700      |

k=4 System  
Ausgangs-  
werte:  
 $E_1 = 800$   
 $V_1 = 2.700$   
 $c_1 = 0,2285$   
 $\bar{c} = 0,0344$

**Abb. 62** Rang-Größe-Ordnung für Hierarchiesysteme zentraler  
Orte mit unterschiedlicher Zuordnung von Satelliten-  
städten und unterschiedlichen Versorgungsfunktionen



**Legende:**

- =Rang-Größe-  
Ordnung für  
 $E_m/E_N$  eines  
(k=3)-  
Systems
- =Rang-Größe-  
Ordnung für  
 $E_m/E_N$  eines  
(k=4)-  
Systems

### 3. Die Berücksichtigung der Binnenlage zentraler Orte in erweiterten Landschaftsstrukturmodellen

In den Modellen von BECKMANN/McPHERSON und PARR ist zwar implizit eine räumliche Zuordnung von zentralen Orten mit ihren spezifischen Versorgungsbereichen enthalten, die eigentliche räumliche Lage der zentralen Orte wird dagegen nicht explizit berücksichtigt. Bevor aber empirische Untersuchungen zur Hierarchie der Städte vorgenommen werden können, sollte festgestellt werden, ob auch die räumliche Verteilung der Städte der erwarteten Grundstruktur von Landschaftsmodellen entspricht. Es genügt nicht, lediglich den Hierarchieaufbau der Städte zu untersuchen und Übereinstimmung mit der Theorie der zentralen Orte festzustellen, ohne die räumliche Verteilung insgesamt und innerhalb der Größenklassen zu berücksichtigen. Mit der Übereinstimmung des hierarchischen Aufbaus ist lediglich eine notwendige Bedingung erfüllt. Eine hinreichende Übereinstimmung von "Rank-Size-Kule" und Zentrale-Orte-Systemen kann jedoch erst festgestellt werden, wenn auch die räumliche Lage der jeweiligen zentralen Orte auf ihrer spezifischen Hierarchiestufe den theoretischen Erfordernissen von Landschaftsstrukturen entspricht.

Potentialwerte der einzelnen zentralen Orte können diese Kontrollfunktion übernehmen, da durch sie die räumliche Lage der Städte innerhalb der Hierarchie und damit im Gravitationsfeld der übrigen Städte explizit erfaßt werden kann. Durch den Vergleich der Bevölkerungshierarchie mit ihren speziellen Potentialwerten kann die Position eines zentralen Ortes im Raum bestimmt werden, so daß räumliche und bevölkerungsspezifische Abweichungen von theoretischen Grundmodellen genau quantifiziert werden können.

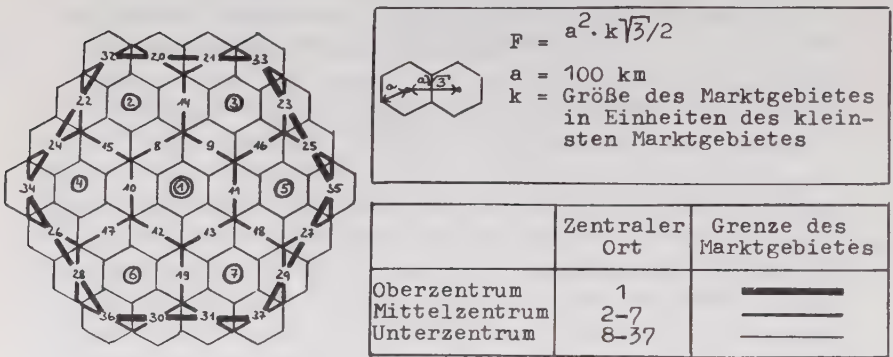
Bevor eine entsprechende Untersuchung für die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland vorgenommen wird, ist zu

klären, welche Ergebnisse theoretisch zu erwarten sind. Dazu werden drei einfache Beispielsländer konstruiert, wobei wie üblich von einer völlig homogenen Fläche ausgegangen wird, nicht aber von der sonst in Zentrale-Orte-Modellen verbreiteten Annahme einer zugleich endlosen Ebene. In den folgenden Modellen werden also Grenzen explizit berücksichtigt.

Zunächst wird ein einfaches Land konstruiert, für das die Restriktion zu beachten ist, daß alle Marktplätze mit allen Gütern, die in diesem Land hergestellt werden, zu versorgen sind. Weiterhin wird, um eine etwas einfachere Grundstruktur als bisher vorzugeben, unterstellt, daß überall ein direkter und gleicher Zusammenhang zwischen der Größe eines Marktgebietes und der Einwohnerzahl des für die Versorgung zuständigen zentralen Ortes wirksam ist. Die Größe eines zentralen Ortes ist also proportional zu der Bevölkerung, die von dort versorgt wird. Da in dem ersten Beispielsland jeder Ort mit allen in diesem Land hergestellten Produkten versorgt werden soll und zugleich die Landesgrenzen durch das System der kleinsten Versorgungsgebiete vorgegeben werden, führen diese im Grunde plausiblen Annahmen beim weiteren Modellaufbau dazu, daß nicht jede denkbare Überlagerung von Sechsecksystemen verwendet werden kann, wenn man nicht eine dieser Annahmen aufgeben will. Die Systeme von CHRISTALLER und LÖSCH können für diese Modellländer also nur mit Einschränkungen benutzt werden, da sie im Grunde von einer Fläche ohne Grenzen ausgehen. Wie bereits ausführlich erläutert wurde, ändert sich die Grundstruktur von Landschaftsmodellen erheblich, wenn man Landesgrenzen berücksichtigt.

Zunächst wird der Ansatz für ein einfaches Land mit symmetrischer Überlagerung von 3 Marktgebieten unterschiedlich weiter Absatzradien erläutert, um die Anzahl der zentralen Orte und damit die Entfernungsmatrix in Grenzen zu halten. Die räumliche Anordnung der zentralen Orte und die Grenzen ihrer Marktgebiete sind in Abbildung 63 dargestellt, die entsprechenden Werte für Einwohnerzahlen und Größe der Marktgebiete in Tabelle 9.

Abb. 63 Land 1: Räumliche Verteilung der zentralen Orte und ihrer Marktgebiete



Tab. 9 Land 1: Einwohnerzahl und Größe der Marktgebiete der zentralen Orte

| Größenklasse der zentralen Orte | Lfd. Nr. | Anzahl | Marktgebiet in Grundeinheiten | Marktgebiet in qkm | Einwohner pro Ort | Einwohner der Orte gleicher Größenklasse |
|---------------------------------|----------|--------|-------------------------------|--------------------|-------------------|------------------------------------------|
| Oberzentrum                     | 1        | 1      | 27                            | 233.820            | 270               | 270                                      |
| Mittelzentren                   | 2-7      | 6      | 4                             | 31.640             | 40                | 240                                      |
| Unterzentren Innen              | 8-13     | 6      | 1                             | 8.660              | 10                | 60                                       |
| Unterzentren Mitte              | 14-19    | 6      | 1                             | 8.660              | 10                | 60                                       |
| Unterzentren Außen              | 20-31    | 12     | 1                             | 8.660              | 10                | 120                                      |
| Unterzentren Rand               | 32-37    | 6      | 1                             | 8.660              | 10                | 60                                       |
| Zentren insgesamt               | 1-37     | 37     | 37                            | 320.420            |                   | 810                                      |

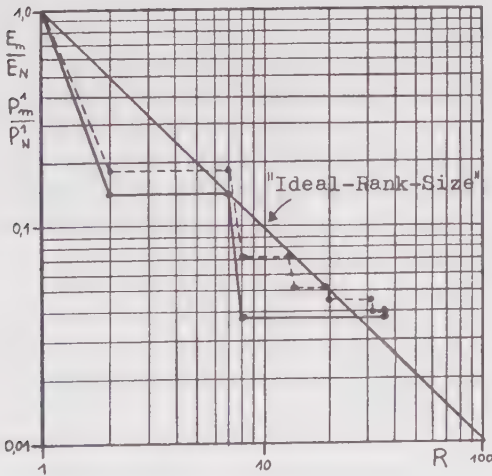
Zur Berechnung der Potentiale der einzelnen zentralen Orte wurde als Straßennetz die jeweilige direkte Entfernung ( $a\sqrt{3}$ ) über die Unterzentren verwendet. Die Tatsache, daß  $k$  nicht wie bei LÖSCH der Zahl der belieferten Orte innerhalb eines Marktgebietes entspricht, ist auf den Umstand zurückzuführen, daß diese Bedingung nur für ein Land ohne Grenzen gelten kann, also nur für Marktgebiete, die ihrerseits wieder völlig in Marktgebiete gleicher Art eingebettet sind. Unter Verwendung der Entfernungsmatrix für die 37 zentralen Orte des Landes 1 und der bereits berechneten Ergebnisse der Tabelle 9 sind folgende Rang-Größe-Verhältnisse für Einwohner und je-

weilige Potentiale der Entfernungselastizität von  $\alpha = 1$  festzustellen:

Tab. 10 Land 1: Rang-Größe-Ordnung für Einwohner und Potential (1) der zentralen Orte

| Größenklasse der zentralen Orte | Anzahl der Städte | Rang der Städte | Stadtgröße | Stadtgröße in Relation | Potential (1) | Potential (1) in Relation |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|------------|------------------------|---------------|---------------------------|
|                                 | $x_m$             | R               | $E_m$      | $E_m/E_N$              | $P_m^1$       | $P_m^1/P_N^1$             |
| Oberzentrum                     | 1                 | 1               | 270        | 1,0                    | 421,39        | 1,0                       |
| Mittelzentren                   | 6                 | 2-7             | 40         | 0,1481                 | 78,38         | 0,1860                    |
| Unterzentren Innen              | 6                 | 8-13            | 10         | 0,0370                 | 30,30         | 0,0719                    |
| Unterzentren Mitte              | 6                 | 14-19           | 10         | 0,0370                 | 22,38         | 0,0531                    |
| Unterzentren Außen              | 12                | 20-31           | 10         | 0,0370                 | 18,90         | 0,0449                    |
| Unterzentren Rand               | 6                 | 32-37           | 10         | 0,0370                 | 15,96         | 0,0379                    |

Abb. 64 Land 1: Rang-Größe-Ordnung zentraler Orte



Legende:

- = Rang-Größe-Ordnung für  $E_m/E_N$
- - - = Rang-Größe-Ordnung für  $P_m^1/P_N^1$

Potential (1) einer Stadt i wird definiert als:

$$P_i^1 = \sum_{j=1}^m \frac{E_i E_j}{d_{ij}^\alpha}$$

wobei  $\alpha=1$ ;  $i \neq j$  und

$$j=1,2,\dots,37$$

$$i=1,2,\dots,37$$

Land 1 wird von 37 Ortschaften mit 3 Gütern versorgt. Gut 1 mit dem größten Marktgebiet (—) wird nur im Oberzentrum Nr. 1 hergestellt, Gut 2 (—) dagegen in den Mittelzentren

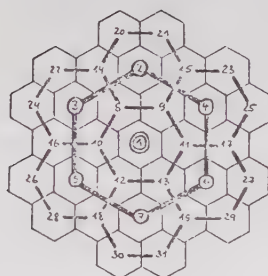


Nr. 2-7 un dem Oberzentrum Nr. 1. Lediglich Gut 3 (—) wird in allen 37 Ortschaften produziert. Durch diese Anordnung der Marktgebiete ergibt sich ein Land mit Gesamtversorgung aller zentralen Orte, also des Oberzentrums, der 6 Mittelzentren und der 30 Unterzentren.

Eine Interpretation des Verlaufs der Rang-Größe-Verteilung der zentralen Orte dieses Landes kann erst im Vergleich mit anderen Beispielsländern vorgenommen werden, die von einem anderen Aufbau der Marktgebiete ausgehen. Bei Land 1 handelt es sich nicht um einen Aufbau der Marktnetze streng nach dem Prinzip von CHRISTALLER, bei dem der nächst größere zentrale Ort das 3-fache Marktgebiet ( $k=3$ ) der untergeordneten Stufe und damit 2 voll zurechenbare Satellitenstädte der jeweils niederen Hierarchiestufe besitzt. In diesem Fall ist der modellhafte Aufbau eines Landes, in dem alle Orte mit sämtlichen Gütern, die in diesem Land hergestellt werden, versorgt werden, nicht möglich, wie das nächste Beispiel zeigen wird. Selbstverständlich hat die Wirkung von Landesgrenzen für ein kleineres Modellland größere Bedeutung, da der Verschachtelung von Marktgebieten engere Grenzen gesetzt sind. Wegen des großen Rechenaufwandes zur Ermittlung von Potentialen werden hier nur die Ergebnisse für relativ kleine Modellländer berechnet. So sind hier zunächst auch der Anwendung von versetzten Marktgebieten im Sinne von LÖSCH Grenzen gesetzt. Für die Interpretation von Rang-Größe-Anordnungen für Einwohnergrößen und Potentiale ist aber zunächst eine Beschränkung auf relativ einfache Landschaftsstrukturen ausreichend, da nur prinzipielle Aussagen zur Lage und Ablenkung von Rang-Größe-Verteilungen bei alternativen Landschaftsstrukturmodellen gemacht werden sollen.

Betrachtet man dagegen ein Land mit dem hierarchischen Aufbau der zentralen Orte nach CHRISTALLER, so ergeben sich nach Abbildung 65 und Tabelle 11 folgende Modifikationen:

Abb. 65 Land 2: Räumliche Verteilung der zentralen Orte und ihrer Marktgebiete



$$F = a^2 \cdot k \sqrt[3]{2}$$

$a = 100 \text{ km}$   
 $k = \text{Größe des Marktgebietes in Einheiten des kleinsten Marktgebietes}$

|               | Zentraler Ort | Grenze des Marktgebietes |
|---------------|---------------|--------------------------|
| Oberzentrum   | 1             | —                        |
| Mittelzentrum | 2-7           | —                        |
| Unterzentrum  | 8-31          | —                        |

Tab. 11 Land 2: Einwohnerzahl und Größe der Marktgebiete der zentralen Orte

| Größenklasse der zentralen Orte | Lfd. Nr. | Anzahl | Marktgebiet in Grundeinheiten | Marktgebiet in qkm | Einwohner pro Ort | Einwohner der Orte gleicher Größenklasse |
|---------------------------------|----------|--------|-------------------------------|--------------------|-------------------|------------------------------------------|
| Oberzentrum                     | 1        | 1      | 9                             | 77.940             | 90                | 90                                       |
| Mittelzentren                   | 2-7      | 6      | 3                             | 25.980             | 30                | 180                                      |
| Unterzentren Innen              | 8-13     | 6      | 1                             | 8.660              | 10                | 60                                       |
| Unterzentren Mitte              | 14-19    | 6      | 1                             | 8.660              | 10                | 60                                       |
| Unterzentren Außen              | 20-31    | 12     | 1                             | 8.660              | 10                | 120                                      |
| Zentren insgesamt               | 1-31     | 31     | 31                            | 268.460            |                   | 510                                      |

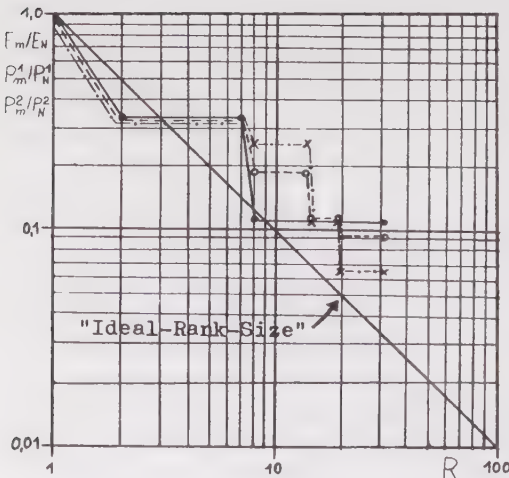
Für das Straßennetz des Landes 2 wurde unterstellt, daß nicht nur die benachbarten Unterzentren durch direkte Verkehrswege verbunden sind, sondern auch die Mittelzentren mit dem Oberzentrum. Die Bevölkerung der Versorgungsbereiche nimmt in diesem Modelland exponentiell mit dem Aufstieg der zentralen Orte innerhalb der Stadthierarchie zu. Die entsprechenden Ergebnisse für die Rang-Größe-Verteilung der zentralen Orte bezüglich ihrer Einwohnerzahlen und Potentiale wurden in Tabelle 12 zusammengestellt und in Abbildung 66 dargestellt. Dabei wurden für dieses Land auch Potentiale berechnet, die von der Hypothese ausgehen, daß die Wechselwirkungen der

Städte untereinander entsprechend dem Gravitationsgesetz mit dem Quadrat der Entfernung abnehmen. Mit diesen Potentialen (2) wird also unterstellt, daß die räumliche Lage eines Zentrums in der Nähe übergeordneter zentraler Orte eine relativ größere Bedeutung für die Wachstumschancen dieses Ortes hat als bei Potentialen geringerer Entfernungsempfindlichkeit<sup>1</sup>.

Tab. 12 Land 2: Rang-Größe-Ordnung für Einwohner und Potentiale (1) und (2) der zentralen Orte

| Größenklasse der zentralen Orte | Anzahl der Städte | Rang der Städte | Stadtgröße | Stadtgröße in Relation | Potential (1) | Potential (1) in Relation | Potential (2) | Potential (2) in Relation |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|------------|------------------------|---------------|---------------------------|---------------|---------------------------|
|                                 | $x_m$             | R               | $E_m$      | $E_m/E_N$              | $P_m^1$       | $P_m^1/P_N^1$             | $P_m^2$       | $P_m^2/P_N^2$             |
| Oberzentrum                     | 1                 | 1               | 90         | 1,0                    | 123,65        | 1,0                       | 0,45          | 1,0                       |
| Mittelzentren                   | 6                 | 2-7             | 30         | 0,3333                 | 41,08         | 0,3322                    | 0,14          | 0,3111                    |
| Unterzentren Innen              | 6                 | 8-13            | 10         | 0,1111                 | 17,97         | 0,1453                    | 0,08          | 0,1777                    |
| Unterzentren Mitte              | 6                 | 14-19           | 10         | 0,1111                 | 13,91         | 0,1125                    | 0,05          | 0,1111                    |
| Unterzentren Außen              | 12                | 20-31           | 10         | 0,1111                 | 11,22         | 0,0907                    | 0,03          | 0,0666                    |

Abb. 66 Land 2: Rang-Größe-Ordnung zentraler Orte



Legende:

-----=Rang-Größe-Ordnung für  $E_m/E_N$

- · - · -=Rang-Größe-Ordnung für  $P_m^1/P_N^1$

- · - · -=Rang-Größe-Ordnung für  $P_m^2/P_N^2$

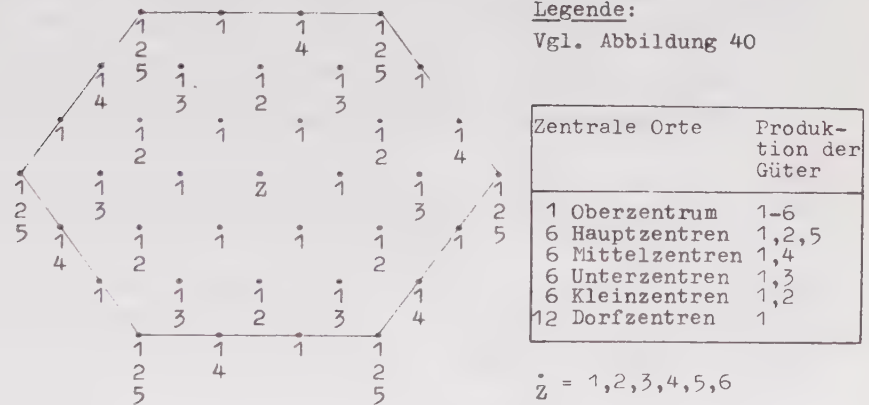
$$P_i^1 = \frac{m}{\sum_{j=1}^m} \frac{E_i \cdot E_j}{d_{ij}} \quad \text{wobei } i \neq j$$

$$P_i^2 = \frac{m}{\sum_{j=1}^m} \frac{E_i \cdot E_j}{d_{ij}^2} \quad \text{wobei } i \neq j$$

<sup>1</sup> Bei dieser Unterscheidung ist einem Mißverständnis vorzubeugen: In theoretischen Modellen zentraler Orte gilt zwar für die Berechnung der Potentialwerte, daß Bevölkerungsgröße durch Entfernung substituiert werden kann, um für einen speziellen

Eine dritte Möglichkeit für die Darstellung dieser Zusammenhänge ist die Abbildung eines Modellandes mit einem System von relativ komplizierten Marktgebieten im Sinne von LÖSCH (vgl. Abbildung 38 bzw. 39). Dabei wird zunächst nur der Ausschnitt eines Gesamtlandes betrachtet, der in seinen Grenzen der Verteilung der kleinsten Marktgebiete von Land 1 entspricht (vgl. Abbildung 67).

Abb. 67 Land 3: Räumliche Verteilung der zentralen Orte



Dieses komplizierte System von Marktnetzen ist im Grunde eine Zusammenfassung von allen denkbaren k-Systemen, die ja bereits in Abbildung 35 erläutert wurden. So kann man aus den allgemeinen k-Reihen (15), mit deren Hilfe man eine homogene Fläche mit Systemen von Sechsecken überzieht,

(Fortsetzung Fußnote 1 von Seite 218)

Standort zu einer gleichen Gravitationswirkung zu kommen. Zu beachten ist aber, daß in einem geschlossenen System zentraler Orte sich dann simultan die Potentialwerte der anderen Städte ändern. In empirischen Untersuchungen wird man immer von einer gegebenen Anzahl von Städten und Standorten ausgehen müssen. Aus einem einzelnen Potentialwert können keine Rückschlüsse über die Raumstruktur abgeleitet werden, wohl aber aus der simultanen Betrachtung aller Potentialwerte.

(15)  $k^{m-1} = K_m$  wobei  $k$  = Multiplikator der Vergrößerung der Marktgebiete von Hierarchiestufe zu Hierarchiestufe

$K_m$  = Größe des Marktgebietes eines zentralen Ortes der  $m$ -ten Hierarchiestufe

( $k=3$ )-Hierarchie:  $3^{m-1}=K_m$  oder  $K_m=(1,3,9,\dots,3^{m-1})$

( $k=4$ )-Hierarchie:  $4^{m-1}=K_m$  oder  $K_m=(1,4,16,\dots,4^{m-1})$

( $k=7$ )-Hierarchie:  $7^{m-1}=K_m$  oder  $K_m=(1,7,49,\dots,7^{m-1})$

( $k=12$ )-Hierarchie:  $12^{m-1}=K_m$  oder  $K_m=(1,12,144,\dots,12^{m-1})$

( $k=13$ )-Hierarchie:  $13^{m-1}=K_m$  oder  $K_m=(1,13,169,\dots,13^{m-1})$

( $k=19$ )-Hierarchie:  $19^{m-1}=K_m$  oder  $K_m=(1,19,361,\dots,19^{m-1})$

$\vdots$   $\vdots$   $\vdots$   $\vdots$

( $k$ -te) Hierarchie:  $k^{m-1}=K_m$  oder  $K_m=(k^0,k^1,k^2,\dots,k^{m-1})$

die bekannte Reihe von LÖSCH<sup>1</sup> für die kleinstmöglichen Wirtschaftsgebiete zentraler Orte oder auch die Anzahl der jeweils zu versorgenden Städte

$$K_m=(1,3,4,7,9,12,13,16,19,\dots,k^{m-1})$$

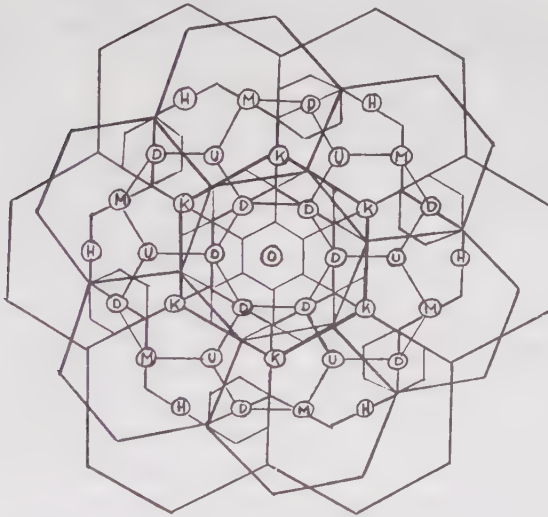
ableiten, indem man die nächstgrößten Marktgebiete der einzelnen  $k$ -Reihen zusammenstellt.

Der Ausschnitt des Landschaftsstrukturmodells von LÖSCH enthält 1 Oberzentrum, 6 Hauptzentren, 6 Mittelzentren, 6 Unterzentren und 12 Dorfzentren. Die entsprechende Klassifizierung wurde auf Grund der Produktion der Güter 1-6 in den einzelnen zentralen Orten vorgenommen. Dabei ist bemerkenswert, daß die zentralen Orte jeweils auf Grenzen von Marktgebieten des Oberzentrums gelegen sind, die hier als innere Wendekreise

<sup>1</sup> LÖSCH, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, a.a.O., S. 40.

bezeichnet werden (vgl. Abbildung 69) und mit Ausnahme von 6 äußeren Dorfzentren von den 3-fachen Marktgebieten der einzelnen Zentren bestimmt werden (vgl. Abbildung 68).

Abb. 68 Land 3: Räumliche Verteilung der zentralen Orte und ihrer maximalen Marktgebiete



Legende:

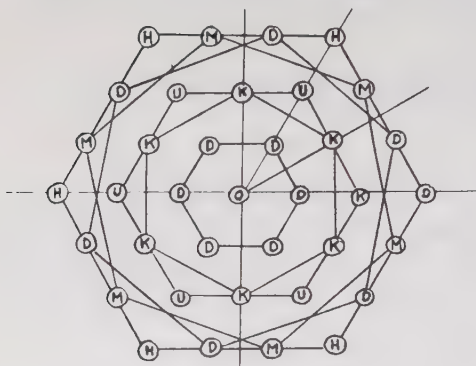
- O = Oberzentrum
- H = Hauptzentrum
- M = Mittelzentrum
- U = Unterzentrum
- K = Kleinzentrum
- D = Dorfzentrum

Tab. 13 Land 3: Die räumliche Lage der zentralen Orte auf inneren Wendekreisen um das Oberzentrum

| Anzahl | Zentrale Orte | Hierarchiestufe | Maximales Marktgebiet | Räumliche Lage auf dem Wendekreis des Oberzentrums |
|--------|---------------|-----------------|-----------------------|----------------------------------------------------|
| $x_m$  |               | m               | $K_m^{\max}$          | $K_N$                                              |
| 6      | Hauptzentrum  | 5               | 9                     | 27                                                 |
| 6      | Mittelzentrum | 4               | 7                     | 21                                                 |
| 6      | Unterzentrum  | 3               | 4                     | 12                                                 |
| 6      | Kleinzentrum  | 2               | 3                     | 9                                                  |
| 6      | Dorfzentrum   | 1               | 1                     | 3                                                  |
| 6      | Dorfzentrum   | 1               | 1                     | 25                                                 |



Abb. 69 Land 3: Räumliche Verteilung der zentralen Orte auf inneren Wendekreisen



Legende:

- O = Oberzentrum
- H = Hauptzentrum
- M = Mittelzentrum
- U = Unterzentrum
- K = Kleinzentrum
- D = Dorfzentrum

Die Rang-Größe-Ordnung der Städte des Landes 3 soll nun entsprechend der Erweiterung des Modells durch Gleichung (10) untersucht werden. Dabei ist als Erweiterung zu berücksichtigen, daß jeder zentrale Ort nicht nur Leistungen einer bestimmten Art für sein maximales Marktgebiet erbringt, sondern auch auf bestimmten untergeordneten Hierarchiestufen Versorgungsleistungen produziert. Um weiterhin mit der einfachen Annahme arbeiten zu können, daß überall ein direkter und gleicher Zusammenhang zwischen der Größe eines Marktgebietes und der Einwohnerzahl des entsprechenden Ortes festzustellen ist, wird im folgenden unterstellt, daß nun die Versorgungsleistungen für die Größe eines zentralen Ortes ausschlaggebend sind, die dieser für sein kumuliertes Marktgebiet erbringt. Das bedeutet z.B. für die 6 Hauptzentren des Landes 3, die die Güter 1,2 und 5 produzieren (vgl. Abbildung 67), daß diese entsprechende Marktgebiete in der Größe von 1,3 und 7 Grundeinheiten und damit insgesamt ein Marktgebiet von 11 Grundeinheiten zu versorgen haben. Dabei überlagern sich die entsprechenden Marktgebiete; ein Umstand, der bei gleicher Nachfrageverteilung für jedes Produkt ohne Bedeutung ist, da es sich hier um unterschiedliche Versor-

gungsleistungen handelt. Um eine bessere Vergleichbarkeit zu gewährleisten, werden entsprechende Berechnungen für Land 1, Land 2 und Land 3 in Tabelle 14 und 15 durchgeführt.

**Tab. 14** Land 1-3: Einwohnerzahl und Größe der kumulierten Marktgebiete von zentralen Orten

| Anzahl | Zentrale Orte | Produktion der Güter | Entsprechendes Marktgebiet in Grundeinheiten | kumuliertes Marktgebiet | Einwohner des zentralen Ortes |
|--------|---------------|----------------------|----------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------|
| Land 1 |               |                      |                                              |                         |                               |
| 1      | Oberzentrum   | 1,2,3                | 1,4,27                                       | 32                      | 320                           |
| 6      | Mittelzentrum | 1,2                  | 1,4                                          | 5                       | 50                            |
| 30     | Unterzentrum  | 1                    | 1                                            | 1                       | 10                            |
| Land 2 |               |                      |                                              |                         |                               |
| 1      | Oberzentrum   | 1,2,3                | 1,3,9                                        | 13                      | 130                           |
| 6      | Mittelzentrum | 1,2                  | 1,3                                          | 4                       | 40                            |
| 24     | Unterzentrum  | 1                    | 1                                            | 1                       | 10                            |
| Land 3 |               |                      |                                              |                         |                               |
| 1      | Oberzentrum   | 1,2,3,4,5,6          | 1,3,4,7,9,12                                 | 36                      | 360                           |
| 6      | Hauptzentrum  | 1,2,5                | 1,3,9                                        | 13                      | 130                           |
| 6      | Mittelzentrum | 1,4                  | 1,7                                          | 8                       | 80                            |
| 6      | Unterzentrum  | 1,3                  | 1,4                                          | 5                       | 50                            |
| 6      | Kleinzentrum  | 1,2                  | 1,3                                          | 4                       | 40                            |
| 12     | Dorfzentrum   | 1                    | 1                                            | 1                       | 10                            |

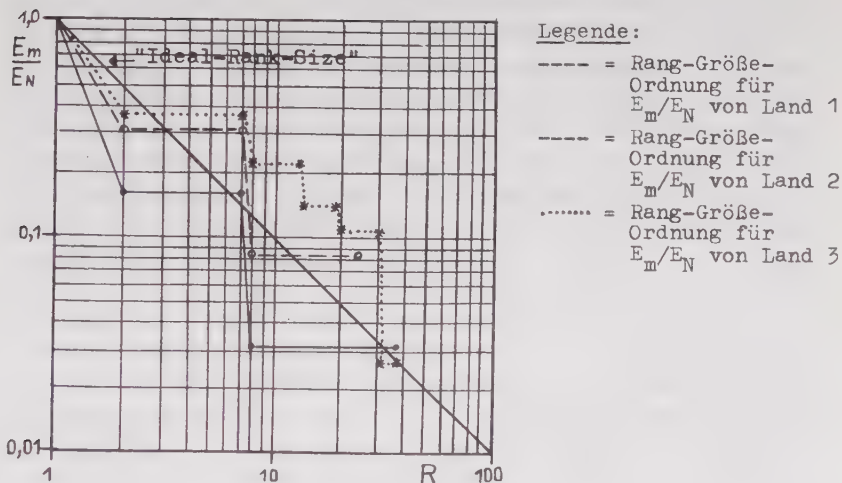
Aus der Zusammenstellung der Ergebnisse in Tabelle 15 und Abbildung 70 ergibt sich, daß durch die Berücksichtigung von kumulierten Marktgebieten die Rang-Größe-Verteilungen der zentralen Orte eine Ablenkung in Richtung der "Ideal-Rank-Size" erfahren. Weiterhin kann beobachtet werden, daß - ähnlich wie schon bei der Berücksichtigung von Potentialwerten für die einzelnen Orte - komplizierte Systeme von Marktgebieten zu einer weiteren Differenzierung der zentralen Orte im Raum führen. Das hat für die Rang-Größe-Verteilung zur Konsequenz, daß der sprunghafte Verlauf der Funktion sich allmählich einem stetigen Verlauf annähert, den man voraussichtlich bei empirischen Untersuchungen antreffen wird. Zur besseren Orientierung ist darauf hinzuweisen, daß es sich bei Land 1 um ein geschlossenes System mit ausgesprochenen Landesgrenzen handelt, Land 2 und Land 3

dagegen lediglich als Ausschnitte der Landschaftsstrukturmodelle von CHRISTALLER und LÖSCH anzusprechen sind. Dieser Unterschied wird bei der Interpretation des eigentlichen Funktionsverlaufs oberhalb und unterhalb der sogenannten "Ideal-Rank-Size" zu beachten sein.

Tab. 15 Land 1-3: Rang-Größe-Ordnung für Einwohner von zentralen Orten zur Versorgung von kumulierten Marktgebieten

| Größenklasse der zentralen Orte | Anzahl der Städte | Rang der Städte | Stadtgröße | Stadtgröße in Relation |
|---------------------------------|-------------------|-----------------|------------|------------------------|
|                                 | $x_m$             | R               | $E_m$      | $E_m/E_N$              |
| L a n d 1                       |                   |                 |            |                        |
| Oberzentrum                     | 1                 | 1               | 320        | 1,0                    |
| Mittelzentrum                   | 6                 | 2-7             | 50         | 0,1563                 |
| Unterzentrum                    | 30                | 8-37            | 10         | 0,0313                 |
| L a n d 2                       |                   |                 |            |                        |
| Oberzentrum                     | 1                 | 1               | 130        | 1,0                    |
| Mittelzentrum                   | 6                 | 2-7             | 40         | 0,3077                 |
| Unterzentrum                    | 24                | 8-31            | 10         | 0,0769                 |
| L a n d 3                       |                   |                 |            |                        |
| Oberzentrum                     | 1                 | 1               | 360        | 1,0                    |
| Hauptzentrum                    | 6                 | 2-7             | 130        | 0,3611                 |
| Mittelzentrum                   | 6                 | 8-13            | 80         | 0,2222                 |
| Unterzentrum                    | 6                 | 14-19           | 50         | 0,1389                 |
| Kleinzentrum                    | 6                 | 20-25           | 40         | 0,1111                 |
| Dorfzentrum                     | 12                | 26-37           | 10         | 0,0278                 |

Abb. 70 Land 1-3: Rang-Größe-Ordnung zentraler Orte mit Versorgung kumulierter Marktgebiete



Die Ergebnisse der theoretischen Überlegungen zur Rang-Größe-Verteilung innerhalb zentralörtlicher Systeme zeigen einerseits, daß wegen des strengen hierarchischen Aufbaus dieser Systeme die sogenannte "Rank-Size-Rule" unter gewissen Voraussetzungen ein immanenter Bestandteil der Theorie der zentralen Orte ist. Ohne Schwierigkeiten können also künstliche Systeme zentraler Orte erzeugt werden, die einen entsprechenden Aufbau aufweisen (vgl. Abbildung 60 bzw. 62).

Andererseits gilt aber, daß die herkömmlichen theoretischen Ansätze neben anderen Mängeln<sup>1</sup> nicht in der Lage sind zu überprüfen, ob ein Ort, der eine ihm entsprechende Stellung

<sup>1</sup> Vgl. die Kritik bei HENDERSON und MILLS (siehe Seite 22) dieser Arbeit).

HENDERSON faßt seine Kritik gegen das einfache Beckmann-Modell (mit konstantem Versorgungsfaktor und konstanter Zuweisung von Satellitenstädten) folgendermaßen zusammen:

"The model is just an algebraic construct with no explicit

im hierarchischen System einnimmt, auch den dafür vorgesehenen Standort inne hat. Im folgenden wurde deshalb der Versuch unternommen, die räumliche Lage der zentralen Orte durch Berechnung von Potentialwerten zu berücksichtigen. Es zeigt sich, daß die Rang-Größe-Verteilung für Potentiale zentraler Orte eine Ablenkung nach außen erfährt, die im Bereich mittelgroßer Städte besonders ausgeprägt ist (vgl. Abbildung 64 und 66). Allerdings ist die Rang-Größe-Bestimmung von Potentialwerten stets als Kontrollwert für die entsprechende Einwohnergröße des zentralen Ortes zu verstehen, der versucht, auch die entsprechende Standortposition im räumlichen Gefüge aller zentralen Orte zu erfassen.

---

(noch Fußnote 1 von Seite 210)

structure; but, then, the underlying structure of the model would require a very complex specification. One question is whether any underlying economic structure could generate such a model. There are three reasons why it could not.

With respect to underlying supply or cost functions, from Lösch's market area analysis, we know that there must be some declining average cost of production function to ensure agglomeration of production in market centers. In the Lösch-Beckmann work, declining average costs are attained by assuming initial fixed production costs and constant marginal costs... the quantities produced .. increase as we move up the hierarchy and hence their average production costs should fall... If average production costs are lower for a center, then it should supply the good to a larger rural population and market area because it can absorb higher transportation costs the rural area. This follows from the first principle of market area analysis but is ignored in hierarchy models.

Secondly, the positioning of the towns at the center of a rural market area ... may be incorrect... if there is inter-urban trade and its associated transportation costs, it may be beneficial to move the different centers of the hierarchy closer together to reduce the cost of interurban trade while raising the cost of urban-rural trade...

The third basic economic inconsistency of the model is that, in its present form, trade cannot be balanced between cities only trade unilaterally down the hierarchy.

HENDERSON, J.V.: Hierarchy Models of City Size - An Economic Evaluation, a.a.O., S. 436 f. (Unterstreichungen durch den Verf.).

MILLS, E.S.: Urban Economics, 1972, a.a.O., S. 112.

Das für eine Rang-Größen-Darstellung recht grobe System von CHRISTALLER läßt sich durch Berücksichtigung differenzierter Marktgebiete im Sinne von LÖSCH verfeinern, woraus ein gleichmäßigerer Verlauf der Verteilungsfunktion resultiert (vgl. Abbildung 70). Bemerkenswert auch hier, daß mittelgroße Städte im Vergleich zu dem System von CHRISTALLER deutlich überrepräsentiert sind. Da bisher für alle Beispielsländer ein symmetrischer Aufbau gewählt wurde, ist für ein im Prinzip rechteckiges Land wie die Bundesrepublik Deutschland zu erwarten, daß gerade dieser überproportional vertretene Mittelbereich wieder entzerzt wird.

Wenn der hierarchische Aufbau der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland in Ansätzen zentralörtlichen Systemen folgt, ist in empirischen Untersuchungen eine Rang-Größe-Verteilung zu erwarten, die im Prinzip den Abbildungen 60 und 62 entspricht. Ob der Standort der einzelnen Stadtregionen im Raum dann auch der Stellung innerhalb der Hierarchie entspricht, kann durch die Berechnung der Abweichungen der Potentialwerte von den entsprechenden Einwohnerwerten quantifiziert werden. Insofern kann zumindest in groben Zügen geklärt werden, ob eine Stadt, die einen ganz bestimmten Platz innerhalb der Hierarchie einnimmt, auch den hierfür nach der Theorie der zentralen Orte geeigneten Standort besitzt. Als zweiter wichtiger Aspekt innerhalb der empirischen Untersuchungen ist zu prüfen, inwieweit Verdichtungsachsen der Bundesrepublik Deutschland im Aufbau möglicherweise den von LÖSCH abgeleiteten Verdichtungskorridoren entsprechen.



C. Die Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland - Der empirische Befund und seine raumwirtschaftstheoretische Erklärung

Am Anfang der folgenden Untersuchungen steht die Darstellung der tatsächlichen Verteilung der Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland. In dieser Arbeit werden ausschließlich Daten von Stadtregionen verwendet, weil nicht nur in Deutschland die Städte - verbunden mit dem enormen Mobilitätsgewinn der Bevölkerung und der damit einhergehenden Flächenexpansion der Städte in den letzten 30 Jahren - längst die klassischen städtischen Gemeindegrenzen überwunden haben. Um die heutige Bedeutung der Städte als lokale Arbeitsmärkte und Versorgungszentren richtig zu erfassen, scheint es deshalb unerlässlich, für die Bundesrepublik Deutschland Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961<sup>1</sup> für die folgenden empirischen Untersuchungen heranzuziehen.

Maßgeblich für die Größe einer Stadtregion sind die Abgrenzungskriterien für die sogenannten "Weiteren Randzonen"<sup>2</sup> der Stadtregionen:

Alle Gemeinden im Umkreis größerer Städte werden einer gemeinsamen Stadtregion zugerechnet, wenn

- mindestens 20 % der in der Gemeinde ortsansässigen Erwerbspersonen im Kerngebiet der Stadt arbeiten,
- mindestens 60 % der Auspendler dieser Gemeinde in dieses Kerngebiet pendeln und
- höchstens 65 % der Erwerbspersonen in der Landwirtschaft arbeiten.

---

<sup>1</sup> Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, Forschungsberichte des Ausschusses "Raum und Bevölkerung" der Akademie für Raumforschung und Landesplanung, Raum und Bevölkerung 5, Hannover 1967, Band XXXII, Textband, Ergänzungsband 1-3.

Weitere Angaben bis zum 31.12.1968 sind zu finden in:

Statistisches Jahrbuch Deutscher Gemeinden, 57. Jahrgang, 1970, S. 34 ff.

<sup>2</sup> Vgl. Überblick über die Abgrenzungskriterien für die einzelnen Zonen der Stadtregionen in Tabelle A 2 des Statistischen Anhangs.



Das letzte Abgrenzungskriterium bezüglich der landwirtschaftlichen Erwerbspersonen dürfte wohl weitgehend bedeutungslos geworden sein. Für die Bundesrepublik Deutschland wurden auf diese Weise 69 Stadtregionen mit mehr als 80.000 Einwohnern erfaßt (vgl. Abbildung 71 sowie die Tabellen A 1 und A 6 im Statistischen Anhang).

Da aufgrund von erheblichen Abgrenzungsschwierigkeiten nahezu das gesamte Rhein-Ruhr-Gebiet in der Stadtregion Rhein/Ruhr zusammengefaßt wurde, scheint es zweckmäßig, für Rang-Größe-Untersuchungen einige weitere Stadtregionen<sup>1</sup>, die eine ähnliche räumliche Einheit bilden, zusammenzufassen. Auf diese Weise bleiben 57 zum Teil zusammengefaßte Stadtregionen bestehen, die in die Rang-Größe-Untersuchungen einbezogen werden (vgl. Tabelle 16).

1. Die Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland

Die Rang-Größe-Verteilung der Stadtregionen am 31.12.1968 wird zunächst für die gebräuchlichsten Verteilungsfunktionen<sup>2</sup>

- Pareto-Verteilung       $R \cdot E^{\alpha} = K$       bzw.  $\log R = \log K - \alpha \log E$
  - Rang-Größe-Verteilung       $R^{\beta} \cdot E_R = E_N$       bzw.  $\log E_R = \log E_N - \beta \log R$
- wobei    R = Rang  
          E = Einwohner  
          N = Index zur Bezeichnung der größten Stadt

dargestellt, wobei der Einfachheit halber für die kumulierten prozentualen Anteilswerte der entsprechende Rang (R) Verwendung findet. Folgende Ausgangsdaten wurden ermittelt:

1 Folgende Stadtregionen wurden zu räumlichen Einheiten zusammengefaßt:

|                  |                   |              |
|------------------|-------------------|--------------|
| 2 Fran/Wies/Darm | 7 Nuer/Erla       | 20 Kobl/Neuw |
| 4 Stut/Goep      | 10 Saar/Saal/Neun | 21 Gies/Wetz |
| 6 Mann/Heid/Worm | 11 Aach/Duer      |              |

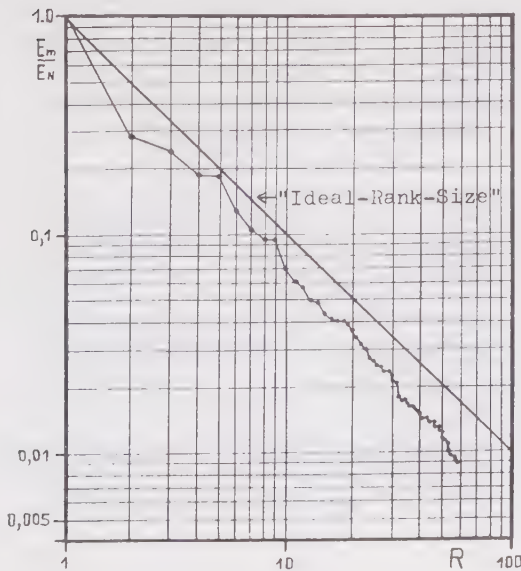
2 Vgl. Ausführungen über geeignete Verteilungsfunktionen auf den Seiten 68-78.

Tab. 16 Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland am 31.12.1968

| Rang | Stadtregion    | Einwohner<br>am<br>31.12.68 | Einwohner<br>in<br>Relation | Rang | Stadtregion | Einwohner<br>am<br>31.12.68 | Einwohner<br>in<br>Relation | Rang | Stadtregion | Einwohner<br>am<br>31.12.68 | Einwohner<br>in<br>Relation |
|------|----------------|-----------------------------|-----------------------------|------|-------------|-----------------------------|-----------------------------|------|-------------|-----------------------------|-----------------------------|
| R    |                | $E_m$                       | $E_m/E_N$                   | R    |             | $E_m$                       | $E_m/E_N$                   | R    |             | $E_m$                       | $E_m/E_N$                   |
| 1    | Rhei           | 9.405,1                     | 1,0                         | 21   | Cies/Wetz   | 297,0                       | 0,0316                      | 41   | Ingo        | 134,0                       | 0,0143                      |
| 2    | Fran/Kies/Darm | 2.659,1                     | 0,2827                      | 22   | Lueb        | 288,4                       | 0,0306                      | 42   | Trie        | 133,8                       | 0,0142                      |
| 3    | Hamb           | 2.297,8                     | 0,2443                      | 23   | Mues        | 277,1                       | 0,0295                      | 43   | Bamb        | 133,4                       | 0,0142                      |
| 4    | Stut/Goep      | 1.803,3                     | 0,1917                      | 24   | Osna        | 252,8                       | 0,0269                      | 44   | Wilh        | 130,6                       | 0,0139                      |
| 5    | Muen           | 1.761,6                     | 0,1873                      | 25   | Heil        | 246,0                       | 0,0262                      | 45   | Schw        | 130,1                       | 0,0138                      |
| 6    | Mann/Heid/Korn | 1.222,4                     | 0,1300                      | 26   | Breh        | 233,6                       | 0,0248                      | 46   | Flen        | 122,1                       | 0,0130                      |
| 7    | Nuer/Erla      | 1.002,3                     | 0,1067                      | 27   | Frei        | 229,1                       | 0,0244                      | 47   | Fuld        | 121,1                       | 0,0129                      |
| 8    | Hann           | 907,3                       | 0,0965                      | 28   | Ulm         | 221,7                       | 0,0236                      | 48   | Salz        | 117,0                       | 0,0124                      |
| 9    | Brem           | 882,3                       | 0,0938                      | 29   | Pfor        | 220,1                       | 0,0234                      | 49   | Mind        | 116,6                       | 0,0124                      |
| 10   | Saar/Saal/Neun | 633,8                       | 0,0674                      | 30   | Wuer        | 209,5                       | 0,0223                      | 50   | Pade        | 107,9                       | 0,0115                      |
| 11   | Aach/Duer      | 570,7                       | 0,0607                      | 31   | Rege        | 193,5                       | 0,0206                      | 51   | Heih        | 105,9                       | 0,0113                      |
| 12   | Bonn           | 539,9                       | 0,0574                      | 32   | Hamm        | 169,0                       | 0,0180                      | 52   | Neum        | 94,9                        | 0,0101                      |
| 13   | Karl           | 468,1                       | 0,0498                      | 33   | Sieg        | 161,9                       | 0,0172                      | 53   | Base        | 93,0                        | 0,0099                      |
| 14   | Biel/Harf      | 464,0                       | 0,0493                      | 34   | Goet        | 161,9                       | 0,0172                      | 54   | Luen        | 85,7                        | 0,0095                      |
| 15   | Augs           | 403,1                       | 0,0429                      | 35   | Olde        | 159,2                       | 0,0169                      | 55   | Bayr        | 89,4                        | 0,0095                      |
| 16   | Rhey           | 384,1                       | 0,0408                      | 36   | Reut        | 153,5                       | 0,0163                      | 56   | Hane        | 86,0                        | 0,0091                      |
| 17   | Kass           | 374,6                       | 0,0398                      | 37   | Wolf        | 152,7                       | 0,0162                      | 57   | Lued        | 82,6                        | 0,0088                      |
| 18   | Brau           | 373,8                       | 0,0397                      | 38   | Hild        | 149,7                       | 0,0159                      |      |             |                             |                             |
| 19   | Kiel           | 368,6                       | 0,0392                      | 39   | Asch        | 141,8                       | 0,0151                      |      |             |                             |                             |
| 20   | Kohl/Neuw      | 333,8                       | 0,0355                      | 40   | Kais        | 139,7                       | 0,0149                      |      |             |                             |                             |

Quelle:  
Stadtregionen in der Bundesrepublik  
Deutschland 1961, a.a.O.

Abb. 71 Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland am 31.12.1968



Legende:

— = Rang-Größe-  
Ordnung für  
 $E_m/E_N$  der  
Stadtregionen

Die weitaus besten Ergebnisse aller geeigneten Verteilungsfunktionen (Exponential-, Lognormal-, Gamma-, Pareto- und Rang-Größe-Verteilung) wurden für entsprechende Abbildungsmöglichkeiten durch die Pareto- bzw. Rang-Größe-Verteilung erzielt. Sowohl die Exponential-Verteilung wie ein Test auf Lognormalverteilung<sup>2</sup> zeigten zumindest für die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland geringere Erklärungskraft.

Für die Rang-Größe-Verteilung der Stadtregionen (57 STR) am 31.12.1968 konnte folgende Regressionsgerade<sup>3</sup> ermittelt werden:

$$\begin{array}{lll} 57 \text{ STR:} & \log E_R = 3,94005 - 1,11894 \log R & \text{wobei} \\ & (0,01838) \quad (0,01314) & E = \text{Einwohner} \\ & \leq 0,01 \quad \leq 0,01 & \text{in 1.000} \\ & R^2 = 0,99247 & R = \text{Rang} \end{array}$$

Das Bestimmtheitsmaß von  $R^2=0,993$  zeigt, daß die Varianz weitgehend durch die Rang-Größe-Verteilung erklärt wird. Delogarithmiert gilt damit die Funktion  $R^{1,12} \cdot E_R = 8.710,5$ . Der Wert 8,7 Mio. Einwohner für das absolute Glied entspricht dem theoretischen Wert der größten Stadt mit Rang  $R=1$ . Dieser Wert liegt zwar in der Nähe der tatsächlichen Größenordnung der Stadtregion Rhein/Ruhr (9,4 Mio. E.), zeigt aber trotz des hohen Bestimmtheitsmaßes die Ungenauigkeit der "Rank-Size-Rule" für größere Städte. Mit Hilfe dieser Verteilungsfunktion kann aber eine gute lineare Anpassung erzielt werden, so daß insgesamt festzustellen ist, daß die sogenannte "Rank-Size-Rule" in der Bundesrepublik Deutschland weitgehend

1 Vgl. auch die Einzeldaten für alle 69 Stadtregionen in der Zeit 1939-1969 in Tabelle A 6 des Statistischen Anhangs.

2 CARLBERG hat für die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland ermittelt, daß im Vergleich zu anderen Verteilungsfunktionen die Lognormalverteilung den höchsten Erklärungsgrad aufweist. Diese Ergebnisse werden für die zusammengefassten Stadtregionen an Hand eines Wahrscheinlichkeitspapiers im weiteren Verlauf dieses Kapitels überprüft.

Vgl. CARLBERG, M.: Beobachtungen zum Auerbachschen Gesetz in der Bundesrepublik Deutschland, 1975, a.a.O., S. 21 ff.

3 Unterhalb der Regressionskoeffizienten steht in Klammern die jeweilige Standardabweichung des Regressionskoeffizienten, darunter wiederum die 2-seitige Irrtumswahrscheinlichkeit des Regressionskoeffizienten in Prozent.

Bestätigung<sup>1</sup> findet. Die "theoretische" Einwohnerzahl der größten Stadt wird nur leicht unterschätzt, der Exponent  $\beta$  beträgt  $\beta=1,12$  (d.h., die 2. größte Stadt besitzt weniger als die Hälfte der Einwohner der größten, usw.). Allerdings ist bei genauer Betrachtung des graphischen Abbildes der Größenverteilung einschließlich der Schätzgeraden (vgl. Abbildung 72) unverkennbar, daß die Abweichungen der Residuen von der Normalverteilung stark signifikant sind. Eine deutliche Restschwingung könnte dazu verleiten, nach einer noch geeigneteren Verteilungsfunktion Ausschau zu halten, denn die Restgrößen sind offensichtlich stark autokorreliert. Hier geht es jedoch nicht um die bestmögliche Anpassung, sondern um Verteilungsfunktionen, die aus ökonomischen Erklärungsmodellen abgeleitet werden können. Da, wie nachgewiesen wurde, doppel-logarithmische Verteilungsfunktionen aus Zentrale-Orte-Modellen abgeleitet werden können, spricht einiges dafür, sich mit dem obigen durchaus zufriedenstellenden Ergebnis zu begnügen.

Erwähnenswert ist sicherlich, daß für sämtliche 69 Stadtregionen, die in unseren Augen zumindest für Rang-Größe-Untersuchungen schwer vergleichbar sind, ein leicht verschlechtertes Schätzergebnis mit deutlich veränderten Regressionskoeffizienten erzielt wurde.

$$\begin{aligned} 69 \text{ STR: } \log E_R &= 3,82332 - 1,01686 \log R \\ &\quad (0,01864) \quad (0,01262) \\ &\quad \leq 0,01 \quad \leq 0,01 \end{aligned}$$

$$R^2 = 0,98979$$

Hiermit ist nahezu die Schätzung einer "Ideal-Rank-Size" erreicht, doch wird ihr kein Gewicht zugemessen, da die Datenbasis nicht einheitlich ist.

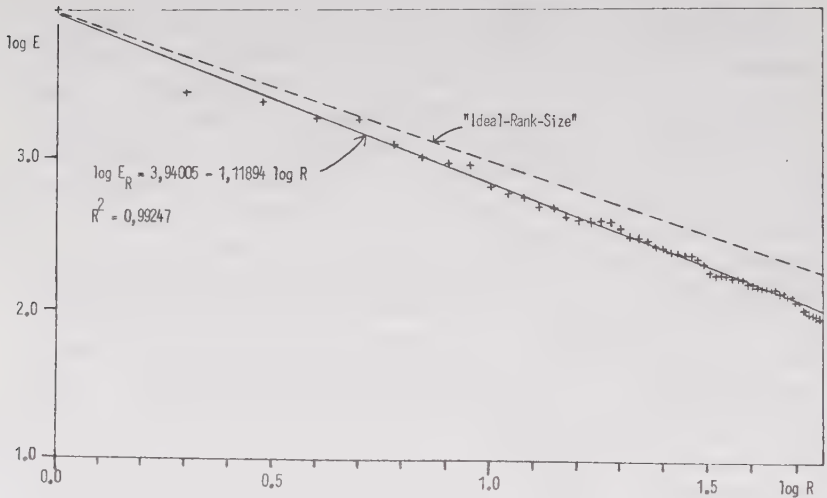
---

<sup>1</sup> Für die 68 größten Gemeinden der Bundesrepublik Deutschland (einschl. Berlin) ermittelte CARLBERG ein ähnlich gutes Schätzergebnis zum 31.12.1971:  $\log E_R = 6,58151 - 0,84 \log R$   
 $N \cdot R^{0,84} = 3.300.000$  mit  $R^2 = 0,98$ .

CARLBERG, M.: Beobachtungen zum Auerbachschen Gesetz in der Bundesrepublik Deutschland, a.a.O., S. 6.



Abb. 72 Die Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen (57 STR) in der Bundesrepublik Deutschland am 31.12.1968 und ihre Approximation durch eine Verteilungsfunktion



Das Ergebnis von CARLBERG<sup>1</sup>, das der Lognormalverteilung im Vergleich zu anderen Funktionstypen den höchsten Erklärungsgrad zur Beschreibung der Rang-Größe-Verteilung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland zusprach, muß zumindest für die aus den genannten Gründen zusammengefaßten 57 Stadtregionen in Zweifel gezogen werden. Ohne komplizierte Berechnungen vornehmen zu müssen, kann man lognormalver-

<sup>1</sup> CARLBERG, M.: Beobachtungen zum Auerbachschen Gesetz in der Bundesrepublik Deutschland, a.a.O., S. 24.

teilte Daten auf entsprechenden Spezialpapier<sup>1</sup> (Lognormales Wahrscheinlichkeitpapier) linear abbilden. Eine entsprechende Abbildung der in Tabelle 17 vorbereiteten Daten (vgl. Abbildung 73) zeigt, daß nach wie vor eine deutliche s-förmige Grundstruktur zu beobachten ist, so daß kein gutes Schätzergebnis erwartet werden kann. Denkbar wäre allerdings, wie bei der Pareto-Verteilungsfunktion nur den abfallenden Ast der Lognormalverteilung in die Berechnungen miteinzubeziehen. Die dann noch zur Pareto-Verteilung bestehenden Unterschiede wären so gering, daß hier auf getrennte Schätzungen verzichtet wird.

Tab. 17 Häufigkeitssummen in % der Gesamtzahl der Stadtregionen und Einwohner der Stadtregionen am 31.12.1968

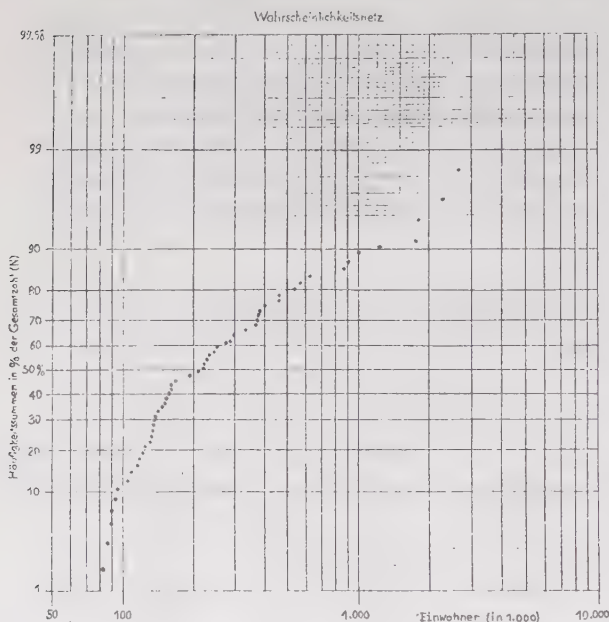
| Rang | Kumulierter<br>prozentualer<br>Anteil an den<br>Stadtregionen<br>insgesamt | Stadtregion    | Einwohner<br>am<br>31.12.68<br>in 1.000 | Rang | Kumulierter<br>prozentualer<br>Anteil an den<br>Stadtregionen<br>insgesamt | Stadtregion | Einwohner<br>am<br>31.12.68<br>in 1.000 |
|------|----------------------------------------------------------------------------|----------------|-----------------------------------------|------|----------------------------------------------------------------------------|-------------|-----------------------------------------|
| 1    | 100,0                                                                      | Rhei           | 9.405,1                                 | 31   | 47,4                                                                       | Rege        | 193,5                                   |
| 2    | 98,3                                                                       | Fran/Wies/Darm | 2.659,1                                 | 32   | 45,6                                                                       | Rann        | 169,0                                   |
| 3    | 96,5                                                                       | Ramb           | 2.297,8                                 | 33   | 43,9                                                                       | Sieg        | 161,9                                   |
| 4    | 94,7                                                                       | Stut/Goep      | 1.803,3                                 | 34   | 42,1                                                                       | Goet        | 161,9                                   |
| 5    | 92,9                                                                       | Muen           | 1.761,6                                 | 35   | 40,4                                                                       | Olde        | 159,2                                   |
| 6    | 91,2                                                                       | Mann/Heid/Worm | 1.222,4                                 | 36   | 38,6                                                                       | Reut        | 153,5                                   |
| 7    | 89,5                                                                       | Muer/Erla      | 1.002,3                                 | 37   | 36,8                                                                       | Wolf        | 152,2                                   |
| 8    | 87,7                                                                       | Rann           | 907,3                                   | 38   | 35,1                                                                       | Rild        | 149,7                                   |
| 9    | 86,0                                                                       | Brem           | 882,3                                   | 39   | 33,3                                                                       | Asch        | 141,8                                   |
| 10   | 84,2                                                                       | Saar/Saal/Neun | 633,8                                   | 40   | 31,6                                                                       | Kais        | 139,7                                   |
| 11   | 82,5                                                                       | Aach/Duer      | 570,7                                   | 41   | 29,8                                                                       | Ingo        | 134,0                                   |
| 12   | 80,7                                                                       | Bonn           | 539,9                                   | 42   | 28,1                                                                       | Trie        | 133,8                                   |
| 13   | 79,0                                                                       | Karl           | 468,1                                   | 43   | 26,3                                                                       | Ramb        | 133,4                                   |
| 14   | 77,2                                                                       | Bial/Herf      | 464,0                                   | 44   | 24,6                                                                       | Wilh        | 130,6                                   |
| 15   | 75,5                                                                       | Augs           | 403,1                                   | 45   | 22,8                                                                       | Schw        | 130,1                                   |
| 16   | 73,7                                                                       | Rhey           | 384,1                                   | 46   | 21,1                                                                       | Flen        | 122,1                                   |
| 17   | 71,9                                                                       | Kass           | 374,6                                   | 47   | 19,3                                                                       | Fuld        | 121,1                                   |
| 18   | 70,2                                                                       | Brau           | 373,8                                   | 48   | 17,6                                                                       | Salz        | 117,0                                   |
| 19   | 68,4                                                                       | Kiel           | 368,6                                   | 49   | 15,8                                                                       | Mind        | 116,6                                   |
| 20   | 66,7                                                                       | Kobl/Neuw      | 333,8                                   | 50   | 14,0                                                                       | Fede        | 107,9                                   |
| 21   | 64,9                                                                       | Gies/Wetz      | 297,0                                   | 51   | 12,3                                                                       | Heih        | 105,9                                   |
| 22   | 63,2                                                                       | Lueb           | 288,4                                   | 52   | 10,5                                                                       | Neun        | 98,9                                    |
| 23   | 61,4                                                                       | Mues           | 277,1                                   | 53   | 8,8                                                                        | Base        | 93,0                                    |
| 24   | 59,7                                                                       | Osna           | 252,8                                   | 54   | 7,0                                                                        | Luen        | 89,7                                    |
| 25   | 57,9                                                                       | Heil           | 246,0                                   | 55   | 5,3                                                                        | Bayr        | 89,4                                    |
| 26   | 56,1                                                                       | Breh           | 233,6                                   | 56   | 3,5                                                                        | Rame        | 86,0                                    |
| 27   | 54,4                                                                       | Frei           | 229,1                                   | 57   | 1,8                                                                        | Lued        | 82,6                                    |
| 28   | 52,6                                                                       | Ulm            | 221,7                                   |      |                                                                            |             |                                         |
| 29   | 50,9                                                                       | Pfor           | 220,1                                   |      |                                                                            |             |                                         |
| 30   | 49,1                                                                       | Muer           | 209,5                                   |      |                                                                            |             |                                         |

1 Vgl. die Ausführungen über Verteilungsfunktionen auf Seite 68 ff. und insbesondere Abbildung 1.

2 Für andere Länder der Erde (Amerika, Schweden) führte die Lognormalverteilung zu relativ guten Ergebnissen.

Vgl. PARR, J.B.; Suzuki, K.: Settlement Populations and the Lognormal Distribution, in: Urban Studies, 1973 (10), S. 335-352.

Abb. 73 Die Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen (57 STR) der Bundesrepublik Deutschland abgebildet im halblogarithmischem Wahrscheinlichkeitsnetz



Aufmerksamkeit sollte der Frage gewidmet werden, ob sich die Rang-Größe-Verteilung der Stadtregionen in der Bundesrepublik im Zeitablauf verändert hat. Da ein deartiger Vergleich nur aus langfristiger, historischer Perspektive<sup>1</sup> erfolgen sollte, werden im folgenden lediglich Angaben für Stadtregionen in

<sup>1</sup> Vgl. ähnliche Untersuchungen zur Veränderung der Rang-Größe-Ordnung amerikanischer Städte in den Jahren 1790-1950 in:

MADDEN, C.H.: Some Indicators of Stability in the Growth of Cities in the United States, in: Economic Development and the Cultural Change, 1956 (4), S. 239.

Vgl. auch entsprechende Angaben für Großbritannien in den Jahren 1801-1911 in:

ROBSON, B.T.: Urban Growth - An Approach, London 1973, S. 30.

der flächengleichen Abgrenzung von 1961 für die Jahre 1939 und 1969 analysiert (vgl. Tabelle 18).

Auf erneute regressionsanalytische Berechnung der veränderten Rang-Größe-Ordnung wird verzichtet, da der für die Abgrenzung von Stadtregionen maßgebliche untere Schwellenwert von 80.000 Einwohnern (am 6.6.1961) Verzerrungen<sup>1</sup> im Eingangsbereich verursachen würde. Für 1950 und 1961 wäre ein direkter Vergleich möglich, da bei unveränderten Abgrenzungskriterien entsprechende Daten für Stadtregionen auf der für diese Zeitpunkte maßgeblichen Flächen zur Verfügung stehen<sup>2</sup>. Unglücklicherweise fallen aber gerade 1950 einige für die Zusammenfassung von Ballungszentren wichtige Stadtregionen (STR Goep, Worm, Duer, Saar, Saal, Neun) unter den Schwellenwert bzw. werden erstmalig erfaßt. Damit wäre lediglich ein Vergleich der offiziellen Stadtregionen in den Abgrenzungen von 1950 und 1961 möglich. Der zeitliche Abstand zwischen diesen Erhebungen scheint aber zu gering, als daß interessante Ergebnisse zu erwarten wären. Ein wesentlicher Einwand gegen einen derartigen Vergleich ist schließlich noch in der Tatsache zu sehen, daß die Bevölkerungsverteilung 1950 immer noch deutlich von Kriegsfolgen geprägt ist.

Die folgende Analyse der Veränderung der Rang-Größe-Verteilung beschränkt sich deshalb auf Daten für Stadtregionen in der Flächenabgrenzung von 1961. Unterhalb des Schwellenwertes von 80.000 Einwohnern pro Stadtregion gilt die Rang-Größe-Verteilung im Jahr 1939 als nicht definiert (vgl. Abbildung 74).

---

1 So würde beispielsweise 1939 die Stadtregion Wolfsburg berücksichtigt, obwohl 1939 einige andere Städte größer waren, die bis 1961 nicht die für Stadtregionen erforderliche Mindestgröße erreichen konnten.

2 STADTREGIONEN IN DER BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND 1950, Band XIV, Entwicklung der Bevölkerung in Stadtregionen, Band XXII, Forschungs- und Sitzungsberichte der Akademie für Raumforschung und Landesplanung, Hannover 1958.

STADTREGIONEN IN DER BUNDESREPUBLIK DEUTSCHLAND 1961, a.a.O.

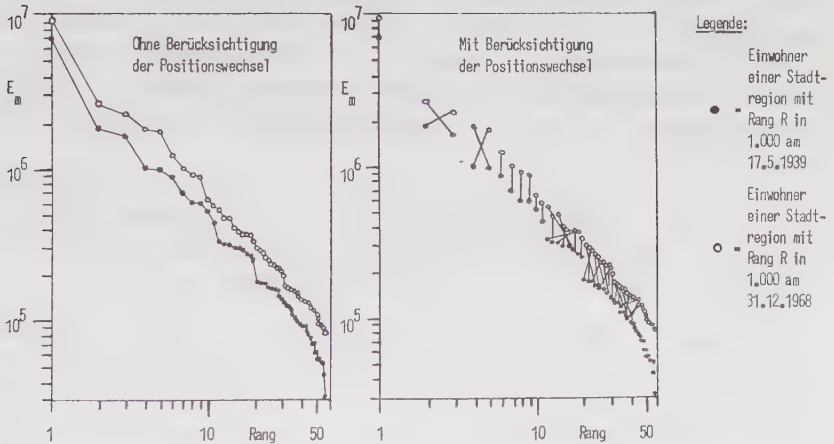
Tab. 18 Veränderung der Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland für die Jahre 1939 und 1969

| Rangfolge<br>1939 | Stadtregion    | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>17.5.39 | Rangfolge<br>1968 | Stadtregion    | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>31.12.68 | Rangfolge<br>1939                                                          | Stadtregion | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>17.5.39 | Rangfolge<br>1968 | Stadtregion | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>31.12.68 |
|-------------------|----------------|----------------------------------------|-------------------|----------------|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|-------------|----------------------------------------|-------------------|-------------|-----------------------------------------|
| 1                 | Rhei           | 7.031,1                                | 1                 | Rhei           | 9.405,1                                 | 31                                                                         | Roge        | 131,3                                  | 31                | Roge        | 193,5                                   |
| 2                 | Hamb           | 1.868,2                                | 2                 | Fran/Wies/Darm | 2.659,1                                 | 32                                                                         | Wilh        | 128,4                                  | 32                | Hamm        | 169,0                                   |
| 3                 | Fran/Wies/Darm | 1.692,9                                | 3                 | Hamb           | 2.297,8                                 | 33                                                                         | Trie        | 125,7                                  | 33                | Steg        | 161,9                                   |
| 4                 | Muen           | 1.021,0                                | 4                 | Stut/Goep      | 1.803,3                                 | 34                                                                         | Hamm        | 119,0                                  | 34                | Goet        | 161,9                                   |
| 5                 | Stut/Goep      | 998,1                                  | 5                 | Muen           | 1.761,6                                 | 35                                                                         | Kais        | 108,9                                  | 35                | Olde        | 159,2                                   |
| 6                 | Mann/Heid/Worm | 891,0                                  | 6                 | Mann/Heid/Worm | 1.222,4                                 | 36                                                                         | Stieg       | 106,6                                  | 36                | Reut        | 153,5                                   |
| 7                 | Muer/Erla      | 712,2                                  | 7                 | Muer/Erla      | 1.002,3                                 | 37                                                                         | Hild        | 102,6                                  | 37                | Wolf        | 152,7                                   |
| 8                 | Hann           | 611,3                                  | 8                 | Hann           | 907,3                                   | 38                                                                         | Schw        | 95,2                                   | 38                | Hild        | 149,7                                   |
| 9                 | Brem           | 602,2                                  | 9                 | Brem           | 882,3                                   | 39                                                                         | Olde        | 94,7                                   | 39                | Asch        | 141,8                                   |
| 10                | Saar/Saal/Neun | 538,9                                  | 10                | Saar/Saal/Neun | 633,8                                   | 40                                                                         | Bamb        | 94,0                                   | 40                | Kais        | 139,7                                   |
| 11                | Aach/Duer      | 447,0                                  | 11                | Aach/Duer      | 570,7                                   | 41                                                                         | Goet        | 91,9                                   | 41                | Ingo        | 134,0                                   |
| 12                | Kiel           | 318,8                                  | 12                | Bonn           | 539,9                                   | 42                                                                         | Asch        | 91,4                                   | 42                | Trie        | 133,8                                   |
| 13                | Karl           | 310,0                                  | 13                | Karl           | 468,1                                   | 43                                                                         | Reut        | 84,9                                   | 43                | Bamb        | 133,4                                   |
| 14                | Kass           | 309,0                                  | 14                | Biel/Herf      | 464,0                                   | 44                                                                         | Flen        | 80,1                                   | 44                | Wilh        | 130,6                                   |
| 15                | Rhey           | 300,4                                  | 15                | Augs           | 403,1                                   | 45                                                                         | Fuld        | 78,2                                   | 45                | Schw        | 130,1                                   |
| 16                | Biel/Herf      | 300,0                                  | 16                | Rhey           | 384,1                                   | 46                                                                         | Mind        | 75,0                                   | 46                | Flen        | 122,1                                   |
| 17                | Bonn           | 289,6                                  | 17                | Kass           | 374,6                                   | 47                                                                         | Ingo        | 70,2                                   | 47                | Fuld        | 121,1                                   |
| 18                | Brau           | 272,4                                  | 18                | Brau           | 373,8                                   | 48                                                                         | Pade        | 70,0                                   | 48                | Salz        | 117,0                                   |
| 19                | Augs           | 263,8                                  | 19                | Kiel           | 368,6                                   | 49                                                                         | Bayr        | 63,1                                   | 49                | Mind        | 116,6                                   |
| 20                | Kobl/Neun      | 252,2                                  | 20                | Kobl/Neun      | 333,8                                   | 50                                                                         | Neum        | 61,6                                   | 50                | Pade        | 107,9                                   |
| 21                | Mues           | 177,0                                  | 21                | Gies/Wetz      | 297,0                                   | 51                                                                         | Luen        | 55,7                                   | 51                | Heih        | 105,9                                   |
| 22                | Luek           | 176,9                                  | 22                | Lueb           | 288,4                                   | 52                                                                         | Lued        | 55,5                                   | 52                | Neum        | 94,9                                    |
| 23                | Gies/Wetz      | 176,7                                  | 23                | Mues           | 277,1                                   | 53                                                                         | Base        | 53,3                                   | 53                | Base        | 93,0                                    |
| 24                | Breh           | 167,8                                  | 24                | Osna           | 252,8                                   | 54                                                                         | Hane        | 52,9                                   | 54                | Luen        | 89,7                                    |
| 25                | Osna           | 162,7                                  | 25                | Heil           | 246,0                                   | 55                                                                         | Heih        | 52,8                                   | 55                | Byrr        | 89,4                                    |
| 26                | Muer           | 160,6                                  | 26                | Breh           | 233,6                                   | 56                                                                         | Salz        | 45,6                                   | 56                | Hane        | 86,0                                    |
| 27                | Heil           | 159,1                                  | 27                | Frei           | 229,1                                   | 57                                                                         | Wolf        | 32,3                                   | 57                | Lued        | 82,6                                    |
| 28                | Pfor           | 156,0                                  | 28                | Ulm            | 221,7                                   | Quelle:<br>Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961,<br>a.a.O. |             |                                        |                   |             |                                         |
| 29                | Frei           | 147,2                                  | 29                | Pfor           | 220,1                                   |                                                                            |             |                                        |                   |             |                                         |
| 30                | Ulm            | 136,9                                  | 30                | Muer           | 209,5                                   |                                                                            |             |                                        |                   |             |                                         |

Das graphische Abbild dieser Daten (vgl. Abbildung 74) zeigt, daß keine grundlegende Veränderung der Verteilung in den letzten 3 bis 4 Jahrzehnten erfolgt ist. Obwohl natürlich im Zeitablauf einige Positionswechsel in der Rangfolge zu beobachten sind, kann insgesamt von einer bemerkenswerten Stabilität der Rang-Größe-Verteilung der Stadtregionen gesprochen werden. Der Funktionsverlauf erfährt lediglich eine Niveauverschiebung; Unterschiede wären in normierter Fassung kaum noch festzustellen. Bei genauerer Betrachtung ist eine leichte Anpassung an einen

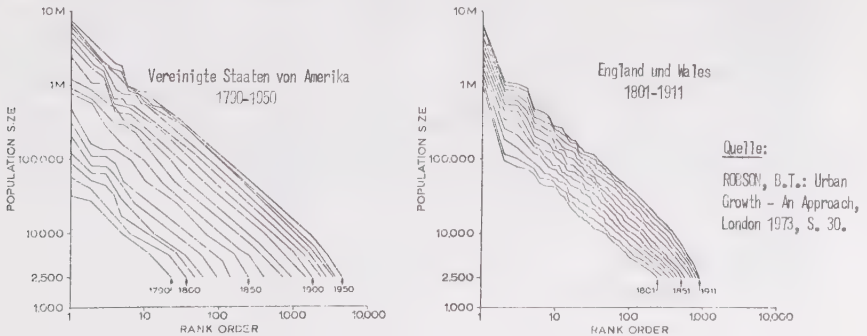
linearen Verlauf und eine Reduzierung von ausgesprochenen Größenklassensprüngen zu bemerken. Diese Tatsache würde für einen Angleichungsprozeß sprechen, der das Rang-Größe-Verhältnis der Stadtregionen in einem streng komplementären Sinn ordnet und damit Abweichungen von einer zentralörtlichen Grundstruktur vermindert.

**Abb. 74** Veränderung der Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland für die Jahre 1939 und 1969



Um einen Eindruck davon zu vermitteln, wie stabil Rang-Größe-Verteilungen von Städten über lange Zeitperioden hinweg sind, werden in Abbildung 74 b einige Angaben für die Vereinigten Staaten, England und Wales zusammengestellt.

**Abb. 74 b** Die Rang-Größe-Verteilung von Städten im Zeitablauf





## 2. Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland und "Urbanized Areas" der Vereinigten Staaten von Amerika im Vergleich

MILLS<sup>1</sup> kritisiert, daß in zahlreichen Untersuchungen zur Rang-Größe-Ordnung von Städten lediglich einfachste statistische Verfahren zur Abbildung der entsprechenden Verteilungsgesetzmäßigkeiten benützt werden, ohne daß versucht wird, durch Abstandsminimierung die Verteilungsfunktionen genau zu schätzen und durch Signifikanz-Test zu sichern. Weitgehende Unbekümmertheit herrscht auch bezüglich einer sinnvollen Abgrenzung der Stadt und des gesamten Wirtschaftsraumes, für den die Rang-Größen-Ordnung der Städte bestimmt wird.

Beispielhaft untersucht deshalb MILLS die Rang-Größen-Ordnung der "Urban Areas" der Vereinigten Staaten von Amerika (vgl. Tabelle 19) mit Hilfe der Pareto-Verteilungsfunktion:

$$R = A \cdot E^{-\alpha}$$

bzw.

$$\log R = \log A - \alpha \log E$$

wobei  $R$  = Rang  
 $E$  = Einwohner  
 $\alpha, K$  = Konstante

Tab. 19 Einwohner und Rang einer Auswahl von "Urban Areas" in den Vereinigten Staaten von Amerika

| Urbanized Area                   | Rank | Population (000) | Rank X Population |
|----------------------------------|------|------------------|-------------------|
| New York/northeastern New Jersey | 1    | 14,115           | 14,115            |
| St. Louis                        | 11   | 1,668            | 18,348            |
| Miami                            | 21   | 853              | 17,913            |
| Louisville                       | 31   | 607              | 18,817            |
| Albany/Schenectady/Troy          | 41   | 455              | 18,655            |
| Bridgeport                       | 51   | 367              | 18,717            |
| Grand Rapids                     | 61   | 294              | 17,934            |
| Des Moines                       | 71   | 241              | 17,111            |
| Scranton                         | 81   | 211              | 17,091            |
| Pomona/Ontario                   | 91   | 187              | 17,017            |
| Charleston, W. Va.               | 101  | 170              | 17,170            |
| Madison                          | 111  | 158              | 17,538            |
| Lincoln                          | 121  | 136              | 16,456            |
| Augusta, Ga.                     | 131  | 124              | 16,244            |
| Kalamazoo                        | 141  | 116              | 16,356            |
| Wichita Falls                    | 151  | 102              | 15,402            |
| Eugene                           | 161  | 96               | 15,456            |
| Lake Charles                     | 171  | 89               | 15,219            |
| Champaign/Urbana                 | 181  | 78               | 14,118            |
| Reno                             | 191  | 70               | 13,370            |
| Hartington/San Benito            | 201  | 62               | 12,462            |
| Texarkana                        | 211  | 53               | 11,183            |

Quelle:

MILLS, E.S.:  
 Urban Economics,  
 a.a.O., S. 107  
 (Table 7-1).

Unverständlich bleibt, warum MILLS lediglich jeder 10. der insgesamt 211 angeführten "Urban Areas" berücksichtigt. Da zunächst die Vermutung bestand, daß MILLS in Tabelle 19 lediglich aus Platzersparnis jeden 10. Wert angab, wurde versucht, das Ergebnis zu reproduzieren. MILLS gibt folgende Gleichung für die 211 "Urban Areas" der Vereinigten Staaten an:

$$\begin{aligned} \text{MILLS:} \quad \log R &= 9,4540 - 0,9573 \log E \\ &\quad (0,1238) \quad (0,0223) \\ R^2 &= 0,989 \end{aligned}$$

Eine Nachrechnung mit den in Tabelle 19 ausgewiesenen Daten führte dagegen zu folgendem Ergebnis:

$$\begin{aligned} \text{Test MILLS:} \quad \log R &= 6,97779 - 0,95732 \log E \\ &\quad (0,11991) \quad (0,02230) \\ &\quad \leq 0,01 \quad \leq 0,01 \\ R^2 &= 0,98926 \end{aligned}$$

Offensichtlich liegt ein Übertragungsfehler<sup>2</sup> für das absolute Glied ( $\log A$ ) vor, denn sämtliche anderen Parameter stimmen überein. Ein derartiges Schätzergebnis für 22 ausgesuchte Probanden (von insgesamt 211) mag zwar die Grundtendenz erkennen lassen; ein plausibler Grund, die anderen Daten nicht in die Regression miteinzubeziehen, ist nicht erkennbar. Vor allem im Bereich der größeren "Urban Areas" wären stärkere Verzerrungen zu erwarten. Die vorsichtige Interpretation dieser Gleichung durch MILLS:

"Thus, the sample data are consistent with the possibility that the rank-size rule holds, but the best guess is that

1 MILLS, E.S.: Urban Economics, a.a.O., S. 106.

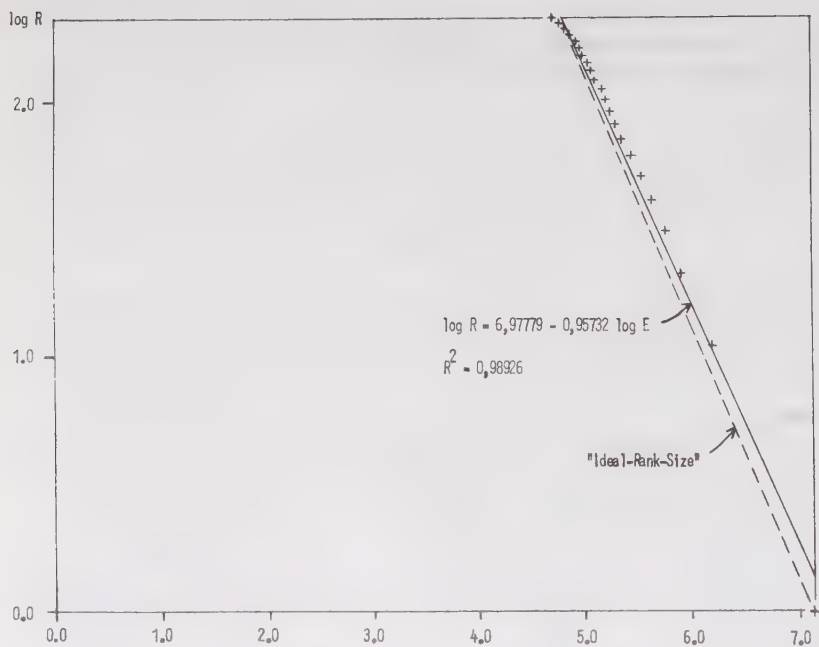
2 Eine Maßstabsverzerrung scheidet aus, wie eine entsprechende Überprüfung ergab.

Auch eine Verwechslung natürlicher und dekadischer Logarithmen kann ausgeschlossen werden, da eine entsprechende Umrechnung ( $\lg x = (1/\ln 10) \ln x$  bzw.  $\ln x = \ln 10 \cdot \lg x$ ) zu keinen konsistenten Ergebnissen führte.

the true exponent in the Pareto distribution of urban area size nearer  $-0,95$  than  $-1,0$ ".<sup>1</sup>

Für die "Urban Areas" der Vereinigten Staaten wird also eine Rang-Größe festgestellt, die nahezu mit der "Ideal-Rank-Size" übereinstimmt. In dem graphischen Abbild dieser Daten (vgl. Abbildung 74 c), ist wiederum eine deutliche systematische Restschwankung zu erkennen.

Abb. 74 c Einwohner und Rang einer Auswahl von "Urban Areas" in den Vereinigten Staaten von Amerika



Die entsprechende "Pareto-Verteilungsfunktion" für die 57 zusammengefaßten Stadtregionen bzw. alle 69 Stadtregionen

<sup>1</sup> MILLS, E.S.: Urban Economics, a.a.O., S. 108 (Unterstreichungen durch den Verf.).

der Bundesrepublik Deutschland lautet:

$$57 \text{ STR der BRD: } \log R = 3,50484 - 0,88697 \log E$$

$$(0,02578) \quad (0,01042)$$

$$\leq 0,01 \quad \leq 0,01$$

$$R^2 = 0,99247$$

$$69 \text{ STR der BRD: } \log R = 3,73606 - 0,97337 \log E$$

$$(0,02910) \quad (0,01208)$$

$$\leq 0,01 \quad \leq 0,01$$

$$R^2 = 0,98979$$

Für den Fall der 69 Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland im Vergleich zu den "Urban Areas" der Vereinigten Staaten von Amerika wäre damit sogar eine gleiche Größenordnung des für den Hierarchieaufbau so wichtigen Exponenten  $\alpha$  festzustellen ( $\alpha_{\text{USA}} = -0,957$ ;  $\alpha_{\text{BRD}} = -0,973$ ). Inwieweit die "Urban Areas" eher den 57 zusammengefaßten Stadtregionen entsprechen, kann im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht werden<sup>1</sup>.

Auch sei darauf hingewiesen, daß für zahlreiche Länder der Welt abweichende Verteilungen (vgl. Tabelle 20) festgestellt wurden<sup>2</sup>, so vor allen Dingen für zahlreiche Staaten sogenannte "Primate Distributions": Die Hierarchie der Städte wird von einer übergroßen Hauptstadt dominiert. Die in dieser Arbeit ausführlich analysierte "Rank-Size-Distribution" wäre in diesen Fällen nur im Hierarchiebereich unterhalb der Hauptstadt gegeben (vgl. Abbildung 75).

<sup>1</sup> Bezüglich weiterer empirischer Ergebnisse für die Vereinigten Staaten von Amerika wird auf VINING und HIGGS verwiesen:

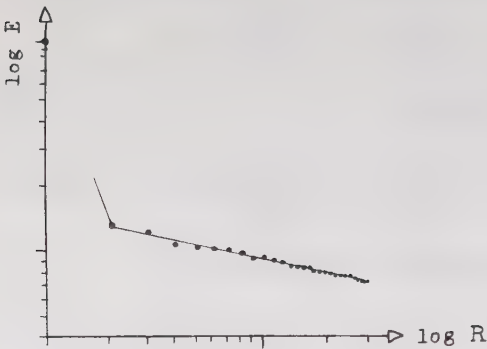
VINING, R.: A Description of Certain Spatial Aspects of an Economic System, in: Economic Development and Cultural Change, 1950 (3), S. 152 ff.

HIGGS, R.: The Growth of Cities in a Midwestern Region, 1870-1900, in: Journal of Regional Science, 1969 (9), S. 369-375.

HIGGS, R.: Central Place Theory and Regional Urban Hierarchies - An Empirical Note, in: Journal of Regional Science, 1970 (10), S. 253-255.

<sup>2</sup> BERRY, B.J.L.: City Size Distributions and Economic Development, in: Economic Development and Cultural Change, 1961 (9), S. 573-588.

Abb. 75 "Primate Distribution" der Städte



Tab. 20 Rang-Größe-Ordnung der Städte ausgewählter Länder

| Länder mit<br>"Rank-Size<br>Distribution"                                                                                                                              | Länder mit<br>"Primate<br>Distribution"                                                                                                                                            | Länder mit<br>"Intermediate<br>Distribution"                                                                   |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Belgien<br>Brasilien<br>China<br>El salvador<br>Finnland<br>Indien<br>Italien<br>Korea<br>Polen<br>Süd-Afrika<br>Schweiz<br>Vereinigte Staaten<br>Bundesrep. Deutschl. | Österreich<br>Ceylon<br>Dänemark<br>Dominik. Rep.<br>Griechenland<br>Guatemala<br>Japan<br>Mexiko<br>Niederlande<br>Peru<br>Portugal<br>Spanien<br>Schweden<br>Thailand<br>Uruguay | Australien<br>Canada<br>Ecuador<br>Malaya<br>Neuseeland<br>Nicaragua<br>Norwegen<br>Pakistan<br>Großbritannien |
| Quelle: BERRY, B.J.L.: City Size Distribution and<br>Economic Development, a.a.O., S. 573-588.                                                                         |                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                |

### 3. Die Hierarchie der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland und ihre räumliche Lage im Gesamttraum

Obwohl sich durch die Untersuchungen zur Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland zunächst die Hypothese zu bestätigen scheint, daß wir möglicherweise den hierarchischen Aufbau eines zentralörtlichen Systems in Verbindung mit einer strengen Rang-Größe-Ordnung im Sinne der "Rank-Size-Rule" identifiziert haben, sollte das einheitliche Bild des Hierarchieaufbaus nicht darüber hinwegtäuschen, daß die räumliche Lage der Stadtregionen in der bisherigen Analyse nicht berücksichtigt wurde.

Entsprechend der vorangestellten theoretischen Überlegung soll versucht werden zu zeigen, ob die Einbeziehung einer entsprechenden Entfernungsmatrix<sup>1</sup> die Aussagen zur Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen wesentlich verändert.

Dazu werden Potentiale der Form  $P_i^k$  für jede Stadtregion berechnet:

$$P_i^1 = \sum_{j=1}^{57} \frac{E_i \cdot E_j}{d_{ij}^\alpha} \quad \text{wobei} \quad \begin{array}{ll} P_i^1 &= \text{Potential 1 der Stadtregion i (mit } \alpha=1) \\ E_i &= \text{Einwohner der Stadtregion i} \\ E_j &= \text{Einwohner der Stadtregion j} \\ d_{ij} &= \text{einfache Entfernung zwischen den Stadtregionen i und j in Straßenkilometern} \end{array}$$

$\alpha = 1$   
 $i \neq j$

Es wird also für die Stadtregion i das Potential 1 ( $P_i^1$ ) bestimmt, indem die eigene Einwohnerzahl multipliziert wird mit der gewogenen Summe der Einwohnerzahlen aller 56 übrigen Stadtregionen ( $E_j$ ). Die Gewichte<sup>2</sup> sind die reziproken Werte der einfachen Entfernungen ( $d_{ij}$ ).

Durch die Berechnung derartiger Potentiale soll generell die Raumbezogenheit der Stadtregionen in die Rang-Größe-Unter-

<sup>1</sup> Vgl. Tabelle A 2 im Statistischen Anhang.



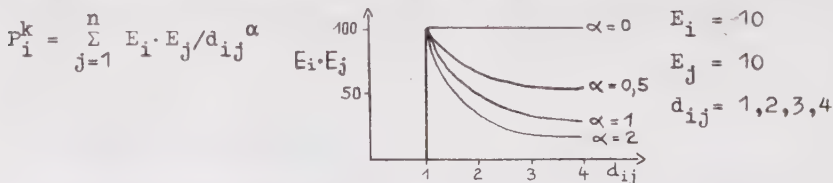
suchungen aufgenommen werden, wobei genauere Vorstellungen über die Wirksamkeit der Raumwirtschaftsbeziehungen zwischen den Städten in der Höhe des Exponenten ( $\alpha$ ) für die Entfernungsempfindlichkeit zum Ausdruck kommen.

Zunächst soll untersucht werden, ob für die Stadtregionen auch dann eine gleichmäßige Rang-Größe-Anordnung der Stadtregionen ermittelt werden kann, wenn man ihre räumliche Lage berücksichtigt. Dieser Vergleich wird zunächst unter Verwendung der einfachen Entfernung, also des Potentials 1 ( $P_i^1$ ), vorgenommen. Es wird unterstellt, daß die Entfernungsempfindlichkeit für die Beziehungen zwischen Stadtregionen proportional mit der einfachen Entfernung abnimmt<sup>3</sup>.

- 2 Der Fall  $i=j$ , Quadrierung der eigenen Einwohnerzahl und Division durch die Entfernung  $d_{ij}=0$  wird ausgeschlossen, da  $P_i^k$  in diesem Fall gegen Unendlich strebt.

Um dies zu vermeiden, könnte man in diesem Fall  $d_{ij}=1$  setzen. Die quadrierte Bevölkerungszahl der Stadtregion  $i$ , für die das Potential 1 bestimmt wird, hätte dagegen eine so kräftige Wirkung, daß der räumliche Bezug der Stadtregionen untereinander nicht mehr so deutlich sichtbar wäre. Der Unterschied zwischen Potential der größten Stadtregionen und Potential der kleinsten Stadtregion würde um ein Vielfaches ansteigen und im Grunde wieder die alte Reihenfolge der Einwohnergrößen herstellen.

- 3 Die formalen Zusammenhänge stellen sich wie folgt dar:



Für  $\alpha \rightarrow 0$  gilt: Die Bedeutung der räumlichen Lage der Stadtregionen nimmt mit sinkendem  $\alpha$  ab, wobei  $\alpha \geq 0$ . Den entfernter liegenden Stadtregionen wird relativ gleiche Bedeutung zugemessen wie nahegelegenen. Bei  $\alpha=0$  wird die Bevölkerung der Stadtregion, für die das Potential bestimmt werden soll, nur noch mit der Bevölkerung aller übrigen Stadtregionen multipliziert, ohne die Entfernung zu berücksichtigen. Bevölkerung und Potential einer Stadtregion unterscheiden sich in diesem Fall nur noch durch die Multiplikation mit einem konstanten Faktor.

Für  $\alpha \rightarrow \infty$  gilt: Die Bedeutung der räumlichen Lage der Stadtregionen und im besonderen die der nahegelegenen Stadtregionen nimmt mit steigendem  $\alpha$  zu. Im Grenzfall wird durch dieses Potential nur noch die eigene Bevölkerung der Stadtregion berücksichtigt, für die das Potential berechnet wird.

Tab. 21 Rang-Größe-Ordnung der Bevölkerungspotentiale von Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland

| Rang | Stadtregion    | Poten-<br>tial 1<br>am<br>31.12.68<br>in 1.000 | Poten-<br>tial 1<br>in<br>ReLa-<br>tion | Poten-<br>tial 2<br>am<br>31.12.68<br>in 1.000 | Poten-<br>tial 2<br>in<br>ReLa-<br>tion | Rang | Stadtregion | Poten-<br>tial 1<br>am<br>31.12.68<br>in 1.000 | Poten-<br>tial 1<br>in<br>ReLa-<br>tion | Poten-<br>tial 2<br>am<br>31.12.68<br>in 1.000 | Poten-<br>tial 2<br>in<br>ReLa-<br>tion |
|------|----------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------|------|-------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| R    |                | $P_i^1$                                        | $P_m^1/P_N^1$                           | $P_i^2$                                        | $P_m^2/P_N^2$                           | R    |             | $P_i^1$                                        | $P_m^1/P_N^1$                           | $P_i^2$                                        | $P_m^2/P_N^2$                           |
| 1    | Rhei           | 855,924,1                                      | 1,0                                     | 5,333,8                                        | 1,0                                     | 31   | Rege        | 17,572,4                                       | 0,0205                                  | 145,2                                          | 0,0272                                  |
| 2    | Fran/Wies/Darm | 356,066,5                                      | 0,4160                                  | 3,638,2                                        | 0,6821                                  | 32   | Hamm        | 36,562,2                                       | 0,0427                                  | 393,4                                          | 0,0738                                  |
| 3    | Hamb           | 204,215,2                                      | 0,2386                                  | 1,007,0                                        | 0,1888                                  | 33   | Sieg        | 28,137,6                                       | 0,0329                                  | 194,7                                          | 0,0365                                  |
| 4    | Stut/Goep      | 204,410,4                                      | 0,2388                                  | 1,665,1                                        | 0,3122                                  | 34   | Goet        | 21,514,5                                       | 0,0251                                  | 127,4                                          | 0,0239                                  |
| 5    | Muen           | 135,096,9                                      | 0,1578                                  | 584,9                                          | 0,1097                                  | 35   | Olde        | 19,898,6                                       | 0,0233                                  | 147,6                                          | 0,0277                                  |
| 6    | Mann/Heid/Worm | 177,910,2                                      | 0,2079                                  | 1,226,9                                        | 0,2300                                  | 36   | Reut        | 20,081,0                                       | 0,0235                                  | 192,6                                          | 0,0361                                  |
| 7    | Muer/Erla      | 102,050,2                                      | 0,1192                                  | 460,3                                          | 0,0863                                  | 37   | Wolf        | 19,197,7                                       | 0,0224                                  | 173,2                                          | 0,0325                                  |
| 8    | Hann           | 119,011,8                                      | 0,1390                                  | 829,1                                          | 0,1553                                  | 38   | Hild        | 22,835,6                                       | 0,0267                                  | 274,7                                          | 0,0515                                  |
| 9    | Brem           | 102,314,4                                      | 0,1195                                  | 567,2                                          | 0,1063                                  | 39   | Asch        | 25,376,9                                       | 0,0297                                  | 306,8                                          | 0,0575                                  |
| 10   | Saar/Saal/Neun | 66,479,5                                       | 0,0777                                  | 291,4                                          | 0,0546                                  | 40   | Kais        | 18,444,4                                       | 0,0216                                  | 131,1                                          | 0,0246                                  |
| 11   | Aach/Duer      | 89,256,3                                       | 0,1043                                  | 647,1                                          | 0,1213                                  | 41   | Ingo        | 15,291,7                                       | 0,0179                                  | 96,4                                           | 0,0181                                  |
| 12   | Bonn           | 95,169,0                                       | 0,1111                                  | 734,6                                          | 0,1377                                  | 42   | Trie        | 15,752,6                                       | 0,0184                                  | 72,8                                           | 0,0136                                  |
| 13   | Karl           | 68,853,7                                       | 0,0804                                  | 610,5                                          | 0,1145                                  | 43   | Bamb        | 15,053,3                                       | 0,0176                                  | 53,8                                           | 0,0101                                  |
| 14   | Biel/Herrf     | 75,474,6                                       | 0,0882                                  | 499,7                                          | 0,0937                                  | 44   | Wilh        | 12,511,5                                       | 0,0146                                  | 53,8                                           | 0,0101                                  |
| 15   | Augs           | 43,814,3                                       | 0,0512                                  | 304,5                                          | 0,0571                                  | 45   | Schw        | 15,267,3                                       | 0,0178                                  | 77,7                                           | 0,0146                                  |
| 16   | Rhey           | 100,243,8                                      | 0,1171                                  | 1,558,4                                        | 0,2922                                  | 46   | Flen        | 8,560,2                                        | 0,0100                                  | 30,1                                           | 0,0066                                  |
| 17   | Kass           | 51,127,9                                       | 0,0597                                  | 267,6                                          | 0,0502                                  | 47   | Fuld        | 16,346,4                                       | 0,0191                                  | 92,3                                           | 0,0173                                  |
| 18   | Brau           | 48,136,6                                       | 0,0562                                  | 391,2                                          | 0,0733                                  | 48   | Salz        | 15,948,8                                       | 0,0186                                  | 141,3                                          | 0,0265                                  |
| 19   | Kiel           | 33,709,2                                       | 0,0394                                  | 208,7                                          | 0,0391                                  | 49   | Mind        | 17,572,4                                       | 0,0200                                  | 145,2                                          | 0,0272                                  |
| 20   | Kobl/Neuw      | 53,462,2                                       | 0,0625                                  | 358,5                                          | 0,0672                                  | 50   | Fade        | 16,871,5                                       | 0,0197                                  | 110,5                                          | 0,0207                                  |
| 21   | Gies/Metz      | 46,911,7                                       | 0,0548                                  | 328,8                                          | 0,0616                                  | 51   | Heih        | 12,636,2                                       | 0,0148                                  | 89,0                                           | 0,0167                                  |
| 22   | Lueb           | 30,662,7                                       | 0,0358                                  | 234,0                                          | 0,0439                                  | 52   | Neum        | 11,218,3                                       | 0,0131                                  | 116,7                                          | 0,0219                                  |
| 23   | Mues           | 52,486,9                                       | 0,0613                                  | 474,4                                          | 0,0889                                  | 53   | Base        | 6,723,1                                        | 0,0079                                  | 20,8                                           | 0,0029                                  |
| 24   | Osna           | 37,715,0                                       | 0,0441                                  | 250,6                                          | 0,0470                                  | 54   | Luen        | 12,216,2                                       | 0,0143                                  | 104,6                                          | 0,0196                                  |
| 25   | Heil           | 35,513,7                                       | 0,0415                                  | 290,1                                          | 0,0544                                  | 55   | Bayr        | 9,033,3                                        | 0,0106                                  | 45,6                                           | 0,0086                                  |
| 26   | Breh           | 23,538,2                                       | 0,0275                                  | 117,0                                          | 0,0219                                  | 56   | Hame        | 13,346,9                                       | 0,0156                                  | 118,4                                          | 0,0222                                  |
| 27   | Frei           | 19,175,7                                       | 0,0224                                  | 64,2                                           | 0,0120                                  | 57   | Lued        | 18,423,0                                       | 0,0215                                  | 195,9                                          | 0,0367                                  |
| 28   | Ulm            | 25,075,9                                       | 0,0293                                  | 161,2                                          | 0,0302                                  |      |             |                                                |                                         |                                                |                                         |
| 29   | Pfor           | 45,519,5                                       | 0,0497                                  | 848,4                                          | 0,1591                                  |      |             |                                                |                                         |                                                |                                         |
| 30   | Muer           | 27,423,6                                       | 0,0320                                  |                                                |                                         |      |             |                                                |                                         |                                                |                                         |

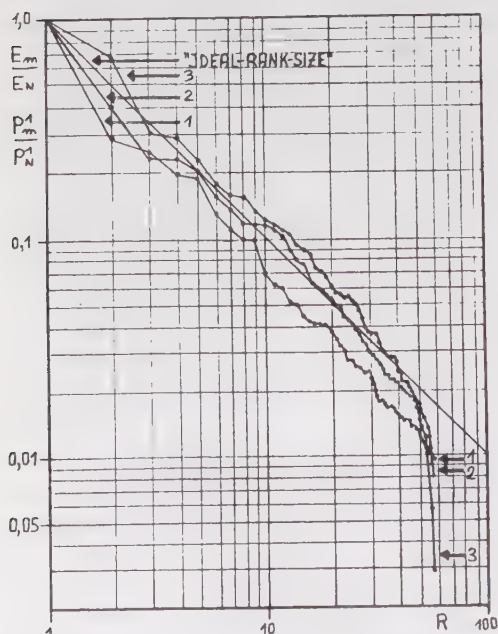
Quelle: Vgl. Tabellen A 10-11 des Statistischen Anhangs.

Wie im Rahmen der theoretischen Überlegungen zur Hierarchie der Städte für Land 1 (vgl. Abbildung 64) beispielhaft abgeleitet wurde, ist für die Lage einer der Einwohner-Rang-Größe entsprechenden Potentialverteilungsfunktion zu erwarten, daß

diese im Vergleich zur reinen Hierarchiefunktion der Einwohnergrößen nach außen abgelenkt wird. Dabei führt die Berücksichtigung größerer Entfernungsempfindlichkeiten in der Regel zu größeren Ausschlägen in beiden Richtungen (vgl. Abbildung 66 für Land 2 bzw. Abbildung 76 für die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland).

Zunächst wird in Abbildung 76 die prinzipielle Ablenkung der Funktion unter Berücksichtigung unterschiedlicher Entfernungselastizitäten dargestellt, wobei die Stadtregionen für alle 3 Reihen ( $E_m/E_N$ ;  $P_m^1/P_N^1$ ;  $P_m^2/P_N^2$ ) getrennt entsprechend ihrer Rangfolge geordnet werden.

Abb. 76 Rang-Größe-Ordnung der Bevölkerung und Potentiale von Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland in ihrer jeweiligen Rangordnung



Legende:

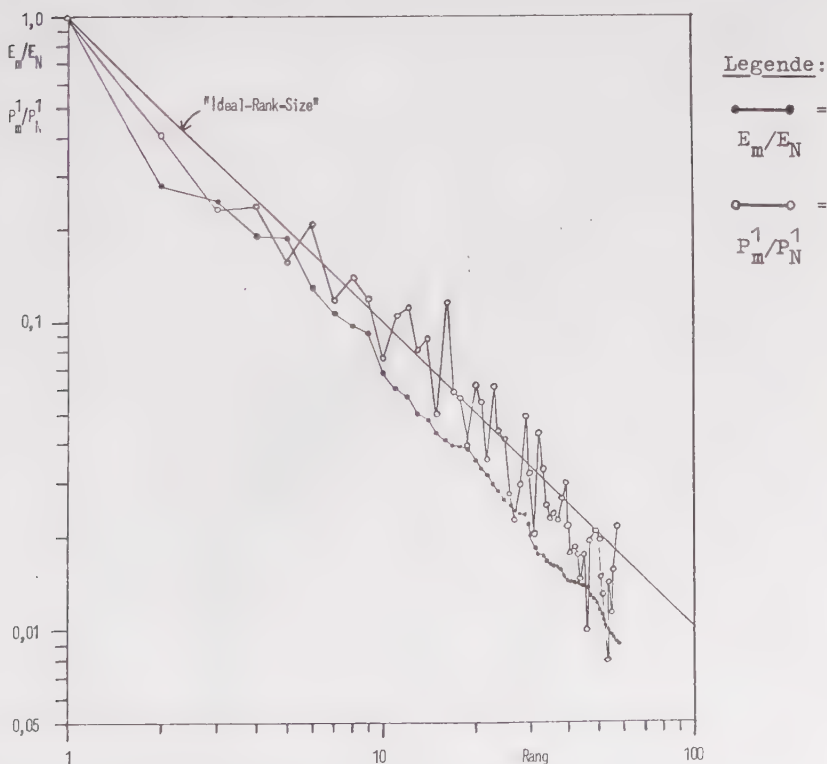
$$1 = E_m/E_N$$

$$2 = P_m^1/P_N^1$$

$$3 = P_m^2/P_N^2$$

Eine Interpretation der vorgefundenen Potentialverteilung im Rahmen eines Zentrale-Orte-Systems erlaubt dagegen erst die Abbildung 77, in der die alte Rangfolge der Stadtregionen entsprechend ihrer Bevölkerungsgrößen für alle abgebildeten Funktionswerte erhalten bleibt. Nur in dieser Weise kann für jede Stadtregion an ihrem spezifischen Standort untersucht werden, inwieweit der zugeordnete individuelle Potentialwert einem Zentrale-Orte-Schema entspricht. Die Rang-Größe-Verteilung von Potentialwerten kann also sinnvollerweise nur eine Kontrollfunktion dafür übernehmen, wie der Standort der einzelnen Stadtregion innerhalb der Gesamthierarchie zu bewerten ist. Insofern wird die eigentliche "Rank-Size-Verteilungs-

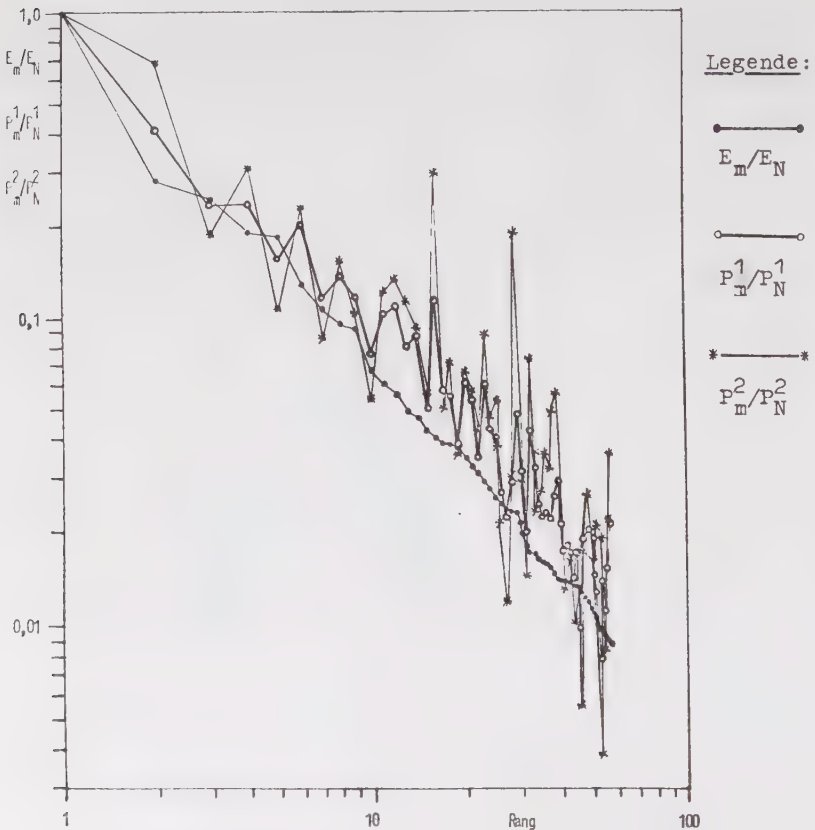
Abb. 77 Rang-Größe-Ordnung der Bevölkerung und Potentiale <sup>1</sup> für Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland in der Rangfolge der Tabellen 16 bzw. 21



funktion" für Bevölkerungswerte von einem gezackten Gebirge entsprechender Potentialwerte überlagert, das - zumindest für die Bundesrepublik Deutschland - wenig Regelmäßigkeiten erkennen läßt.

In Abbildung 77 ist aber mit Ausnahme von 6 Stadtregionen (STR Hamb, Muen, Frei, Rege, Flen, Base) der insgesamt 57 dennoch eine grundsätzliche Ablenkung der Rang-Größe-Verteilung für Potentiale der Entfernungsempfindlichkeit von  $\alpha=1$  in Richtung der "Ideal-Rank-Size" zu beobachten, eine Tatsache, die zunächst für die Grundstruktur eines Zentrale-Orte-Systems zu sprechen scheint.

Abb. 78 Rang-Größe-Ordnung der Bevölkerung und Potentiale 1 und 2 für Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland in der Rangfolge der Tabelle 16 bzw. 21



Einige Stadtregionen haben deutlich einen zu entlegenen Standort im Vergleich zu ihrer Größenklasse innerhalb der Hierarchie oder - besser gesagt - weisen eine überdimensionierte Bevölkerungsgröße für ihren Standort im Zentrale-Orte-Gefüge auf, wenn man sich an den Werten theoretischer Landschaftsstrukturmodelle orientiert. Dabei werden in Tabelle 22 zunächst nur ausgesprochen prägnante Beispiele benannt, indem nur Stadtregionen aufgeführt werden, deren Potentialwert absolut geringer ist, als es ihrer Hierarchiestufe entspricht. Bei dieser Einteilung wird zwischen 2 Potentialen unterschiedlicher Entfernungselastizität unterschieden, damit im Vergleich auch der besondere Einfluß des Nahbereichs analysiert werden kann. Um eine bessere Übersichtlichkeit zu gewährleisten, wurde erst in Abbildung 78 die Überlagerung der Potentiale 1 und 2 dargestellt, aus der hervorgeht, daß bis auf wenige Ausnahmen die Anteilswerte des Potentials 2 in ihrem Verlauf die entsprechende Verteilung der Potentiale 1 mit jeweils stärkeren Ausschlägen in den lokalen Maxima und Minima überdeckt.

Eine Zusammenstellung der Stadtregionen mit extremen Abweichungen zwischen Bevölkerungsanteil und Potentialanteil auf der jeweiligen Hierarchiestufe ergibt zunächst für Stadtregionen mit unterproportionalen Potentialwerten im Zentrale-Orte-System (vgl. Tabelle 22) eine Auswahl von Städten, die ausnahmslos an den Landesgrenzen (STR Hamb, Muen, Frei, Rege, Flen, Base) ge-

Tab. 22 Stadtregionen mit unterdimensionierten Potentialwerten eines Zentrale-Orte-Systems

| Lfd. Nr. | Stadtregion | $E_m/E_N$ | $P_m^1/P_N^1$ | Abweichung in % | Lfd. Nr. | Stadtregion    | $E_m/E_N$ | $P_m^2/P_N^2$ | Abweichung in % |
|----------|-------------|-----------|---------------|-----------------|----------|----------------|-----------|---------------|-----------------|
| 3        | Hamb        | 0,2443    | 0,2386        | -2,3            | 3        | Hamb           | 0,2443    | 0,1888        | -22,7           |
| 5        | Muen        | 0,1873    | 0,1578        | -15,8           | 5        | Muen           | 0,1873    | 0,1097        | -41,4           |
| 27       | Frei        | 0,0244    | 0,0224        | -8,2            | 7        | Nuer/Erla      | 0,1067    | 0,0863        | -19,1           |
| 31       | Rege        | 0,0106    | 0,0205        | +9,5            | 10       | Saar/Saal/Neun | 0,0674    | 0,0346        | -49,0           |
| 46       | Flen        | 0,0130    | 0,0100        | -23,1           | 19       | Kiel           | 0,0392    | 0,0291        | -25,3           |
| 53       | Base        | 0,0099    | 0,0079        | -20,2           | 26       | Breh           | 0,0248    | 0,0219        | -11,7           |
|          |             |           |               |                 | 27       | Frei           | 0,0244    | 0,0120        | -50,8           |
|          |             |           |               |                 | 42       | Trie           | 0,0142    | 0,0136        | -4,2            |
|          |             |           |               |                 | 43       | Bamb           | 0,0142    | 0,0101        | -29,9           |
|          |             |           |               |                 | 44       | Wilh           | 0,0139    | 0,0101        | -27,3           |
|          |             |           |               |                 | 46       | Flen           | 0,0130    | 0,0056        | -56,9           |
|          |             |           |               |                 | 53       | Base           | 0,0099    | 0,0029        | -70,7           |

Es werden nur Stadtregionen berücksichtigt, deren Potentialanteil kleiner ist als der entsprechende Einwohneranteil.



legen sind. Für diese Stadtregionen kann man davon ausgehen, daß entsprechend der theoretischen Analyse entweder das zu versorgende Hinterland unterdimensioniert ist oder aber diese Stadtregionen für ein Zentrale-Orte-System überdimensioniert erscheinen.

Tab. 23 Stadtregionen mit überproportionalen Potentialwerten eines Zentrale-Orte-Systems

| Lfd. | Stadt-region | Verflechtungsbereich | $E_m/E_N$ | $P_m^1/P_N^1$ | Abweichung in % | Lfd. | Stadt-region | Verflechtungsbereich | $E_m/E_N$ | $P_m^2/P_N^2$ | Abweichung in % |
|------|--------------|----------------------|-----------|---------------|-----------------|------|--------------|----------------------|-----------|---------------|-----------------|
| 16   | Rhey         | Rhein-Ruhr           | 0,0408    | 0,1171        | +187,0          | 2    | Fran         | Rhein-Ruhr           | 0,2827    | 0,6821        | +141,3          |
| 23   | Mues         |                      | 0,0295    | 0,0613        | +107,8          | 12   | Bonn         |                      | 0,0574    | 0,1377        | +139,9          |
| 29   | Pfor         |                      | 0,0234    | 0,0497        | +112,4          | 13   | Karl         |                      | 0,0498    | 0,1145        | +129,9          |
| 32   | Hamm         |                      | 0,0180    | 0,0427        | +137,2          | 16   | Rhey         |                      | 0,0408    | 0,2932        | +616,2          |
| 57   | Lued         | Rhein-Main-Neckar    | 0,0088    | 0,0215        | +144,3          | 23   | Mues         | Rhein-Main-Neckar    | 0,0295    | 0,0869        | +201,4          |
|      |              |                      |           |               |                 | 25   | Heil         |                      | 0,0262    | 0,0544        | +107,6          |
|      |              |                      |           |               |                 | 29   | Pfor         |                      | 0,0234    | 0,1591        | +579,9          |
|      |              |                      |           |               |                 | 32   | Hamm         |                      | 0,0180    | 0,0738        | +310,0          |
|      |              |                      |           |               |                 | 33   | Sieg         | Hannover             | 0,0172    | 0,0365        | +112,2          |
|      |              |                      |           |               |                 | 36   | Reut         |                      | 0,0163    | 0,0361        | +121,5          |
|      |              |                      |           |               |                 | 37   | Wolf         |                      | 0,0162    | 0,0325        | +100,6          |
|      |              |                      |           |               |                 | 38   | Hild         |                      | 0,0159    | 0,0515        | +223,9          |
|      |              |                      |           |               |                 | 39   | Asch         | Hamburg              | 0,0151    | 0,0575        | +280,8          |
|      |              |                      |           |               |                 | 48   | Salz         |                      | 0,0124    | 0,0265        | +113,7          |
|      |              |                      |           |               |                 | 49   | Mind         |                      | 0,0124    | 0,0272        | +119,4          |
|      |              |                      |           |               |                 | 52   | Neum         |                      | 0,0101    | 0,0219        | +116,8          |
|      |              |                      |           |               |                 | 54   | Luen         | Lued                 | 0,0095    | 0,0196        | +106,3          |
|      |              |                      |           |               |                 | 56   | Hane         |                      | 0,0091    | 0,0222        | +144,0          |
|      |              |                      |           |               |                 | 57   | Lued         |                      | 0,0088    | 0,0367        | +317,0          |

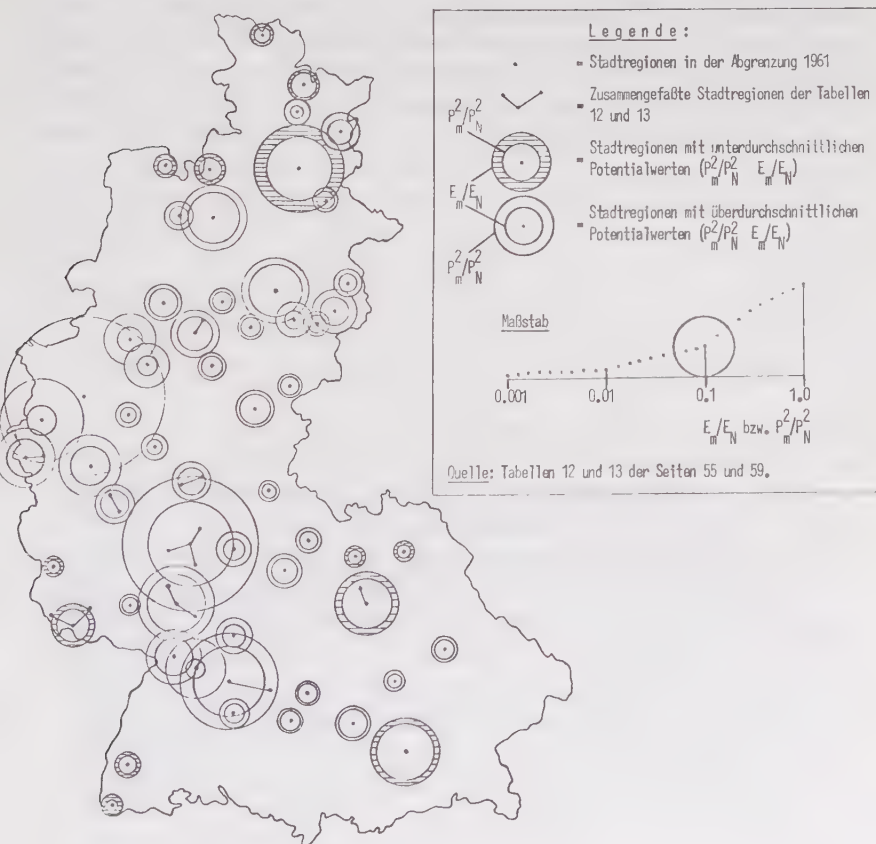
Es werden nur Stadtregionen berücksichtigt, deren Potentialanteile um mindestens +100 % von den entsprechenden Einwohneranteilen abweichen.

Betrachtet man dagegen Stadtregionen mit deutlich überproportionalen Potentialwerten eines Zentrale-Orte-Systems (vgl. Tabelle 23), so handelt es sich hier ausnahmslos um Städte, die sich im unmittelbaren Einflußbereich der großen Verdichtungsgebiete der Bundesrepublik Deutschland befinden. Während es sich bei einigen Stadtregionen (STR Rhey, Bonn, Lued, Hamm, Reut, Asch) möglicherweise um Beispiele handelt, die auf Grund einer immer noch zu kleinräumigen Abgrenzung der Stadtregionen unter diese Kategorie fallen, finden sich andere Beispiele für Städte (STR Pfor, Karl, Mues, Heil, Wolf), die durch ihre bevorzugte Lage innerhalb des Hierarchiesystems kräftige Wachstumsimpulse

erfahren haben und so einen Teil ihrer Unterdimensionierung im Zentrale-Orte-System kompensieren konnten.

Sowohl der Bedeutungsüberschuß als auch die Unterdimensionierung einzelner Stadtregionen gemessen an zentralörtlichen Kriterien wird in Abbildung 79 für alle Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland kartographisch zusammengefaßt. Ein deutlicher "Nachholbedarf" im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebiet ist unverkennbar.

Abb. 79 Einwohner- und Potentialrelationen für Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 am 31.12.1968



#### 4. Ein raumwirtschaftstheoretischer Erklärungsansatz des Hierarchieaufbaus der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland

Die theoretischen Überlegungen und anschließenden empirischen Untersuchungen zur Hierarchie der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland weisen einen neuen Weg zur Beschreibung zentralörtlicher Systeme. Mit der expliziten Berücksichtigung der räumlichen Lage einer Stadt im Verbund aller Stadtregionen kann über den Vergleich von Potential- und Bevölkerungsanteilswerten einer jeden Stadtregion für jede Hierarchiestufe eine Methode zur Messung der Abweichungen dieser Beobachtungswerte von entsprechenden Kennziffern theoretischer Landschaftsstrukturmodelle zentralörtlicher Systeme entwickelt werden. Im Rahmen dieser Untersuchung konnte allerdings nicht ermittelt werden, wie sensitiv dieser Vergleichsmaßstab eigentlich ist. So sollte bei der Weiterentwicklung neben der bereits erfolgten Beachtung von Landesgrenzen auch der Einfluß des Grenzverlaufs und seiner Durchlässigkeit auf die Hierarchie der Städte in ihrer räumlichen Verteilung überprüft werden. In weiteren Schritten wären dann unterschiedliche Besiedlungsdichten und besonders extreme Ausformungen nichthomogenen Flächenaufbaus in den Modellen zu berücksichtigen.

Für die Bundesrepublik Deutschland wurde festgestellt, daß der Hierarchieaufbau der Stadtregionen zwar nicht der sogenannten "Ideal-Rank-Size" entspricht, dennoch aber eine eindeutige, stetige Verteilungsfunktion gesichert ist. Diese Beobachtung allein bietet aber keine Gewähr dafür, daß damit ein streng hierarchisch geordnetes Zentrale-Orte-System identifiziert ist. Wie eine Kontrolle durch Potentialwerte gezeigt hat, bestehen trotz des stetigen Hierarchieaufbaus erhebliche räumliche Abweichungen der Bevölkerungsverdichtung und -konzentration von theoretischen Grundsystemen. Diese Abweichungen können erstmals quantifiziert und in ihrer systematischen Grundstruktur analysiert werden. Dabei geht es im Rahmen die-

ser Untersuchung nicht um die Frage, wie die räumliche Lage der Stadtregionen am besten berücksichtigt werden kann. Wichtiger scheint hier, daß sie überhaupt berücksichtigt wird. Als eine der Ursachen für die Ablenkung der Rang-Größen-Verteilungsfunktion nach innen ist die Möglichkeit zu nennen, daß viele Stadtregionen im Sinne eines Zentrale-Orte-Schemas zu dicht beieinanderliegen; eine Tatsache, die durch viele Stadtregionen mit relativ hohem Potentialanteil bestätigt wird. Das kann auch heißen, daß im Kerngebiet einer Wirtschaftslandschaft für alle zentralen Orte verschiedenster Hierarchiestufe verstärkte Wachstumstendenzen durch Nutzung gemeinsamer Agglomerationsvorteile auftreten. Eine der entscheidenden Ursachen für das bandartige Auftreten derartiger Verdichtungstendenzen ist für die Bundesrepublik Deutschland in der unmittelbaren Nachkriegsgeschichte zu suchen. Der rechteckige Aufbau des neuen Staatsgebietes führt beinahe zwangsläufig zur deutlichen Herausbildung eines Nord-Süd-Verdichtungsbandes.

Damit lassen sich die wichtigsten Ergebnisse folgendermaßen zusammenfassen:

1. Selbst auf homogener Fläche kann sich keine strenge Hierarchie der Städte im Sinne zentraler Orte bilden, wenn ein Land wie die Bundesrepublik Deutschland ein langesgezogenes Staatsgebiet besitzt. In diesem Fall muß es zu einem dominierenden bandartigen Verdichtungskorridor kommen.
2. Ausdruck dieser bandartigen Verdichtung wird sein, daß die Potentialwerte der meisten Stadtregionen relativ größer sind, als es ihrem Rang entspricht. Aus der allgemeinen Abweichung kann auf die Verdichtung der Stadtregionen im Raum geschlossen werden.
3. Im Bereich des größten Umgebungspotentials müßte sich nach der Theorie der zentralen Orte auch das höchste Gesamtpotential und damit auch der größte Ballungsraum befinden. Maßgebend für diesen Standort ist nicht der sogenannte Bevölkerungsschwerpunkt des Gesamtlandes, sondern alleine der Standort, der einem modifiziertem Zentrale-Orte-System entspricht, das Grenzen, Durchlässigkeit und natürliche Gegebenheiten der Bundesrepublik Deutschland berücksichtigt. Mit anderen Worten, im Bereich der Stadtregion Frankfurt/Offenbach werden in Zukunft besonders starke Wachstumskräfte wirksam werden, die im Endergebnis zu einer neuen Großagglomeration führen können, wenn diese Gravitationswirkungen innerhalb eines veränderten Zentrale-Orte-Systems von entscheidender Bedeutung sind.

4. Abweichungen können auch durch das Auftreten externer Effekte bedingt sein, die zur Verkleinerung der Marktgebiete untergeordneter Orte führen. Diese Orte liegen plötzlich zu nahe bei übergeordneten Orten; ihr Potential ist deshalb relativ größer als ihre reine Einwohnergröße. Auch aus diesem Prozeß kann das Entstehen von bandartigen Verdichtungen abgeleitet werden.
5. Stadtregionen mit leicht positiven Abweichungen von Potentialwert und Einwohnergröße bezogen auf die Werte der größten Stadtregion nehmen eine ihrer Größe gemäße Stellung im Zentrale-Orte-System ein.

Im Bereich des größten Umgebungspotentials ist also auf die Dauer die Herausbildung des höchsten Gesamtpotentials und damit des größten Ballungsraumes zu erwarten. Denkt man in europäischen Kategorien, so mag sich dieses Potential im Bereich Ruhrgebiet/Amsterdam/Brüssel befinden. Beschränkt man dagegen diese Betrachtung auf die Bundesrepublik Deutschland eingedenk der Tatsachen, daß die tatsächlichen Wanderungsbewegungen zwischen den unmittelbaren Nachbarländern sehr gering sind und das Staatsgebiet in seiner heutigen Form erst in der Nachkriegszeit entstanden ist, so befinden sich zwei etwa gleich große Umgebungspotentiale am südlichen Rand des Ruhrgebietes und im zentralen Bereich des Rhein/Main-Rhein/Neckar-Raumes. Da dieses Gebiet weitaus geringer verdichtet ist als das Rhein/Ruhr-Gebiet, müssen hier, auch abgesehen von allen strukturellen Problemen und Wohnwerterwägungen, in Zukunft besonders starke Wachstumskräfte auftreten. Diese theoretische Überlegung wird durch den Wachstumsprozeß der letzten 30 Jahre, besonders aber der letzten 10 Jahre, bestätigt.

Es ist versucht worden, einige raumwirtschaftstheoretische Bestimmungsgründe zu benennen, warum sich gerade im Raum Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart das Wachstumspotential der Zukunft zu ballen scheint. Dabei wurde auf die Analyse struktureller Komponenten ebenso verzichtet wie auf die Berücksichtigung unterschiedlicher regionaler Wohnwerte innerhalb der Bundesrepublik Deutschland; beides sind Aspekte, die leider im weiteren Verlauf dieser Untersuchung auch nicht mehr behandelt werden können. Vielmehr wurde ver-



sucht zu begründen, daß schon alleine aus einem modifiziertem Zentrale-Orte-Schema in Verbindung mit der Berechnung entsprechender Potentiale und Rang-Größen-Gesetzmäßigkeiten für dieses Gebiet einige Ursachen des verstärkten Wachstums abgeleitet werden können.

Unterstellt man Wechselwirkungen der Stadtregionen untereinander in irgendeiner Form entsprechend der Gravitationshypothese, so kann das Ergebnis theoretischer Überlegungen nicht ein strenges Zentrale-Orte-Gefüge sein, sondern nur ein verdichtetes Zentrale-Orte-System. Für ein überquadratisches Land müssen diese Verdichtungstendenzen zudem bandartig auftreten. Berücksichtigt man weiterhin den von LÖSCH selbst für eine homogene Fläche gelieferten Nachweis einer räumlich unterschiedlichen Verdichtung der Produktion verbunden mit der entsprechenden Spezialisierung der Städte, so ist klar, daß die theoretischen Grundlagen, warum es zu bandartigen Verdichtungen kommt, längst erkannt sind. In der Planung wurden sie in den letzten Jahren neu entdeckt. Es ist die Rede davon, daß die moderne Regionalplanung in Kategorien von Verdichtungs- und Entwicklungsachsen zu denken habe. In einigen Arbeiten<sup>1</sup> wird sogar versucht nachzuweisen, daß es erst in den letzten Jahrzehnten zu dieser bandartigen Kontraktion gekommen ist. Offensichtlich wird hier die Beobachtung, daß die Verdichtungsgebiete der Bundesrepublik Deutschland in den letzten 3 Jahrzehnten durch steigenden Mobilitätsgewinn der in ihrem Bereich bereits wohnenden Bevölkerung tatsächlich zusammenwachsen, mit der Tatsache verwechselt, daß diese bandartige Verdichtung schon im Zeitalter der Industrialisierung punktförmig angelegt wurde.

---

<sup>1</sup> ISBARY, G.: Industriestädtische Gesellschaft, in: Vierteljahresbericht der Planungsgemeinschaft Breisgau, 1962 (3), S. 9 ff.

ISTEL, W.: Entwicklungsachsen und Entwicklungsschwerpunkte - Ein Raumordnungsmodell, Diss. TU München, München 1971.



## V. Konzentration und Verstädterung der Bevölkerung in der Bundesrepublik Deutschland

Bisher wurden weitgehend statische Elemente von Zentrale-Orte-Systemen analysiert, wobei die Erklärung der Größenverteilung der Städte innerhalb eines räumlichen Hierarchiesystems zentraler Orte im Mittelpunkt stand. Ausgehend von der wichtigen Frage, wie groß die Konzentration der Gesamtbevölkerung in Stadtregionen ist, werden in diesem Kapitel konkret für die Bundesrepublik Deutschland die wichtigsten dynamischen Aspekte zentralörtlicher Systeme<sup>1</sup> behandelt: inwieweit hat in den letzten 30 Jahren die allgemeine Verstädterung zugenommen und welches regionale und größenklassenspezifische Wachstum der Stadtregionen war gleichzeitig zu beobachten. Konzentration, Verstädterung und Wachstum sind die entscheidenden Stichworte des folgenden 5. Kapitel.

Im Vordergrund der Untersuchungen zur räumlichen Bevölkerungsballung stehen vergleichende Aussagen über den Konzentrationsgrad der Bevölkerung und die räumlichen Schwerpunkte und regionalen Unterschiede der Verstädterung. Zum einen soll die Konzentration der Bevölkerung für Stadtregionen gleicher Fläche im Zeitablauf analysiert werden, und zum anderen hat gerade die flächenmäßige Expansion der Stadtregionen für die Zunahme der allgemeinen Verstädterung entscheidende Bedeutung; deshalb wird zwischen Konzentration und Verstädterung unterschieden.

Konzentration der Bevölkerung wird für Stadtregionen auf konstanter Fläche gemessen, um die direkte Vergleichbarkeit zu sichern. Ziel dieser Untersuchung ist es festzustellen, ob sich der Anteil der Bevölkerung dieser konstanten Fläche an der Gesamtbevölkerung des Staatsgebietes im Zeitablauf verändert hat.

---

<sup>1</sup> Zu den theoretischen Grundlagen vgl.

RICHARDSON, H.W.: Regional Growth Theory, 1973, a.a.O.

VON BÜVENTER, E.: Regional Growth Theory, in: Urban Studies, 1975 (12), S. 1-29.

Indizes der Verstädterung dagegen erfassen die flächenmäßige und die dadurch bedingte bevölkerungsmäßige Expansion der Stadtregionen im Zeitablauf. Voraussetzung ist, daß die Fläche der Stadtregionen mit Hilfe gleicher Abgrenzungskriterien für verschiedene Zeitpunkte ermittelt wird, damit die Veränderung analysiert werden kann. Für Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland stehen diese Angaben bisher nur für die Jahre 1950 und 1961 zur Verfügung.

#### A. Die Bevölkerung der Stadtregionen in den Jahren 1939-1969

Besonders auffallend auf den ersten Blick ist die Beobachtung, daß in der flächenmäßigen Abgrenzung von 1961 der relative Anteil der Bevölkerung von Stadtregionen an der Gesamtbevölkerung konstant geblieben ist, obwohl die Bevölkerung des Gesamtgebietes absolut erheblich zugenommen hat. Sowohl 1939 wie auch 1969 wohnen etwa 56 Prozent der Bevölkerung in Stadtregionen der Abgrenzung 1961 auf 17 Prozent der Fläche des Bundesgebietes<sup>1</sup>.

Legt man diese konstante Flächeneinteilung zugrunde, so hat sich damit innerhalb der letzten 3 Jahrzehnte die großräumige Bevölkerungsverteilung des Gebietes der heutigen Bundesrepublik Deutschland nicht verändert. Diese Tatsache bedeutet jedoch nicht, daß damit auch die Verstädterung in diesem Zeitraum nicht zugenommen hat. Es ist die Hypothese zu überprüfen, ob nicht der eigentliche Verstädterungsprozeß innerhalb dieser flächenmäßigen Grenzen der Stadtregionen (Abgrenzung 1961) stattgefunden hat und deshalb nicht mit der Entleerung weiter Gebiete bezahlt werden mußte. Wendet man identische Abgrenzungskriterien direkt auf die Jahre 1939, 1950 und 1961 an, so ist

---

<sup>1</sup> Vgl. Tabelle A 4 des Statistischen Anhangs.

Die Fläche aller Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 betrug am 6.6.1961 43.210,9 qkm oder 17,43 % der Fläche des Bundesgebietes.

auf Grund der steigenden Mobilität der Bevölkerung zwischen Wohn- und Arbeitsort die flächenmäßige Abgrenzung der Stadtregionen im Jahr 1961 natürlich bei weitem größer als in den zurückliegenden Jahren. Es ist also bei der Diskussion über die Konzentration der Bevölkerung in Stadtregionen zu berücksichtigen, daß eine Abgrenzung der Stadtregionen, die für 1961 geeignet erscheint, auch auf die Jahre 1939 und 1950 übertragen wird, um über die gemeinsame Bemessungsgrundlage der einheitlichen Fläche die Vergleichbarkeit der Daten zu sichern. Für das Jahr 1939 werden dadurch schwach besiedelte Randzonen den Stadtregionen zugerechnet, die sicherlich in dieser Zeit schon im Einflußbereich der Stadtregionen lagen, nach den gewählten Abgrenzungskriterien aber eigentlich zu diesem Zeitpunkt nicht Bestandteil dieser Stadtregionen waren. Es ist deshalb angebracht, die Fragestellung darauf zu reduzieren festzustellen, inwieweit sich die Konzentration der Bevölkerung auf dieser konstanten Fläche im Zeitablauf verändert hat.

Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich aus der Tatsache, daß durch die Abgrenzung von 1961 lediglich Stadtregionen berücksichtigt werden, die 1961 mindestens 80.000 Einwohner umfassen. Damit werden bei der Rückrechnung für 1939 einige Stadtregionen nicht erfaßt, die zu diesem Zeitpunkt größer waren als einige der heute ausgewiesenen, nur weil sie 1961 nicht die vorgeschriebene Mindestgröße erreicht haben<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Bei der Fortschreibung der Stadtregionen durch das Statistische Bundesamt für die Jahre 1961-1969 besteht Unklarheit darüber, ob es sich um eine wirkliche Fortschreibung unter strikter Anwendung der alten Abgrenzungskriterien oder aber um eine Übernahme der alten Abgrenzungskriterien handelt, für die nur in einigen wenigen Einzelfällen eine Korrektur vorgenommen wurde. Die Erweiterung der Gesamtfläche aller Stadtregionen ist allerdings derart unbedeutend, daß die direkte Vergleichbarkeit der Daten gesichert ist.

Die Fläche aller Stadtregionen wird gegenüber der Abgrenzung von 1961 um +137 qkm oder +0,32 % erweitert. Lediglich die Stadtregion Hamm erfährt eine beträchtliche Erweiterung auf Kosten der STR Rhein-Ruhr um +69 qkm.

Fortschreibung der Stadtregionen durch das Statistische Bundesamt, in: Statistisches Jahrbuch Deutscher Gemeinden, 57. Jahrgang, 1970, S. 34 ff.

Bemerkenswert ist also die Tatsache, daß die Bevölkerungsverteilung Stadt-Land eine auffallende Konstanz aufweist, wenn man Stadtregionen der Abgrenzung 1961 zugrunde legt. Abgesehen von den unmittelbaren Nachkriegsjahren wohnen sowohl 1939 wie auch 1961 etwa 56 Prozent der Bevölkerung auf der Fläche der Stadtregionen. Dieser konstante Anteil besagt lediglich, daß anteilsmäßig auch im Jahr 1939 diese Bevölkerung schon im Bereich der Stadtregionen wohnte und erst im Lauf der Zeit durch Überbrückung immer größerer Pendlerentfernungen und der damit verbundenen Expansion der Städte einbezogen wurde. Diese Zunahme der Verstädterung in den letzten Jahrzehnten regeneriert also nicht im wesentlichen aus der Entleerung weiter ländlicher Gebiete, sondern aus der konzentrischen und oft auch bandartigen Erweiterung der Stadtregionen durch Einbezug neuer Flächen und der auf ihr wohnenden Bevölkerung. Diese Tatsache sollte aber nicht darüber hinwegtäuschen, daß sich gleichzeitig innerhalb dieser Fläche der Stadtregionen in den letzten Jahrzehnten ein starker räumlicher Strukturwandel vollzogen hat, der diesen Verstädterungsprozeß überlagert. Gemeint ist die verstärkte Besiedlung der Randzonen von Stadtregionen, die zwar allgemein zu einer gleichmäßigeren Verteilung der Bevölkerung innerhalb der Stadtregionen führt, aus der aber noch keine allgemeinen Vorteile oder gar Entlastungseffekte abgeleitet werden können.

Als wichtiges Ergebnis ist festzuhalten, daß im Vergleich zur Vorkriegszeit keine gravierende Veränderung der Bevölkerungsverteilung zu beobachten ist, die das Wachstum der Stadtregionen einseitig begünstigt hätte<sup>1</sup>. Auch eine Kontroverse,

---

<sup>1</sup> Diese Beobachtung stimmt mit einer Berechnung überein, die im 1. Raumordnungsbericht für die Bundesrepublik Deutschland 1963 veröffentlicht wurde. Für die Ballungsgebiete in der Abgrenzung nach ISENBERG wurde ermittelt, daß sich ihr Bevölkerungswachstum im Vergleich zu Bundesausbaugebieten und Zonenrandgebieten in den Jahren 1939-1961 keineswegs überproportional entwickelt hat, so daß sich insgesamt die regionale Bevölkerungsverteilung trotz starker zwischenzeitlicher Änderungen (Kriegsfolgen) nicht wesentlich geändert hat.

Vgl. 1. Raumordnungsbericht der Bundesregierung, in: Verhandlungen des Deutschen Bundestages, Drucksachen IV/1492 vom 1.10.1963, S. 21 f.

die sich seit der Veröffentlichung des Jahresgutachten des Sachverständigenrates für das Jahr 1965<sup>1</sup> mit der These auseinandersetzt, daß die regionalstrukturelle Entwicklung der Bundesrepublik Deutschland seit Mitte der 50er Jahre durch deutliche Nivellierungstendenzen gekennzeichnet sei, bestätigt im Grunde diese Entwicklung. Als Ursache wird angeführt, daß die dichtbesiedelten und industrialisierten Gebiete ihre Attraktionskraft auf Produktion und Bevölkerung verloren hätten, so daß das Bevölkerungswachstum in den Verdichtungsgebieten kaum stärker gewesen sei als im übrigen Bundesgebiet. Allerdings ist bei dieser Untersuchung zu kritisieren, daß aus der Analyse von Veränderungen der Gemeindegrößenklassenstruktur im Zeitablauf keine Aussagen über die regionale Bevölkerungsverteilung oder gar die räumliche Konzentration abgeleitet werden können<sup>2</sup>. Derartige Konzentrationskurven können keine Aussage darüber machen, wo sich die einzelnen Gemeinden im Raum befinden und welche einen gemeinsamen Ballungsraum bilden. Gemeindegrößenklassen-Statistiken bieten daher immer geringere Möglichkeiten, Aussagen über Konzentration der Bevölkerung zu machen, da die Stadtregionen längst die üblichen Gemeindegrenzen überwunden haben.

Im Prinzip ist daher auch die Behauptung zu kritisieren, daß aus der starken Abnahme der positiven Korrelation zwischen

---

<sup>1</sup> Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung: Stabilisierung ohne Stagnation, Jahresgutachten 1965, Stuttgart 1965, S. 147 ff.

<sup>2</sup> DIETRICH weist zudem noch auf einen methodischen Fehler hin: Es werden Konzentrationskurven verglichen, deren Grundgesamtheit sich verändert hat.

DIETRICH, B.: Entwicklungstendenzen in der räumlichen Struktur des Bundesgebietes, in: Informationen, 1967 (17), S. 101-119.



dem relativen Bevölkerungswachstum und der Bevölkerungsdichte für Kreise der Bundesrepublik Deutschland auf eine allgemeine Dekonzentration<sup>1</sup> geschlossen werden kann, da Stadtregionen durchaus nicht immer innerhalb der jeweiligen Kreisgrenzen liegen. Folglich wird auch die eigentliche Ursache der Abnahme des Korrelationskoeffizienten nicht erkannt. Sie liegt in der starken Bewegung der Bevölkerung aus Kernstädten in die weniger verdichteten Randzonen der Stadtregionen. Gerade diese Bewegung kann aber nicht als Dekonzentrationsprozeß im eigentlichen Sinn bezeichnet werden, da die Ballung der Arbeitsplätze und des tertiären Sektors insgesamt weiterhin erhalten bleibt, so daß durch steigende Pendleraufkommen die Verkehrswege eine stärkere Belastung erfahren. Man sollte daher eigentlich von den schädlichen Konzentrationsfolgen der suburbanen Dekonzentration<sup>2</sup> sprechen.

#### B. Die Konzentration der Bevölkerung in Stadtregionen der Abgrenzung 1961

Ausgangspunkt der Untersuchungen zur Konzentration der Bevölkerung ist die bereits geschilderte auffallende Beobachtung, daß sich seit 30 Jahren die Bevölkerungsverteilung zwischen Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 und "Übrigen Gemeinden" - abgesehen von kriegsbedingten Unterbrechungen - nicht nennenswert verändert hat<sup>3</sup>. Trotz starken absoluten Wachs-

---

1 Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung: Stabilisierung ohne Stagnation, Jahresgutachten 1965, a.a.O., S. 148.

2 Die Kontroverse wird hier nicht weiterverfolgt; verwiesen sei lediglich auf weitere Beiträge:

SPITZER, H.: Regionale Konzentration der gesamtwirtschaftlichen Produktion im Vergleich, in: Informationen, 1970 (9), S. 273-283.

BRÖSSE, U.: Eine Hypothese über räumliche Konzentrations- und Dekonzentrationsprozesse, in: Informationen, 1971 (23), S. 619-630.

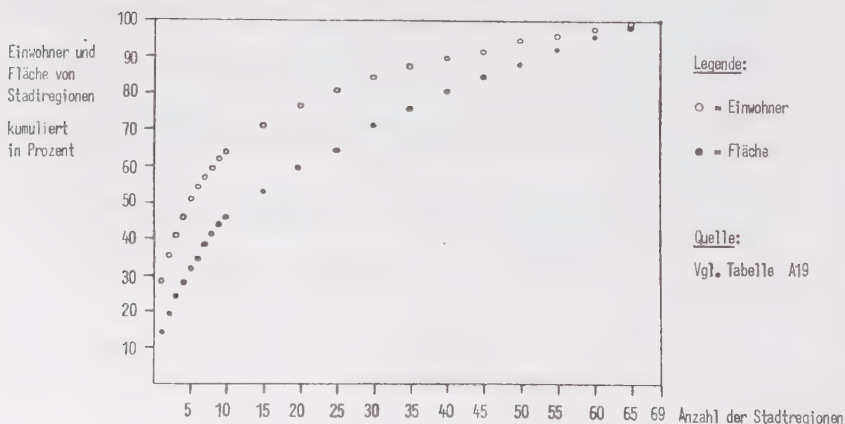
3 Vgl. Tabelle A 4 des Statistischen Anhangs.



tums der Gesamtbevölkerung entspricht die heutige Bevölkerungsverteilung auf diese beiden Gebietskategorien der Situation vor dem 2. Weltkrieg. Regionale und bandartige Konzentrationsvorgänge sind aber auch dann denkbar, wenn der jeweilige Anteil der Bevölkerung von Stadtregionen an der Gesamtbevölkerung konstant bleibt. Es ist daher wichtig festzustellen, wie sich die Bevölkerung der Stadtregionen auf die einzelnen Größenklassen im Raum verteilt und welche Veränderungen zu beobachten sind.

Zur Untersuchung dieser Frage bieten sich als Hilfsmittel Konzentrationskurven an. Dazu werden die Stadtregionen entsprechend ihrer Bevölkerungsgröße geordnet und die kumulierten Anteilswerte graphisch abgebildet (vgl. Abbildung 79). Um die Veränderung der Konzentrationskurven unter methodisch einwandfreien Bedingungen zu erfassen, muß man für beide Zeitreihen von gleichen Grundgesamtheiten auszugehen. Der Umstand allerdings, daß in der Abgrenzung 1961 für das Jahr 1939 Stadtregionen berücksichtigt werden, die kleiner sind als manche nicht erfaßte (z.B. STR Wolfsburg), führt zu geringen Verzerrungen. Man sollte daher wiederum auf die Fragestellung zurückgehen, ob sich die Konzentration der Bevölkerung auf der für Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 ermittelten Fläche verändert hat. Auch hier kommt man zu dem Ergebnis, daß neben dem relativ konstanten Anteil der Bevölkerung von

Abb. 79 Bevölkerungskonzentration in Stadtregionen der Abgrenzung 1961 für die Bundesrepublik Deutschland am 31.12.1968



Stadtregionen an der Gesamtbevölkerung auch bei der Verteilung der Bevölkerung auf die einzelnen Stadtregionen im Zeitablauf eine bemerkenswert geringe Veränderung der Größenklassenstruktur zu beobachten ist<sup>1</sup>.

Während 1939 51,91 % der Bevölkerung von Stadtregionen in den 5 größten Stadtregionen wohnte, betrug der entsprechende Anteil 1969 51,21 %. Auch für den gesamten Verlauf der Konzentrationskurven für 1939 und 1969 (vgl. Abbildung 79) ergibt sich eine maximale Abweichung von 1,5 Prozent, die im wesentlichen von den beiden großen Stadtregionen Rhein-Ruhr und Hamburg verursacht wird, die 1939 relativ höhere Anteilswerte aufwiesen als heute. Die Abweichungen der beiden Zeitreihen sind mit Ausnahme der genannten Stadtregionen so unbedeutend, daß hier auf eine graphische Abbildung verzichtet wird. Festzuhalten bleibt aber, daß innerhalb der Gruppe der 5 größten Stadtregionen ein leichter relativer Dekonzentrationsprozeß zu erkennen ist. Faßt man dagegen diese 5 Stadtregionen zu einer Gruppe zusammen und stellt sie anderen ausgewählten Gruppen gegenüber (vgl. Tabelle 24), so zeigt sich, daß die Anteilswerte sich im Zeitablauf nicht nennenswert verändert haben.

Tab. 24 Relativer Anteil der Bevölkerung und Fläche einzelner Gruppen von Stadtregionen an der Gesamtbevölkerung und Gesamtfläche der Stadtregionen bzw. der Bundesrepublik Deutschland

| Stadtregionen<br>Lfd. Nr. | Einwohner<br>in 1.000 | Prozentualer<br>Anteil an der<br>Gesamtbevölkerung<br>der Stadtregionen | Prozentualer<br>Anteil an der<br>Gesamtbevölkerung<br>der BRD | Prozentualer<br>Anteil an der<br>Gesamtfläche<br>der Stadtregionen | Prozentualer<br>Anteil an der<br>Gesamtfläche<br>der BRD |
|---------------------------|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| Stichtag 17.5.1939        |                       |                                                                         |                                                               |                                                                    |                                                          |
| 1 - 5                     | 10.835                | 51,91                                                                   | 29,51                                                         | 32,39                                                              | 5,64                                                     |
| 1 - 10                    | 13.862                | 65,06                                                                   | 36,99                                                         | 46,41                                                              | 8,09                                                     |
| 1 - 69                    | 22.876                | 100,00                                                                  | 56,91                                                         | 100,00                                                             | 17,49                                                    |
| Stichtag 31.12.1968       |                       |                                                                         |                                                               |                                                                    |                                                          |
| 1 - 5                     | 16.797                | 51,21                                                                   | 28,28                                                         | 32,39                                                              | 5,64                                                     |
| 1 - 10                    | 21.053                | 64,19                                                                   | 36,12                                                         | 46,41                                                              | 8,09                                                     |
| 1 - 69                    | 32.802                | 100,00                                                                  | 56,26                                                         | 100,00                                                             | 17,49                                                    |

Quelle:  
Tabelle A15 des  
Statistischen  
Anhangs

<sup>1</sup> Vgl. Tabelle A 19 des Statistischen Anhangs.

Der relative Anteil der Bevölkerung von Stadtregionen ist auch in dieser groben Klasseneinteilung seit 3 Jahrzehnten nahezu unverändert, obwohl insgesamt ein erhebliches Bevölkerungswachstum zu verteilen war. Aus dieser Tatsache sollte aber nicht der Schluß gezogen werden, daß damit insgesamt keine starke Konzentration der Bevölkerung zu beobachten ist. Möglicherweise bestehen gerade deshalb geringe Abweichungstendenzen, weil bereits 1939 ein vergleichsweise hoher Konzentrationsgrad der Bevölkerung erreicht war (30 % der Bevölkerung wohnten auf der Fläche der 5 größten Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961). Folglich nimmt es nicht wunder, daß allein die Bevölkerung der 5 größten Stadtregionen in den Jahren 1939-1969 um 5,9 Millionen Einwohner und die 10 größten Stadtregionen um 7,2 Millionen Einwohner zugenommen haben. Damit nahmen diese Stadtregionen alleine über ein Drittel des gesamten Bevölkerungszuwachses auf, ohne daß sich ihre Anteilswerte änderten.

Für die letzten 3 Jahrzehnte ist damit keine nennenswerte Steigerung der Bevölkerungskonzentration festzustellen, soweit Stadtregionen betroffen sind. Das starke Bevölkerungswachstum durch Geburten- und Außenwanderungsüberschüsse hat zwar zu einer rapiden Erhöhung der allgemeinen Verdichtung, vor allem in den Ballungsgebieten, geführt, nicht jedoch zu einer einseitigen Begünstigung der Stadtregionen auf Kosten der "Übrigen Gemeinden". Der in den Stadtregionen in der Regel geringere Geburtenüberschuß wurde durch Zuwanderungen aus ländlichen Gebieten, dem Ausland und Flüchtlingsbewegungen kompensiert, zunächst aber nur im Rahmen der gegebenen Bevölkerungsverteilung. Im Prinzip bedeutet dies, daß die Stadtregionen lediglich im Ausmaß ihres geringeren Geburtenüberschusses eine Sogwirkung auf ländliche Gebiete ausüben. Wenn zwei flächenabdeckende Gebietskategorien mit unterschiedlichen Geburtenüberschüssen einen konstanten Anteil an der Gesamtbevölkerung im Zeitablauf realisieren, müssen Abwanderungen aus dem Gebiet mit dem relativ höheren Geburtenüberschuß erfolgen, ohne daß damit zugleich eine Entleerung dieses Gebietes eintritt.

Als Grundtendenz läßt sich daraus mit allen Vorbehalten für die Zukunft ableiten, daß in der Bundesrepublik Deutschland ein langfristiges Gleichgewicht zwischen Stadtregionen und "Übrigen Gemeinden" wirksam ist, das keine wesentlich veränderten Anteilswerte an der Gesamtbevölkerung für die eine oder andere Gruppe erwarten läßt. Ökonomisch induzierte Wanderungen werden vor allen Dingen zur Kompensierung des in Stadtregionen zu geringen Geburtenüberschusses auftreten, ohne daß sich damit die Gewichte eindeutig zugunsten der Stadtregionen verschieben werden. Bei einer, wie es sich heute abzeichnet, für eine längere Zeitperiode konstanten oder gar schrumpfenden Gesamtbevölkerung determiniert die heute gegebene Verteilung der Arbeitsplätze sehr stark auch langfristig die Bevölkerungsverteilung. Ist auch in Zukunft in Stadtregionen ein im Vergleich zu ländlichen Gebieten geringerer Geburtenüberschuß zu beobachten, so werden einerseits zur Besetzung freiwerdender Arbeitsplätze Wanderungsbewegungen von den "Übrigen Gemeinden" in die Stadtregionen erfolgen, andererseits werden die in den ländlichen Gebieten vorhandenen Arbeitsplätze nicht für die Beschäftigung der heranwachsenden Bevölkerung ausreichen. Als Saldo erfolgen Wanderungen, die die Bevölkerungsverteilung und damit auch das Gesamtsystem zentraler Orte nicht verändern.

Aus statistischen Gründen war eine Aufteilung der Großagglomeration Rhein-Ruhr in mehrere Stadtregionen nicht möglich, wie es wünschenswert gewesen wäre. Wenn also von der Konzentration der Bevölkerung in Stadtregionen die Rede ist, sollte beachtet werden, daß es sich nicht bei allen Stadtregionen ausnahmslos um konzentrische Ballungen mit einem eindeutigen tertiären Zentrum handelt. Obgleich die Stadtregion Rhein-Ruhr durchaus die Dimension von Groß-London erreicht hat, ist die allgemeine Konzentration der Bevölkerung in ihrem Bereich durch ihren Bezug auf mehrere tertiäre Zentren geringer einzuschätzen.

Selbst bei den bemerkenswert konstanten Anteilswerten für die in Tabelle 24 gewählten Gruppierungen der Stadtregionen

kann sich eine erhebliche Umstrukturierung der allgemeinen Konzentration durch systematische Veränderung der Rangfolge der einzelnen Stadtregionen<sup>1</sup> vollzogen haben. An dieser Stelle sei zunächst nur eine grobe Angabe gemacht. Ein einfaches Hilfsmittel zur Klärung der Frage nach der Veränderung der Rangfolge von 2 verteilungsfreien Zeitreihen ist der Rang-Korrelationskoeffizient nach SPEARMAN<sup>2</sup>. Untersucht wird hier die Frage, ob sich die Rangfolge der einzelnen Stadtregionen 1969 gegenüber 1939 entsprechend ihrer Bevölkerungsgröße geändert hat. Als Rang-Korrelationskoeffizient für die beiden Zeitreihen<sup>3</sup> wurde  $r=0,9455$  ermittelt, ein Koeffizient der zugleich hoch gesichert ist<sup>4</sup>. Damit wird bestätigt, daß sich auch die Rangfolge der einzelnen Stadtregionen im Zeitablauf nicht wesentlich verändert hat.

#### C. Die Zunahme der Verstädterung in der Bundesrepublik Deutschland in den Jahren 1950-1961

Einen ersten Hinweis auf die Entwicklung der Verstädterung in der Bundesrepublik Deutschland ermöglicht der Vergleich der Stadtregionen in der Abgrenzung von 1950 und 1961, da beiden Statistiken die gleichen Abgrenzungskriterien zugrunde liegen<sup>5</sup>. Bedauerlicherweise stehen keine anderen Daten zur

1 Die Umschichtung wird noch genauer bei der Beschreibung der absoluten und relativen Wachstumsprozesse einzelner Stadtregionen, die sich anschließt, untersucht werden.

2 SPEARMAN, C.: The Proof and Measurement of Association between two Things, in: American Journal of Psychology, 1904 (15), S. 72-101.

3 Vgl. Tabelle A 19 im Statistischen Anhang.

4 Vgl. Berechnung des Rang-Korrelationskoeffizienten:

|                                     |                      |                                                                                                           |
|-------------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $r = 1 - 6 \sum d^2 / n(n^2 - 1)$   | $\sigma^2 = 1/n - 1$ | wobei $r$ = Rang-Korrelationskoeffizient<br>$d$ = Differenz zwischen Rang einer STR im Jahr 1939 und 1969 |
| $= 1 - 6 \cdot 2984 / 69(69^2 - 1)$ | $\sigma^2 = 1/68$    |                                                                                                           |
| $= 0,9455$                          | $\sigma = 1/8,2462$  |                                                                                                           |
|                                     | $r/\sigma = 7,7968$  |                                                                                                           |

5 Nach eingehenden Diskussionen entschloß sich der Forschungsausschuß "Raum und Bevölkerung" der Akademie für Raumforschung



Verfügung, so daß nur einige Größenvorstellungen über die Zunahme der Verstädterung in der Bundesrepublik Deutschland in den Jahren 1950-1961 vermittelt werden können.

Die Stadtregionen 1961 sind durch die Wahl der Abgrenzungskriterien für Randzonen flächenmäßig so großzügig gefaßt, daß die Abgrenzung auch heute noch als ausreichend erscheint. Allerdings setzt dies voraus, daß die weitere Verstädterung in den Jahren 1961-1970 nur noch geringfügig zugenommen hat und keineswegs so dynamisch war wie in den 50er Jahren. Eine genauere Überprüfung dieser Frage kann aber erst mit Hilfe der Volkszählungsergebnisse von 1970 für Stadtregionen vorgenommen werden, die bis heute nicht vorliegen<sup>1</sup>. Die Vermutung, daß in den letzten 10 Jahren die flächenmäßige Expansion der Stadtregionen nicht mehr zugenommen hat, wird bisher nur durch die Tatsache gestützt, daß - wie bereits erwähnt - das Statistische Bundesamt bei der Fortschreibung der Stadtregionen für die Jahre 1961-1969 nur eine unbedeutende Erweiterung der Fläche aller Stadtregionen vorgenommen hat<sup>2</sup>.

---

(noch Fußnote 5 von Seite 252)

und Landesplanung, auch für die Abgrenzung der Stadtregionen 1961 die alten Schwellenwerte der Abgrenzung von 1950 beizubehalten. Nähere Angaben hierzu in:

Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, a.a.O., Textband, S. 3 ff.

Vgl. auch: Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1950, Band XIV, Entwicklung der Bevölkerung in Stadtregionen, Band XXII, Forschungs- und Sitzungsberichte der Akademie für Raumforschung und Landesplanung, Hannover 1958.

<sup>1</sup> Auch die erste Angabe für eine einzelne Stadtregion (STR München) hilft hier kaum weiter. So handelt es sich bei den neuesten Angaben für die Stadtregion München offensichtlich um eine Fortschreibung der Stadtregion in der Abgrenzung von 1961.

Vgl. Statistisches Jahrbuch München 1970, München 1971.

Aus dem Statistischen Jahrbuch München 1970 geht nicht hervor, ob es sich hier um eine reine Fortschreibung der Stadtregion in der Abgrenzung von 1961 handelt. So wird auch keine Erklärung zu den unwesentlichen Erweiterungen gegeben, die die STR München in 2 Zonen erfahren hat (Verstädterte Zone: + Gemeinde Otterfing, - Gemeinde Elterschlag; Randzone: + Gemeinde Elkhofen und Gemeinde Elterschlag).

<sup>2</sup> Vgl. Statistisches Jahrbuch Deutscher Gemeinden 1970, a.a.O., S. 34 ff.



Für die Jahre 1950-1961 dagegen wurden für Stadtregionen unter Verwendung unveränderter Abgrenzungskriterien<sup>1</sup> folgende Einwohner- und Flächenangaben<sup>2</sup> ermittelt, aus denen sich einige Aussagen über die Zunahme der Verstädterung und das hierauf bezogene Wachstum der Stadtregionen ableiten lassen.

**Tab. 25** Wohnbevölkerung und Fläche der einzelnen Zonen aller Stadtregionen in den Abgrenzungen von 1950 und 1961

| Zonen der Stadtregionen | Abgrenzung 1950  |                 |            |                         |                  | Abgrenzung 1961  |                 |            |                         |                  |
|-------------------------|------------------|-----------------|------------|-------------------------|------------------|------------------|-----------------|------------|-------------------------|------------------|
|                         | Fläche<br>in qkm | Wohnbevölkerung |            |                         |                  | Fläche<br>in qkm | Wohnbevölkerung |            |                         |                  |
|                         |                  | 13.9.1950       | 6.6.1961   | Absolute<br>Veränderung | %<br>Veränderung |                  | 13.9.1950       | 6.6.1961   | Absolute<br>Veränderung | %<br>Veränderung |
| 1. Kerngebiete          | 10.727,37        | 17.846.380      | 22.160.390 | 4.314.010               | 24,17            | 13.733,79        | 20.042.800      | 24.923.340 | 4.880.540               | 24,35            |
| 2. Verstädterte Zonen   | 6.598,75         | 1.940.590       | 2.441.750  | 501.160                 | 25,83            | 15.847,64        | 3.283.950       | 3.791.950  | 508.000                 | 15,47            |
| 3. Randzonen            | 12.074,64        | 1.847.240       | 2.043.340  | 196.100                 | 10,62            | 13.416,09        | 1.572.110       | 1.575.660  | 3.550                   | 0,23             |
| Stadtregionen insgesamt | 29.400,76        | 21.634.210      | 26.645.480 | 5.011.270               | 23,16            | 42.997,52        | 24.898.850      | 30.290.950 | 5.392.090               | 21,66            |

Quelle: Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, a.a.O., Textband, S. 152.

Aus den Angaben der Tabellen 25 und 26 ist ersichtlich, daß unter Verwendung gleicher Abgrenzungskriterien für 1950 51 Stadtregionen mit insgesamt 21,6 Mio. Einwohnern auf 29.401 qkm Fläche und für 1961 69 Stadtregionen mit insgesamt 30,3 Mio. Einwohnern auf 42.998 qkm Fläche ermittelt wurden.

<sup>1</sup> Vgl. Tabelle A 2 des Statistischen Anhangs.

<sup>2</sup> Die Abweichungen zur offiziellen Statistik ergeben sich aus der Tatsache, daß die Stadt Salzgitter aus unbekannten Gründen nicht den Stadtregionen zugerechnet wurde, obwohl sie sowohl 1950 wie 1961 eindeutig die vorgeschriebene Mindestgröße überschritten hatte.

Tab. 26 Absolute und relative Veränderung der Wohnbevölkerung und Fläche aller Stadtregionen im Vergleich der Abgrenzungen von 1950 und 1961\*

| Zonen der Stadtregionen                                                                                                                                                                               | Fläche in qkm        |               | Wohnbevölkerung am 13.09.1950 |               | Wohnbevölkerung am 06.06.1961 |               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------------|-------------------------------|---------------|-------------------------------|---------------|
|                                                                                                                                                                                                       | Absolute Veränderung | % Veränderung | Absolute Veränderung          | % Veränderung | Absolute Veränderung          | % Veränderung |
| 1. Kerngebiete                                                                                                                                                                                        | 3.006,42             | 28,03         | 2.196.420                     | 12,31         | 2.762.950                     | 12,47         |
| 2. Verstädterte Zonen                                                                                                                                                                                 | 9.248,89             | 140,16        | 1.343.360                     | 69,22         | 1.350.200                     | 55,30         |
| 3. Randzonen                                                                                                                                                                                          | 1.341,45             | 11,11         | -275.130                      | -14,89        | -467.680                      | -22,87        |
| Stadtregionen insgesamt                                                                                                                                                                               | 13.596,76            | 46,25         | 3.264.650                     | 15,09         | 3.645.470                     | 13,68         |
| * Es wurden absolute und relative Veränderungen ermittelt, die sich für die einzelnen Zonen der Stadtregionen an einem Stichtag gegenüber einem früheren Zeitpunkt durch Einbezug neuer Flächen ergab |                      |               |                               |               |                               |               |

Die Bevölkerung der Stadtregionen nahm im Zeitraum 1950-1961 um 8,7 Mio. Einwohner<sup>1</sup> oder 40,01 % zu, während die Fläche der Stadtregionen um 13.597 qkm oder 48,25 % wuchs. Auf dieser zusätzlichen Fläche, die 1950 noch nicht den Stadtregionen zugerechnet wurde, wohnten 1950 immerhin 3,3 Mio. Einwohner oder im Jahr 1961 mit 3,7 Mio. Einwohnern um 0,4 Mio. Einwohner (+11,67 %) mehr als 1950. Die entscheidende Tatsache, die diese Bevölkerung im Verlauf der Jahre 1950-1961 zu Bewohnern von Stadtregionen bestimmte, ist einmal in der einfachen Überschreitung des Schwellenwertes (80.000 E.) durch neue Stadtregionen und zum anderen in der wachsenden Mobilität zwischen Wohn- und Arbeitsort und der veränderten

<sup>1</sup> Diese Zahl setzt sich aus folgenden Größen zusammen:

Bevölkerungswachstum der Stadtregionen in der Abgrenzung von 1950: 5.011.270 E. (57,89 %); Zugang neuer Randgebiete gegenüber der Abgrenzung von 1950: 1.558.840 E. (18,01 %); Zugang neuer Stadtregionen: 2.086.630 E. (24,10 %).

Erwerbsstruktur der Bevölkerung der Randgebiete zu sehen<sup>1</sup>. Erst wenn in Gemeinden nicht mehr als 50-65 % der Erwerbspersonen in der Landwirtschaft beschäftigt waren und zugleich der prozentuale Anteil der in das Kerngebiet Auspendelnden wenigstens 20 % der Erwerbspersonen und mindestens 60 % der Auspendler insgesamt betrug, wurden diese einer bestimmten Stadtregion zugerechnet. Die Veränderung der Erwerbsstruktur sowie Größe und Richtung der Pendlerströme sind also entscheidend für die starke flächen- und bevölkerungsmäßige Erweiterung der Stadtregionen zwischen 1950 und 1961.

Flüchtlingsströme und allgemein die Beseitigung von Kriegsfolgen erlangen für das Wachstum in den Kerngebieten der Stadtregionen besondere Bedeutung, sind aber nicht als eigentliche Ursache der starken Flächenexpansion der Stadtregionen in den 50er Jahren anzusehen, zumal der größte Teil der Bevölkerung dieser neuen Randgebiete schon 1950 und anteilmäßig sogar schon 1939 dort wohnte.

Aus den Angaben, die in Tabelle 27 so zusammengefaßt wurden, daß die horizontalen (durch Flächenexpansion) und vertikalen (bei konstanter Fläche) Wachstumsraten sichtbar werden, wird deutlich, daß sich der überwiegende Teil des Bevölkerungswachstums der Stadtregionen in den alten Grenzen von 1950 vollzog. Die Stadtregionen dieser Abgrenzung haben in der Zeit von 1950-1961 ein Bevölkerungswachstum von +5,0 Mio. Einwohnern oder +23,16 % zu verzeichnen, während in den erweiterten Stadtregionen der Abgrenzung 1961 ein Bevölkerungswachstum von +5,4 Mio. Einwohnern oder +21,66 % zu beobachten war. Aus der Differenz ist ersichtlich, daß die erweiterten Randzonen und die neu aufgenommenen Stadtregionen ein vergleichsweise schwaches Bevölkerungswachstum aufweisen: +0,4 Mio. Einwohner oder +11,67 %. Die entscheidende Ursache,

---

<sup>1</sup> Vgl. auch Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, a.a.O., S. 12.

die dennoch eine starke Verstädterung in den 50er Jahren bewirkte, ist nicht so sehr in umfangreichen Wanderungsbewegungen zu sehen, sondern in der rapiden Veränderung der Erwerbsstruktur (Abnahme der Beschäftigung in der Landwirtschaft, etc.) der bisher nichtstädtischen Bevölkerung im Umkreis der Stadtregionen, der in diesem Ausmaß zum Teil erst durch den raschen Mobilitätswachstum ermöglicht wurde.

Tab. 27 Wohnbevölkerung und Fläche aller Stadtregionen in den Abgrenzungen von 1950 und 1961

| Abgrenzung 1950 |                                                                                                    | Abgrenzung 1961 |                                                                                                    | Absolute Veränderung                                                                                | Prozentuale Veränderung |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Zeitpunkt       | Alle Stadtregionen                                                                                 | Zeitpunkt       | Alle Stadtregionen                                                                                 |                                                                                                     |                         |
|                 | 29.400,79 qkm<br> |                 | 42.997,52 qkm<br> | +13.596,73 qkm<br> | +46,25                  |
| 13.09.1950      | 21.634.210 E.                                                                                      | 13.09.1950      | 24.898.860 E.                                                                                      | +3.264.650 E.                                                                                       | +15,09                  |
| 06.06.1961      | 26.645.480 E.                                                                                      | 06.06.1961      | 30.290.950 E.                                                                                      | +3.645.470 E.                                                                                       | +13,68                  |
| ΔE. 50/61       | +5.011.270 E.                                                                                      | ΔE. 50/61       | +5.392.090 E.                                                                                      | +380.820 E.                                                                                         | +7,60                   |
| %E. 50/61       | +23,16                                                                                             | %E. 50/61       | +21,66                                                                                             | +11,67                                                                                              |                         |
| 13.09.1950      | 21.634.210 E.                                                                                      | 06.06.1961      | 30.290.950 E.                                                                                      | +8.656.740 E.                                                                                       | +40,01                  |

Für die Zeit von 1950-1961 ist also festzuhalten, daß sich das Wachstum der Stadtregionen auf der Fläche der Abgrenzung von 1961 im wesentlichen im alten Bereich der kleineren Abgrenzung von 1950 vollzog. Die durch die Abgrenzung von 1961 neu hinzugewonnenen Gebiete hatten deutlich ein unterproportionales Wachstum zu verzeichnen. Dennoch kann behauptet werden, daß die Verstädterung insgesamt zwischen 1950 und 1961 deutlich zugenommen hat, da aufgrund einheitlicher Kriterien zusätzlich +3,7 Mio. Einwohner zu Bewohnern von Stadtregionen erklärt wurden. Die eigentliche Zunahme der Verstädterung sollte aber in dem Zugang neuer Randgebiete bereits bestehender Stadtregionen gesehen werden, die mit 42,76 % an dem gesamten Bevölkerungszuwachs aller Stadtregionen beteiligt sind.

Ein Index der Verstädterung sollte also nur diejenigen Stadtregionen umfassen, die sowohl in der Abgrenzung von 1950 wie auch in der Abgrenzung von 1961 enthalten sind. Die 16 neu aufgenommenen Stadtregionen der Abgrenzung 1961<sup>1</sup> können bei der Berechnung von Indizes der Verstädterung nicht berücksichtigt werden, da bisher keine Rückrechnung für die Abgrenzung von 1950 erfolgt ist. Leider kann in ähnlich vergleichender Darstellung auch nicht die Frage beantwortet werden, ob bereits 1950 wieder der Verstädterungsgrad von 1939 wieder erreicht war, da entsprechende Daten nicht zur Verfügung stehen. Insofern haben die Untersuchungen für den Zeitraum 1950-1961 nur eingeschränkten Wert. Eingedenk der Tatsache aber, daß sowohl 1939 wie 1961 nach zwischenzeitlich geringeren Anteilswerten ca. 56 Prozent der Bevölkerung in Stadtregionen der Abgrenzung von 1961 wohnt, ist die pauschale Behauptung, daß 1961 ein höherer Verstädterungsgrad als 1939 erreicht ist, wahrscheinlich richtig. Leider können aber keine genauen Größenvorstellungen über diesen Prozeß vermittelt werden, wie es für die 50 gemeinsamen Stadtregionen der Abgrenzungen von 1950 und 1961 (vgl. Tabelle 28) möglich sein wird.

Tab. 28 Verzeichnis der 50 gemeinsamen Stadtregionen der Abgrenzungen von 1950 und 1961

|         |         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 Rhei  | 11 Bonn | 22 Mues | 32 Rege | 48 Trie |
| 2 Hamb  | 12 Aach | 23 Darm | 33 Kobl | 49 Bamb |
| 3 Muen  | 13 Karl | 24 Heid | 34 Gies | 51 Schw |
| 4 Fran  | 14 Augs | 25 Osna | 35 Hamm | 52 Herf |
| 5 Stut  | 16 Rhey | 26 Heil | 36 Sieg | 53 Erla |
| 6 Hann  | 17 Kass | 27 Breh | 37 Goet | 54 Flen |
| 7 Brem  | 18 Brau | 28 Frei | 39 Reut | 55 Fuld |
| 8 Nuer  | 19 Kiel | 29 Ulm  | 41 Hild | 56 Wetz |
| 9 Mann  | 20 Biel | 30 Pfor | 44 Asch | 58 Mind |
| 10 Wies | 21 Lueb | 31 Wuer | 45 Kais | 63 Neum |

Quelle: Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1950, a.a.O.  
Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, a.a.O.

<sup>1</sup> Es handelt sich um folgende Stadtregionen:

|         |         |         |         |
|---------|---------|---------|---------|
| 15 Saar | 46 Neun | 60 Heih | 66 Bayr |
| 38 Olde | 47 Ingo | 61 Saal | 67 Worm |
| 40 Wolf | 50 Wilh | 62 Duer | 68 Hame |
| 42 Neuw | 57 Salz | 64 Base | 69 Lued |
| 43 Goep | 59 Pade | 65 Luen |         |

# 1. Indizes der Verstädterung

In allgemeiner Form lassen sich in Anlehnung an übliche Indizes folgende Maßzahlen der Verstädterung bilden:

1.  $\Sigma E_2^2 / \Sigma E_1^1 = I_w^1$  (Wertvergleich) wobei
2.  $\Sigma E_2^2 / \Sigma E_1^2 = I_p^2$  (Paasche-Index)  $E_t^a$  = Einwohner (E) der Flächenabgrenzung (a) zum Zeitpunkt (t)
3.  $\Sigma E_2^1 / \Sigma E_1^1 = I_l^3$  (Laspeyres-Index) oder
4.  $\frac{\Sigma(E_2^2 - E_1^1)}{\Sigma(E_1^1 - E_1^1)} = I_d^4$  (Differenz-Index)  $E_1^2$  = Einwohner in der Flächenabgrenzung (2) zum Zeitpunkt (1)

Der obere Index gibt also die jeweilige Flächenabgrenzung an, während der untere Index den Zeitpunkt bestimmt, zu dem die Einwohner in der entsprechenden Abgrenzung erfaßt werden.

In Tabelle 29 sind alle 50 gemeinsamen Stadtregionen der Tabelle 28 erfaßt, für die im folgenden Indizes der Verstädterung für den Zeitraum 1950-1961 berechnet werden.

Tab. 29 Wohnbevölkerung und Fläche aller gemeinsamen Stadtregionen der Abgrenzungen von 1950 und 1961

| Abgrenzung 1950   |                                                                                                      | Abgrenzung 1961   |                                                                                                      |                                                                                                  |                         |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Zeitpunkt         | Stadt-regionen                                                                                       | Zeitpunkt         | Stadt-regionen                                                                                       | Absolute Veränderung                                                                             | Prozentuale Veränderung |
|                   | 29.247,72 qkm<br> |                   | 37.663,86 qkm<br> | +8.416,14<br> | +28,76                  |
| 13.09.1950        | 21.547.835 E.                                                                                        | 13.09.1950        | 22.989.484 E.                                                                                        | +1.441.649 E.                                                                                    | +6,69                   |
| 06.06.1961        | 26.562.531 E.                                                                                        | 06.06.1961        | 28.121.372 E.                                                                                        | +1.558.841 E.                                                                                    | +5,87                   |
| $\Delta$ E. 50/61 | +5.014.696 E.                                                                                        | $\Delta$ E. 50/61 | +5.131.888 E.                                                                                        | +117.192 E.                                                                                      |                         |
| % E. 50/61        | +23,27                                                                                               | % E. 50/61        | +22,32                                                                                               | +8,13%                                                                                           |                         |
| 13.09.1950        | 21.547.835 E.                                                                                        | 06.06.1961        | 28.121.372 E.                                                                                        | +6.573.537 E.                                                                                    | +30,51                  |



Für die Indizes ergeben sich im einzelnen folgende Werte:

1.  $\Sigma E_{61}^{61} / \Sigma E_{50}^{50} = I_w^1 = 1,3051$  wobei
2.  $\Sigma E_{61}^{61} / \Sigma E_{50}^{61} = I_p^2 = 1,2232$   $\Sigma E_{61}^{50}$  = Summe der Einwohner  
aller Stadtregionen  
in der Abgrenzung  
von 1950 am 6.6.1961
3.  $\Sigma E_{61}^{50} / \Sigma E_{50}^{50} = I_l^3 = 1,2327$
4.  $\frac{\Sigma(E_{61}^{61} - E_{61}^{50})}{\Sigma(E_{50}^{61} - E_{50}^{50})} = I_d^4 = 1,0813$

Aus der vergleichenden Betrachtung dieser Indizes<sup>1</sup> lassen sich einige Aussagen zur Verstädterung für die Zeit von 1950-1961 innerhalb des Bundesgebietes ableiten, soweit sich diese im Bereich von Stadtregionen der Tabelle 28 vollzog.

Der Index  $I_w$  gibt an, daß die Bevölkerung der genannten Stadtregionen von 1950-1961 unter Verwendung einheitlicher Abgrenzungskriterien insgesamt um +30,51 % ( $I_w=1,3051$ ) zugenommen hat.

Die Indizes  $I_p$ ,  $I_l$  und  $I_d$  dagegen versuchen zu erfassen, ob sich dieses Bevölkerungswachstum hauptsächlich innerhalb der alten Abgrenzung von 1950 vollzog oder durch zunehmende flächenmäßige Erweiterung und damit verbundener Verstädterung verursacht wurde.

Die Bevölkerung der erweiterten Stadtregionen der Abgrenzung 1961 wuchs von 1950-1961 um +22,32 % ( $I_p=1,2232$ ) gegenüber +23,27 % ( $I_l=1,2327$ ) innerhalb der alten Abgrenzung von 1950. Aus diesen Angaben ist bereits ersichtlich, daß in der erweiterten Zone, die durch Verstädterung einbezogen wurde und sich aus der Differenz der beiden Abgrenzungen errechnet, für

<sup>1</sup> Die Indizes (2), (3) und (4) können auch direkt aus der Tabelle 29 vertikal unter % E. 50/61 abgelesen werden.  
Index (1) wird als letztes Element unten rechts ausgewiesen.

1950-1961 ein vergleichsweise schwaches Wachstum zu beobachten sein muß: +8,13 % ( $I_d=1,0813$ ).

Die eigentlich interessanten Indizes (5)-(9) zur Verstädterung versuchen zu bestimmen, wieviele Einwohner durch flächenmäßige Expansion der Stadtregionen bei Anwendung unveränderter Abgrenzungskriterien zusätzlich zu Bewohnern von Stadtregionen erklärt werden. Es zeigt sich, daß auf der Fläche, die in den Jahren 1950-1961 durch Verstädterung den Stadtregionen zugerechnet wird, am 13.9.1950 bereits 1,4 Mio. Einwohner registriert wurden (vgl. Tabelle 29). Obwohl auf dieser Fläche nur ein relativ geringes Bevölkerungswachstum zu beobachten ist (+8,13 %), wird die eigentliche Bedeutung dieses Prozesses in der Tatsache zu sehen sein, daß die Einbeziehung neuer Randgebiete mit zusätzlich 1,4 Mio. Einwohnern eine Zunahme der Verstädterung um 7 %, bezogen auf die Einwohner, und um 29 %, bezogen auf die Fläche, bewirkt hat.

Die entsprechenden Indizes berechnen sich wie folgt:

$$5. \quad I_v^5 = \Sigma(E_{50}^{61} - E_{50}^{50}) / \Sigma E_{50}^{50} = 1,0669$$

$$6. \quad I_v^6 = \Sigma(E_{61}^{61} - E_{61}^{50}) / \Sigma E_{61}^{50} = 1,0587$$

$$7. \quad I_v^7 = \Sigma(F^{61} - F^{50}) / \Sigma F^{50} = 1,2878$$

Ein weiterer einfacher Index  $I_e$  (im Sinn einer Elastizität) berechnet, wie die relative Veränderung der Einwohner zur relativen Veränderung der Fläche in Beziehung steht.

$$8. \quad I_e^8 = \frac{\Sigma(E_{61}^{61} - E_{50}^{50})}{\Sigma E_{50}^{50}} / \frac{\Sigma(F^{61} - F^{50})}{\Sigma F^{50}} = \frac{\Delta E}{E} / \frac{\Delta F}{F} = \frac{0,3051}{0,2878} = 1,0601$$

$$9. \quad I_e^9 = \frac{\Sigma(E_{50}^{61} - E_{50}^{50})}{\Sigma E_{50}^{50}} / \frac{\Sigma(F^{61} - F^{50})}{\Sigma F^{50}} = \frac{\Delta E}{E} / \frac{\Delta F}{F} = \frac{0,0669}{0,2878} = 0,2325$$

Während Index  $I_e^8$  das Verhältnis dafür angibt, daß von 1950-1961 die Bevölkerung um 30,51 % bei gleichzeitiger Flächenvergrößerung um 28,78 % zugenommen hat, zeigt  $I_e^9$  das Verhältnis dafür an, wieviel Prozent der Bevölkerung von Stadtregionen (+6,69 %) zusätzlich durch Einbezug neuer Randgebiete (+28,78 %) zur weiteren Verstädterung in der Bundesrepublik Deutschland beitragen. Damit steht fest, daß sich der weitaus überwiegende Teil des absoluten und relativen Wachstums der Bevölkerung in der Zeit von 1950-1961 in den alten Grenzen der Abgrenzung von 1950 (+5,0 Mio. E. oder +23,27 %) vollzog.

## 2. Zunahme der Verstädterung in einzelnen Zonen der Stadtregionen

Die Indizes (1)-(9) für die einzelnen Zonen der Stadtregionen (Kerngebiete, Verstädterte Zonen, Randzonen)<sup>1</sup> lassen erkennen, wie sich das Bevölkerungswachstum im Rahmen der Verstädterung innerhalb der Stadtregionenfläche verteilt. Das Ausgangsmaterial für diese Berechnungen ist in der bisherigen Aufbereitungsform mit horizontalen und vertikalen Wachstumsraten in den Tabellen 30-32 zu finden.

Tab. 30 Wohnbevölkerung und Fläche der Kerngebiete aller gemeinsamen Stadtregionen der Abgrenzungen von 1950 und 1960

| Abgrenzung 1950   |                                                                                                      | Abgrenzung 1961   |                                                                                                      |                                                                                                      |                         |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
| Zeitpunkt         | Alle Kerngebiete                                                                                     | Zeitpunkt         | Alle Kerngebiete                                                                                     | Absolute Veränderung                                                                                 | Prozentuale Veränderung |
|                   | 10.632,15 qkm<br> |                   | 12.523,52 qkm<br> | +1.891,37 qkm<br> | +17,79                  |
| 13.09.1950        | 17.769.699 E.                                                                                        | 13.09.1950        | 18.720.516 E.                                                                                        | + 950.817 E.                                                                                         | +5,35                   |
| 06.06.1961        | 22.085.775 E.                                                                                        | 06.06.1961        | 23.377.736 E.                                                                                        | +1.291.961 E.                                                                                        | +5,85                   |
| $\Delta E. 50/61$ | +4.316.076 E.                                                                                        | $\Delta E. 50/61$ | +4.657.220 E.                                                                                        | + 341.144 E.                                                                                         |                         |
| $\% E. 50/61$     | +24,29                                                                                               | $\% E. 50/61$     | +24,88                                                                                               | +35,88%                                                                                              |                         |
| 13.09.1950        | 17.769.699 E.                                                                                        | 06.06.1961        | 23.377.736 E.                                                                                        | +5.608.037 E.                                                                                        | +31,56                  |

<sup>1</sup> Vgl. Tabelle A 2 des Statistischen Anhangs.

Tab. 31 Wohnbevölkerung und Fläche der Verstädterten Zonen aller gemeinsamen Stadtregionen der Abgrenzungen von 1950 und 1961

| Abgrenzung 1950 |                                                                                                   | Abgrenzung 1961 |                                                                                                    | Absolute Veränderung | Prozentuale Veränderung |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------|
| Zeitpunkt       | Alle Verstädterten Zonen                                                                          | Zeitpunkt       | Alle Verstädterten Zonen                                                                           |                      |                         |
|                 | 6.585,63 qkm<br> |                 | 14.162,46 qkm<br> | +7.576,83            | +115,05                 |
| 13.09.1950      | 1.937.632 E.                                                                                      | 13.09.1950      | 2.926.938 E.                                                                                       | +989.306 E.          | +51,06                  |
| 06.06.1961      | 2.439.348 E.                                                                                      | 06.06.1961      | 3.386.898 E.                                                                                       | +947.550 E.          | +38,84                  |
| Δ E. 50/61      | +501.716 E.                                                                                       | Δ E. 50/61      | +459.960 E.                                                                                        | -41.756 E.           |                         |
| ‰ E. 50/61      | +25,89                                                                                            | ‰ E. 50/61      | +15,72                                                                                             | -4,22‰               |                         |
| 13.09.1950      | 1.937.632 E.                                                                                      | 06.06.1961      | 3.386.898 E.                                                                                       | +1.449.266 E.        | +74,80                  |

Tab. 32 Wohnbevölkerung und Fläche der Randzonen aller gemeinsamen Stadtregionen der Abgrenzung von 1950 und 1961

| Abgrenzung 1950 |                                                                                                    | Abgrenzung 1961 |                                                                                                    | Absolute Veränderung | Prozentuale Veränderung |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------|
| Zeitpunkt       | Alle Randzonen                                                                                     | Zeitpunkt       | Alle Randzonen                                                                                     |                      |                         |
|                 | 12.029,94 qkm<br> |                 | 10.977,88 qkm<br> | -1.052,06 qkm        | -8,75                   |
| 13.09.1950      | 1.840.504 E.                                                                                       | 13.09.1950      | 1.342.070 E.                                                                                       | -498.434 E.          | -27,08                  |
| 06.06.1961      | 2.037.408 E.                                                                                       | 06.06.1961      | 1.350.038 E.                                                                                       | -687.370 E.          | -33,74                  |
| Δ E. 50/61      | +196.904 E.                                                                                        | Δ E. 50/61      | +7.968 E.                                                                                          | -188.936 E.          |                         |
| ‰ E. 50/61      | +10,70                                                                                             | ‰ E. 50/61      | +0,59                                                                                              | -37,91‰              |                         |
| 13.09.1950      | 1.840.504 E.                                                                                       | 06.06.1961      | 1.530.038 E.                                                                                       | -490.466 E.          | -26,65                  |

Besonders auffallend ist die starke Flächenexpansion der Verstädterten Zonen (+115,05 %) mit dem damit verbundenen Bevölkerungswachstum (+51,05 %). Diese Beobachtung sollte aber nicht darüber hinwegtäuschen, daß sich der größte Teil des absoluten Wachstums (+4,3 Mio. E. oder +24,29 %) in den Kerngebieten der Abgrenzung von 1950 vollzog, deren relatives Wachstum in den Grenzen von 1961 deutlich

höher ist als das der Verstädterten Zonen (+25 % gegenüber +16 %).

Bemerkenswert gegenüber der Entwicklung in Kerngebieten oder Verstädterten Zonen ist auch die Beobachtung, daß das Bevölkerungswachstum der Randzonen in den Jahren 1950-1961 vergleichsweise bescheiden ist: +0,59 % für die Randzonen in der Abgrenzung von 1961 bzw. +10,70 % in der Abgrenzung von 1950. Flächenmäßig erfahren die Randzonen trotz durchschnittlicher Radiusenerweiterung der Stadtregionen sogar durch die neue Abgrenzung von 1961 eine absolute Abnahme (-8,75 %), wohl hauptsächlich verursacht durch die besonders starke Expansion der Verstädterten Zonen, der kein gleichwertiger Gewinn der Randzonen gegenübersteht.

Ohne hier zu großes Gewicht auf die Bedeutung der Indizes zur Verstädterung für die einzelnen Zonen der Stadtregionen (vgl. Tabelle 33) legen zu wollen, bleibt festzuhalten, daß sich der eigentliche Verstädterungsprozeß hauptsächlich in den sogenannten "Verstädterten Zonen" der Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 vollzog, die 1950 größtenteils noch den Randzonen zugerechnet wurden. Auch hier gilt die Aussage, daß der größte Teil der heute dort ansässigen Bevölkerung bereits 1950 in diesem Gebiet lebte, zunehmend aber ihre Arbeitsplätze in die Kerngebiete der nahegelegenen Stadtregionen verlegten und so ihre Gemeinden zu Auspendlerzentren bestimmten.

Das auffallend starke Bevölkerungswachstum der Jahre 1950-1961 aber, das wesentlich durch Land-Stadt-Wanderungen (Rückwanderungen) bestimmt wurde, vollzog sich weitgehend in den Kerngebieten der Stadtregionen. Insofern kann für diese Zeit von einer kurzfristig wirksamen starken Konzentrationstendenz der Bevölkerungsballung in Stadtregionen gesprochen werden, einer Tendenz allerdings, die im Grunde erst die Verhältnisse von 1939 wiederherstellt  
expansion der Stadtregionen absieht. Erst am Ende dieser

Tab. 33      Indizes der Verstädterung für die einzelnen Zonen  
aller gemeinsamen Stadtregionen der Abgrenzungen  
von 1950 und 1961

| Indizes                                                                                                                                          | Kernge-<br>biete           | Ver-<br>städterte<br>Zonen  | Randzonen                   | Stadt-<br>re-<br>gionen<br>insgesamt |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|
| 1. $I_w^1 = \Sigma E_{61}^{61} / \Sigma E_{50}^{50} =$                                                                                           | 1,3156                     | 1,7480                      | -1,2665                     | 1,3051                               |
| 2. $I_p^2 = \Sigma E_{61}^{61} / \Sigma E_{50}^{61} =$                                                                                           | 1,2488                     | 1,1572                      | 1,0059                      | 1,2232                               |
| 3. $I_l^3 = \Sigma E_{61}^{50} / \Sigma E_{50}^{50} =$                                                                                           | 1,2429                     | 1,2589                      | 1,1070                      | 1,2327                               |
| 4. $I_d^4 = \frac{\Sigma(E_{61}^{61} - E_{61}^{50})}{\Sigma(E_{50}^{61} - E_{50}^{50})} =$                                                       | 1,3588                     | -1,0422                     | -1,3791                     | 1,0813                               |
| 5. $I_v^5 = \frac{\Sigma(E_{50}^{61} - E_{50}^{50})}{\Sigma E_{50}^{50}} =$                                                                      | 1,0535                     | 1,5106                      | -1,2708                     | 1,0669                               |
| 6. $I_v^6 = \frac{\Sigma(E_{61}^{61} - E_{61}^{50})}{\Sigma E_{61}^{50}} =$                                                                      | 1,0585                     | 1,3884                      | -1,3374                     | 1,0587                               |
| 7. $I_v^7 = \frac{\Sigma(F_{61}^{61} - F_{50}^{50})}{\Sigma F_{50}^{50}} =$                                                                      | 1,1779                     | 2,1505                      | -1,0875                     | 1,2878                               |
| 8. $I_e^8 = \frac{\frac{\Sigma(E_{61}^{61} - E_{50}^{50})}{\Sigma E_{50}^{50}}}{\frac{\Sigma(F_{61}^{61} - F_{50}^{50})}{\Sigma F_{50}^{50}}} =$ | $\frac{31,6}{17,8} = 1,77$ | $\frac{74,8}{115,1} = 0,65$ | $\frac{-26,7}{-8,8} = 3,05$ | $\frac{30,5}{28,8} = 1,06$           |
| 9. $I_e^9 = \frac{\frac{\Sigma(E_{50}^{61} - E_{50}^{50})}{\Sigma E_{50}^{50}}}{\frac{\Sigma(F_{61}^{61} - F_{50}^{50})}{\Sigma F_{50}^{50}}} =$ | $\frac{5,4}{17,8} = 0,30$  | $\frac{51,1}{115,1} = 0,44$ | $\frac{-27,1}{-8,8} = 3,10$ | $\frac{6,7}{28,8} = 0,23$            |

Periode ist wieder ein Konzentrationsgrad der Bevölkerung erreicht, der mit der unmittelbaren Vorkriegszeit vergleichbar ist. Die starke Expansion der Verstädterten Zonen läßt sich aber nicht auf diese allgemeine Konzentrationstendenz zurückführen. Als eigentliche Ursache ist hier die steigende Mobilität und die Veränderung der Erwerbsstruktur (Abnahme



der Beschäftigung in der Landwirtschaft) der Bevölkerung zu sehen.

Es wird noch genauer zu untersuchen sein, inwieweit sich im letzten Jahrzehnt (1961-1969) eine strukturelle Veränderung des Wachstumsprozesses für Stadtregionen ergeben hat. Einen ersten Überblick geben die Tabellen 34 und 35.

Tab. 34 Wohnbevölkerung der einzelnen Zonen aller Stadtregionen (50 STR) der Tabelle 28 in der Abgrenzung von 1961 im Vergleich der Jahre 1950-1961 und 1961-1969

| Zeitpunkt                     | Stadtregionen           | Kerngebiete             | Verstädterte Zonen    | Randzonen             |
|-------------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| E <sub>50</sub> <sup>61</sup> | 22.989.484 E.           | 18.720.516 E.           | 2.926.938 E.          | 1.342.070 E.          |
| E <sub>61</sub> <sup>61</sup> | 28.121.372 E.           | 23.377.736 E.           | 3.386.898 E.          | 1.350.038 E.          |
| ΔE. 50/61<br>%E. 50/61        | +5.131.888 E.<br>+22,32 | +4.657.220 E.<br>+24,88 | +459.960 E.<br>+15,71 | + 7.968 E.<br>+0,59   |
| E <sub>61</sub> <sup>61</sup> | 28.121.372 E.           | 23.377.736 E.           | 3.386.898 E.          | 1.350.038 E.          |
| E <sub>69</sub> <sup>61</sup> | 30.337.400 E.           | 24.493.700 E.           | 4.285.400 E.          | 1.558.300 E.          |
| ΔE. 61/69<br>%E. 61/69        | +2.216.028 E.<br>+7,88  | +1.115.964 E.<br>+4,77  | +898.502 E.<br>+26,53 | +208.262 E.<br>+15,43 |

Wie bereits festgestellt wurde, vollzog sich das Bevölkerungswachstum dieser gemeinsamen Stadtregionen in den Jahren 1950-1961 (+22,32 %) hauptsächlich in den jeweiligen Kerngebieten. In den Jahren 1961-1969 ist dagegen ein wesentlicher raumstruktureller Wandel des Wachstumsprozesses zu beobachten. Nicht mehr die Kerngebiete sind Träger des allgemeinen städtischen Bevölkerungswachstums, sondern die Verstädterten Zonen. Um jederzeit einen Vergleich mit den bisherigen Ergebnissen zur Verstädterung vornehmen zu können, wurden in Tabelle 34 nur die gemeinsamen Stadtregionen der Abgrenzungen von 1950 und 1961 berücksichtigt; für alle 69 Stadtregionen (vgl. Tabelle 35) ändern sich die folgenden Aussagen nur geringfügig.

Tab. 35 Wohnbevölkerung der einzelnen Zonen von Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 (69 STR) für die Jahre 1961-1969

| Zeitpunkt             | Stadtregionen          | Kerngebiete            | Verstädterte Zonen    | Randzonen             |
|-----------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| E <sub>61</sub>       | 30.290.950 E.          | 24.923.342 E.          | 3.791.948 E.          | 1.575.660 E.          |
| E <sub>69</sub>       | 32.802.000 E.          | 26.235.900 E.          | 4.752.500 E.          | 1.813.600 E.          |
| E. 61/69<br>%E. 61/69 | +2.511.050 E.<br>+8,25 | +1.312.558 E.<br>+5,27 | +960.552 E.<br>+25,33 | +237.940 E.<br>+15,10 |

Zwischen 1961-1969 tragen die Kerngebiete zwar absolut noch am meisten zum Bevölkerungswachstum der Stadtregionen (+1,1 Mio. E.) bei, weisen aber nur noch die vergleichsweise geringe Wachstumsrate von 4,77 % auf. Teilt man das Kerngebiet zudem noch in Kernstädte und Ergänzungsgebiet<sup>1</sup>, so ist deutlich zu sehen, daß die Kernstädte nur noch zu einem geringen Teil am Bevölkerungswachstum der Stadtregionen beteiligt sind. Besonders bei großen Stadtregionen ist bereits in dieser Zeit oft ein absoluter Rückgang der Bevölkerung der Kernstädte zu beobachten. Dieser Prozeß wird meistens nicht in seiner eigentlichen Größenordnung für die deutsche Bevölkerung erkannt, da die Wanderungsbewegung der deutschen Einwohner in die Verstädterten Zonen und Randzonen von einem ähnlich starkem Zuzug ausländischer Arbeitskräfte überlagert wurde, so daß per saldo in den Kernstädten oft kaum Bevölkerungsverluste auftraten, wohl aber erhebliche Verluste an deutscher Bevölkerung. Ohne weiteren Zuzug von ausländischen Arbeitskräften könnte dieser Prozeß eine weitere Verödung und Entleerung der Innenstädte nach sich ziehen. Über die Größenordnung dieses vehementen städtischen Bevölkerungsstrukturwandels bestehen nur selten quantitative Vorstellungen.

### 3. Verstädterung im Bereich der 10 größten Stadtregionen

Bisher wurde die Zunahme der Verstädterung in der Bundesrepublik Deutschland nur anhand der aggregierten Größen für Stadtregionen diskutiert. Da die 10 größten Stadtregionen für die wirtschaftliche Entwicklung der Bundesrepublik Deutschland eine besondere Bedeutung haben, werden die entsprechenden Untersuchungen zur Zunahme der Verstädterung in ihrem Bereich getrennt vorgenommen. Dabei wird allerdings auf die Ausweisung der einzelnen Indizes verzichtet, da sie ohne Schwierigkeiten aus den einzelnen Tabellen (vgl. Tabellen 36-38) abgelesen werden können.

Tab. 36 Wohnbevölkerung und Fläche der Stadtregionen 1-5 in den Abgrenzungen von 1950 und 1961 (STR Rhei, Hamb, Muen, Fran, Stut)

| Abgrenzung 1950 |               | Abgrenzung 1961 |               |                      |                         |
|-----------------|---------------|-----------------|---------------|----------------------|-------------------------|
| Zeitpunkt       | Stadtregionen | Zeitpunkt       | Stadtregionen | Absolute Veränderung | Prozentuale Veränderung |
|                 | 12.119,88 qkm |                 | 13.955,35 qkm | +1.835,47 qkm        | +15,14                  |
| 13.09.1950      | 12.143.286 E. | 13.09.1950      | 12.461.511 E. | +318.225 E.          | +2,62                   |
| 06.06.1961      | 15.263.801 E. | 06.06.1961      | 15.648.241 E. | +384.440 E.          | +2,52                   |
| Δ E. 50/61      | +3.120.515 E. | Δ E. 50/61      | +3.186.730 E. | +66.215 E.           |                         |
| % E. 50/61      | +25,70        | % E. 50/61      | +25,57        | +20,81 %             |                         |
| 13.09.1950      | 12.143.286 E. | 06.06.1961      | 15.648.241 E. | +3.504.955 E.        | +28,86                  |

Tab. 37 Wohnbevölkerung und Fläche der Stadtregionen 6-10 in den Abgrenzungen von 1950 und 1961 (STR Hann, Brem, Nuer, Mann, Wies)

| Abgrenzung 1950 |                | Abgrenzung 1961 |                | Absolute Veränderung | Prozentuale Veränderung |
|-----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------------|-------------------------|
| Zeitpunkt       | Stadt-regionen | Zeitpunkt       | Stadt-regionen |                      |                         |
|                 | 4.258,52 qkm   |                 | 6.058,24 qkm   | +1.799,72 qkm        | +42,26                  |
| 13.09.1950      | 2.869.260 E.   | 13.09.1950      | 3.228.826 E.   | +359.566 E.          | +12,53                  |
| 06.06.1961      | 3.548.025 E.   | 06.06.1961      | 3.915.409 E.   | +367.384 E.          | +10,36                  |
| Δ E. 50/61      | +678.765 E.    | Δ E. 50/61      | +686.583 E.    | +7.818 E.            |                         |
| % E. 50/61      | +23,66         | % E. 50/61      | +21,26         | +2,17 %              |                         |
| 13.09.1950      | 2.869.260 E.   | 06.06.1961      | 3.915.409 E.   | +1.046.149 E.        | +36,46                  |

Tab. 38 Wohnbevölkerung und Fläche der Stadtregionen 1-10 in den Abgrenzungen von 1950 und 1961 (STR Rhei, Hamb, Muen, Fran, Stut, Hann, Brem, Nuer, Mann, Wies)

| Abgrenzung 1950 |                | Abgrenzung 1961 |                | Absolute Veränderung | Prozentuale Veränderung |
|-----------------|----------------|-----------------|----------------|----------------------|-------------------------|
| Zeitpunkt       | Stadt-regionen | Zeitpunkt       | Stadt-regionen |                      |                         |
|                 | 16.378,40 qkm  |                 | 20.013,59 qkm  | +3.635,19 qkm        | +22,20                  |
| 13.09.1950      | 15.012.546 E.  | 13.09.1950      | 15.690.337 E.  | +677.791 E.          | +4,52                   |
| 06.06.1961      | 18.811.826 E.  | 06.06.1961      | 19.563.650 E.  | +751.824 E.          | +4,00                   |
| Δ E. 50/61      | +3.799.280 E.  | Δ E. 50/61      | +3.873.313 E.  | +74.033 E.           |                         |
| % E. 50/61      | +25,31         | % E. 50/61      | +24,69         | +10,92 %             |                         |
| 13.09.1950      | 15.012.546 E.  | 06.06.1961      | 19.563.650 E.  | +4.551.104 E.        | +30,32                  |

Eine Gegenüberstellung des Index (8), der die relative Veränderung der Bevölkerung in Beziehung zur relativen Veränderung der Fläche einer Stadtregion setzt, mit dem Index (9), der das Verhältnis von relativem Bevölkerungsgewinn durch Verstädterung einer Stadtregion in bezug auf den gleichzeitigen relativen

Flächengewinn angibt, zeigt (vgl. Tabelle 39), daß sowohl die Zunahme der Bevölkerung und Fläche der Stadtregionen als auch der Bevölkerungsgewinn durch Verstädterung für die 5 größten Stadtregionen hinter dem Bundesdurchschnitt und erheblich hinter den Werten der Stadtregionen 6-10 zurückbleiben. Das Bild innerhalb dieser Gruppe ist aber keineswegs einheitlich.

Tab. 39 Gegenüberstellung der Indizes (8) und (9) für alle gemeinsamen Stadtregionen (50 STR) der Abgrenzungen von 1950 und 1961 sowie die "Übrigen Gemeinden" der Bundesrepublik Deutschland

|                                    | <p>Index Nr. 8</p> <p>Prozentuales Bevölkerungswachstum der STR / Prozentuales Flächenwachstum der STR</p> $\frac{\sum E_{61}^{61} - E_{50}^{50}}{\sum E_{50}^{50}} = I_e$ $\frac{\sum P_{61}^{61} - P_{50}^{50}}{\sum P_{50}^{50}}$ | <p>Index Nr. 9</p> <p>Prozentuales Bevölkerungswachstum durch Verstädterung / Prozentuales Flächenwachstum der STR</p> $\frac{\sum E_{50}^{61} - E_{50}^{50}}{\sum E_{50}^{50}} = I_a$ $\frac{\sum P_{61}^{61} - P_{50}^{50}}{\sum P_{50}^{50}}$ |
|------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Stadtregion 1<br>Rhein-Ruhr        | $\frac{28,83}{13,98} = 2,0622$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{2,11}{13,98} = 0,1509$                                                                                                                                                                                                                    |
| Stadtregion 2<br>Hamburg           | $\frac{15,57}{3,41} = 4,5660$                                                                                                                                                                                                        | $\frac{1,48}{3,41} = 0,4330$                                                                                                                                                                                                                     |
| Stadtregion 3<br>München           | $\frac{40,13}{45,85} = 0,8753$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{8,64}{45,85} = 0,1884$                                                                                                                                                                                                                    |
| Stadtregion 4<br>Frankfurt/Offenb. | $\frac{39,90}{25,36} = 1,5733$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{8,35}{25,36} = 0,3293$                                                                                                                                                                                                                    |
| Stadtregion 5<br>Stuttgart         | $\frac{30,78}{2,22} = 13,8649$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{-3,17}{2,22} = -1,4279$                                                                                                                                                                                                                   |
| Stadtregion 1-5                    | $\frac{28,86}{15,14} = 1,9062$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{2,62}{15,14} = 0,1730$                                                                                                                                                                                                                    |
| Stadtregion 6-10                   | $\frac{36,46}{42,26} = 0,8628$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{12,53}{42,26} = 0,2964$                                                                                                                                                                                                                   |
| Stadtregion 1-10                   | $\frac{30,32}{22,20} = 1,3658$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{4,52}{22,20} = 0,2036$                                                                                                                                                                                                                    |
| Stadtregionen 1-63                 | $\frac{30,51}{28,78} = 1,0601$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{6,69}{28,78} = 0,2325$                                                                                                                                                                                                                    |
| Übrige<br>Gemeinden                | $\frac{-4,60}{-3,85} = 1,1948$                                                                                                                                                                                                       | $\frac{-5,32}{-3,85} = 1,3818$                                                                                                                                                                                                                   |

Legende:

Stadtregionen =  
1-63  
50 STR mit den  
Ordnungszahlen  
1-63 der Tabelle  
28

So liegen die Stadtregionen Muen (+8,64 %) und Fran (+8,35 %) mit ihren Werten für die relative Bevölkerungszunahme durch Verstädterung über dem Bundesdurchschnitt aller 50 einbezogenen Stadtregionen (+6,69 %). Die Stadtregionen Rhein (+2,11 %), Hamb (+1,48 %) und Stut (-3,17 %) haben dagegen ein auffallend schwaches Bevölkerungswachstum zu verzeichnen, das auf eine geringe Zunahme der Verstädterung zurückgeführt werden kann. Ein besonders starkes allgemeines Bevölkerungswachstum (+30,32 %) und Wachstum durch Verstädterung (+12,53 %) ist in den Stadtregionen 6-10 (STR Hann, Brem, Nuer, Mann, Wies) zu beobachten.

#### 4. Wachstum der "Übrigen Gemeinden" im Vergleich

Da die Entwicklung der Stadtregionen nie losgelöst von der Entwicklung des ländlichen Raumes betrachtet werden kann<sup>1</sup>, wird ein kurzer Vergleich der Bevölkerungsentwicklung in Stadtregionen und "Übrigen Gemeinden" der Bundesrepublik Deutschland, soweit er für den Aspekt der Verstädterung wichtig ist, vorgenommen.

Die Stadtregionen der Tabelle 28, die zur Bildung von Indizes der Verstädterung herangezogen wurden, hatten in den Jahren 1950-1961 ein Bevölkerungswachstum von +30,5 % bei einem gleichzeitigen Flächenwachstum von +28,8 %. Der Rest der Bundesrepublik, hier "Übrige Gemeinden" genannt, hatte dagegen eine Abnahme der Bevölkerung um -4,6 % bei einem Flächenverlust von -3,7 % zu verzeichnen<sup>2</sup>. Für den Index (8), der die

<sup>1</sup> Vgl. Tabellen A 4-5 des Statistischen Anhangs.

<sup>2</sup> Die Angaben für die "Übrigen Gemeinden" der Bundesrepublik Deutschland wurden wie folgt errechnet:

|      | F in qkm<br>Abg. 1950 | F in qkm<br>Abg. 1961 | Einwohner 50<br>Abg. 1950 | Einwohner 61<br>Abg. 1961 |
|------|-----------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------|
| BRD  | 247.973,07            | 247.973,07            | 48.652.000                | 53.977.400                |
| STR  | 29.247,72             | 37.663,86             | 21.547.835                | 28.121.372                |
| ÜGf. | 218.725,35            | 210.309,21            | 27.104.165                | 25.856.602                |

Es wurden lediglich Stadtregionen der Tabelle 28 berücksichtigt. Bundesgebiet ohne Berlin.



relative Veränderung der Bevölkerung zur relativen Veränderung der Fläche in Beziehung setzt, ergeben sich folgende Werte für die Jahre 1950-1961:

Gemeinsame Stadtregionen (50 STR) der Abgrenzungen 1950 und 1961:

$$I_e^8 = \frac{\Delta E / \Delta F}{E / F} = \frac{28.121.372 - 21.547.835}{21.547.835} / \frac{37.663,86 - 29.247,72}{29.247,72}$$

$$= 30,51/28,78 = 1,0601$$

"Übrige Gemeinden" der Bundesrepublik Deutschland:

$$I_e^8 = \frac{\Delta E / \Delta F}{E / F} = \frac{25.856.602 - 27.104.165}{27.104.165} / \frac{210.309,21 - 218.725,35}{218.725,35}$$

$$= -4,60/-3,85 = 1,1948$$

Diese Ergebnisse zeigen, daß sich Bevölkerungs- und Flächen-gewinne bzw. -verluste beider Gebietskategorien zumindest für diesen Zeitraum in der Größenordnung (Bevölkerungsgewinn bzw. -verlust pro Flächeneinheit) entsprechen.

Während die Bevölkerung der Stadtregionen durch Verstädterung (vgl. Index 9 in Tabelle 39) um 7 % (Fläche um +29 %) wuchs, ist bei den "Übrigen Gemeinden" eine entsprechende Einbuße an Bevölkerung um -5,3 % (Fläche um -3,9 %) zu beobachten. Dementsprechend kann man für die Bundesrepublik Deutschland der Jahre 1950-1961 von einer kräftigen Zunahme der Verstädte-rung, die hier lediglich für einen Teil der Stadtregionen auf konstanter Fläche nachgewiesen werden konnte, sprechen.

Wenn für das Jahrzehnt 1950-1961 also kennzeichnend ist, daß die Kerngebiete der Stadtregionen ein außerordentlich starkes Bevölkerungswachstum, die Verstädterten Zonen ein deutlich zunehmendes Bevölkerungswachstum und die Stadtregionen insge-samt eine starke Flächenexpansion erleben, dann wird für das folgende Jahrzehnt die Aufmerksamkeit auf das rapide abneh-mende Bevölkerungswachstum der Kerngebiete, bedingt durch den Auszug der deutschen Bevölkerung und nur teilweise Wieder-auffüllung durch ausländische Einwohner, zu richten sein.

Ob die Verstädterung im Bereich der Stadtregionen durch weitere Expansion der Randzonen auch in den 60er Jahren zugenommen hat, kann erst nach Veröffentlichung der Volkszählungsergebnisse von 1970 für Stadtregionen untersucht werden.

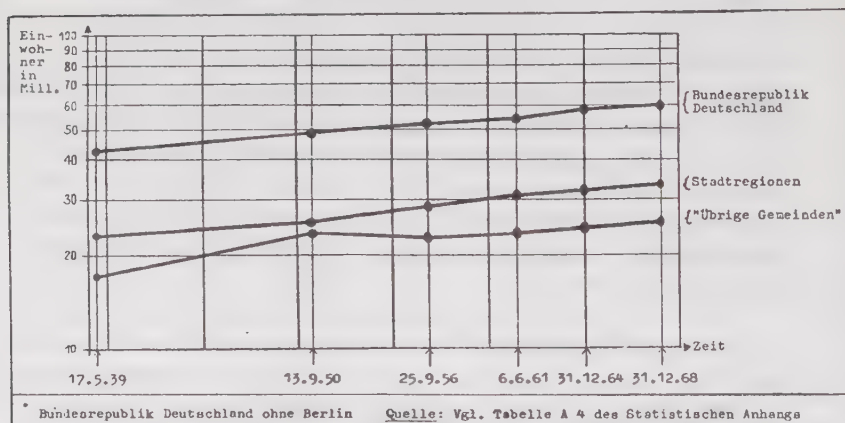
D. Das Bevölkerungswachstum der Stadtregionen in den Jahren 1939-1969

Die Analyse der Konzentration der Bevölkerung zeigt auch unter Berücksichtigung der stark zunehmenden Verstädterung deutlich, daß sich die Bevölkerungsverteilung auf der Gesamtfläche der Stadtregionen 1961 und der "Übrigen Gemeinden" der Bundesrepublik Deutschland in den Jahren 1939-1969 trotz starken absoluten Wachstums nicht wesentlich verändert hat. Obwohl sich dieses Wachstum auch innerhalb der einzelnen Größenklassen der Stadtregionen weitgehend homogen vollzog, kann sich die räumliche Bevölkerungsverteilung dessenungeachtet innerhalb der Stadtregionen und des ländlichen Raumes erheblich verändert haben, ohne daß dies in den globalen Untersuchungen zur Konzentration und Verstädterung zum Ausdruck kommen muß.

Eine genaue Darstellung des Bevölkerungswachstums der einzelnen Stadtregionen soll ermöglichen, regionale Unterschiede und Veränderungen der räumlichen Hierarchie der Städte zu erkennen. Dabei wird insbesondere zu untersuchen sein, ob in der Vergangenheit verstärktes Wachstum in Ballungsgebieten bzw. an Verdichtungs- und Verkehrsachsen stattgefunden hat. Die räumliche Verteilung des Wachstums der "Übrigen Gemeinden" und damit die Frage nach der kleinräumigen Konzentration der Bevölkerung im ländlichen Raum wird nicht behandelt, da der Untersuchungsaufwand für diese Arbeit zu groß erscheint, obwohl die Bedeutung für die regionale Konzentration der Bevölkerung in zentralen Orten nicht zu unterschätzen ist.

Das Bevölkerungswachstum dieser "Übrigen Gemeinden" wird jedoch bei der vergleichenden Betrachtung des Wachstums einzelner Stadtregionen jeweils berücksichtigt. Abbildung 80 verdeutlicht diesen Zusammenhang. Für Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 und die "Übrigen Gemeinden" des Bundesgebietes vollzog sich das Bevölkerungswachstum in den letzten Jahrzehnten gleichsam im Gleichschritt, wenn man von einer Übergangsperiode um 1950, die durch unmittelbare Kriegsfolgen beeinflußt wurde, absieht.

Abb. 80 Bevölkerungswachstum der Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 und der "Übrigen Gemeinden" in der Bundesrepublik Deutschland



Die Darstellung des Bevölkerungswachstums auf halblogarithmischem Papier zeigt, daß bei langfristiger Betrachtung nur geringe Abweichungen der Wachstumsraten<sup>1</sup> für Stadtregionen und

<sup>1</sup> Hier wird zwischen Wachstum in Prozent und durchschnittlich jährlichen Wachstumsraten unterschieden.

|                  | $E_{39}^{61}$ | $E_{69}^{61}$ | Wachstum<br>in Pro-<br>zent | Durchschnitt-<br>lich jährl.<br>Wachstum |
|------------------|---------------|---------------|-----------------------------|------------------------------------------|
| Stadtregionen    | 22.875.900    | 32.802.000    | 43,39 %                     | 1,23 %                                   |
| Übrige Gemeinden | 17.373.100    | 25.519.600    | 46,89 %                     | 1,31 %                                   |

Die durchschnittlich jährlichen Wachstumsraten  $p$  wurden folgendermaßen berechnet:

$$E_{69}^{61} = E_{39}^{61} \cdot q^n \quad \text{oder} \quad q = \sqrt[n]{E_{69}^{61} / E_{39}^{61}} \quad \text{wobei} \quad q = 1 + p/100$$

"Übrige Gemeinden" zu beobachten sind. Der Einfluß der Kriegsfolgen ist deutlich sichtbar, wurde aber relativ schnell wieder überwunden, so daß schon zwischen 1956 und 1961 das alte Gleichgewicht der Bevölkerungsverteilung von 1939 wieder erreicht war, das bis heute maßgebend ist.

Auch hier läßt sich nachweisen, daß das Bevölkerungswachstum der Stadtregionen in den letzten 3 Jahrzehnten nicht mit einer Entleerung weiter Gebiete der Bundesrepublik Deutschland bezahlt werden mußte, sondern aus der Bevölkerung regenerierte, die auch schon 1939 in dem unmittelbaren Einflußbereich dieser Stadtregionen wohnte.

1. Die regionale Verteilung des Bevölkerungswachstums der Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961

Das "gleichgewichtige" Wachstum der Gesamtheit aller Stadtregionen gegenüber den "Übrigen Gemeinden" sollte nicht glauben lassen, daß damit zugleich das ausgewogene Wachstum eines Zentrale-Orte-Systems beschrieben sei. Ebensowenig wie die Beobachtung einer stetigen Hierarchieordnung von Städten bereits ausreichend sein kann für eine Identifizierung eines Zentrale-Orte-Systems, können auch bei einem langfristigen Gleichgewicht zwischen Stadt und Land erhebliche regionale und größenklassenspezifische Divergenzen des Bevölkerungswachstums der Stadtregionen auftreten.

Eine der zentralen Thesen, die es im folgenden zu beweisen gilt, geht von der Behauptung aus, daß sich die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland in der Nachkriegszeit in Richtung auf ein neues Zentrale-Orte-Gleichgewicht entwickeln. Dieses neue Grundsystem wird von den erst 30 Jahre alten Staatsgrenzen bestimmt. Das neue, im Prinzip rechteckige Staatsgebiet zwingt zur deutlichen Herausbildung eines Nord-Süd-Verdichtungsbandes zentraler Orte mit einem Gravitations-schwerpunkt in Höhe des Rhein-Main-Gebietes. Die Wachstums-

tendenzen der Stadtregionen werden von einem deutlichen Nachholbedarf des Südens einschließlich des unterdimensionierten Gravitationszentrums bestimmt. Eine genaue Erfassung des regionalen Wachstums der Stadtregionen in den letzten 30 Jahren läßt diese Grundtendenz erkennen.

Die Abbildungen 81-85 bieten einen Überblick der räumlichen Verteilung des relativen Bevölkerungswachstums der Stadtregionen<sup>1</sup>. In grober Klassifizierung von 6 Größenklassen deuten quergestreifte Elemente unterdurchschnittliches und gepunktete Elemente überdurchschnittliches Bevölkerungswachstum an.

Hierbei kommt es weniger auf die genaue Abstimmung der Klassenbildung an als auf die Absicht, einen Überblick des räumlichen Zusammenhangs der Wachstumsraten zu vermitteln.

Die Aussagekraft und die direkte Vergleichbarkeit der Abbildungen 81-84 wird durch die Tatsache erhöht, daß für alle zur Verfügung stehenden Zeitintervalle<sup>2</sup> mit 2-3 Millionen zusätzlichen Einwohnern pro Periode keine zu großen Unterschiede des sich verteilenden absoluten Bevölkerungswachstums auftreten.

Betrachtet man das Wachstum der Stadtregionen zunächst für den Gesamtzeitraum 1939-1969 (vgl. Abbildung 85), so wird eine räumliche Verteilung der Bevölkerungszunahme sichtbar, die für die Weiterentwicklung der hierarchischen Grundstruktur der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland von großer Bedeutung ist. Deutlich zu sehen ist, daß hohe und niedrige

1 Vgl. Tabellen A 7-9 des Statistischen Anhangs.

1 Vgl. Tabelle A 5 des Statistischen Anhangs.

| Abb. Nr. | Zeitraum  | Absolute Veränderung der Einwohner in 1.000 E. | Relative Veränderung der Einwohner in % |
|----------|-----------|------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 81       | 1939-1950 | 2.123,7                                        | 9,29                                    |
| 82       | 1950-1956 | 3.073,1                                        | 12,29                                   |
| 83       | 1956-1961 | 2.328,4                                        | 8,29                                    |
| 84       | 1961-1969 | 2.400,9                                        | 7,89                                    |

Bevölkerungswachstumsraten über alle Größenklassen der Stadtregionen verteilt sind, jedoch jeweils in einem ganz bestimmten räumlichen Verbund zueinander stehen. Die Vermutung, daß in irgendeiner Weise ein Zentrale-Orte-Mechanismus für diese Entwicklung verantwortlich ist, scheint sich zu bestätigen. So ist deutlich zu sehen, daß die Neuorientierung des Zentrale-Orte-Systems in der Bundesrepublik Deutschland schon weit fortgeschritten ist; starke Wachstumskräfte treten im insgesamt geringer verstädterten Süden<sup>1</sup> und besonders im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebiet auf. Hohe Wachstumsraten weisen aber auch zahlreiche kleinere Stadtregionen auf, die einen günstigen Standort im gesamten Zentrale-Orte-Gefüge besitzen.

Betrachtet man die einzelnen Zeitperioden, so ist für die Jahre 1939-1950 und 1950-1956 (vgl. Abbildungen 81 und 82) deutlich eine durch Kriegseignisse bedingte "pulsierende" Bevölkerungsbewegung (Exodus in den Kriegsjahren aus den Verdichtungsgebieten in die in ländlichen Gebieten liegenden Stadtregionen und anschließende Rückkehr) zu erkennen. Für den weiteren Zeitablauf ist für die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland eine Neuorientierung der regionalen Bevölkerungsentwicklung zu erkennen, die bereits in Grundzügen in den Jahren 1956-1961 (vgl. Abbildung 83) angelegt wurde und in den folgenden Jahren 1961-1969 (vgl. Abbildung 84) in aller Deutlichkeit sichtbar wird. In grober Vereinfachung kann diese Entwicklung als die Herausbildung einer neuen dominierenden Verdichtungsachse für das ebenfalls in dieser Form neue Staatsgebiet bezeichnet werden. Konkret ist damit gemeint, daß im Bereich der Wachstumsachse Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart-München im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebiet das Heranwachsen einer weiteren polyzentrischen Großagglomeration zu beobachten ist, die schon in absehbarer Zeit ein Gegengewicht zur Rhein/Ruhr-Agglomeration bilden wird und im Grunde konsequenter Ausdruck des weiteren Verdichtungsprozesses ist.

---

<sup>1</sup> Vgl. die folgenden Ausführungen auf S. 305 ff. und die Abbildung 88 bzw. Tabelle 43.

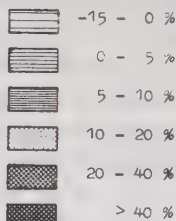


Abb. 81

- 294 -

Stadtregionen der BRD  
in der Abgrenzung 1961

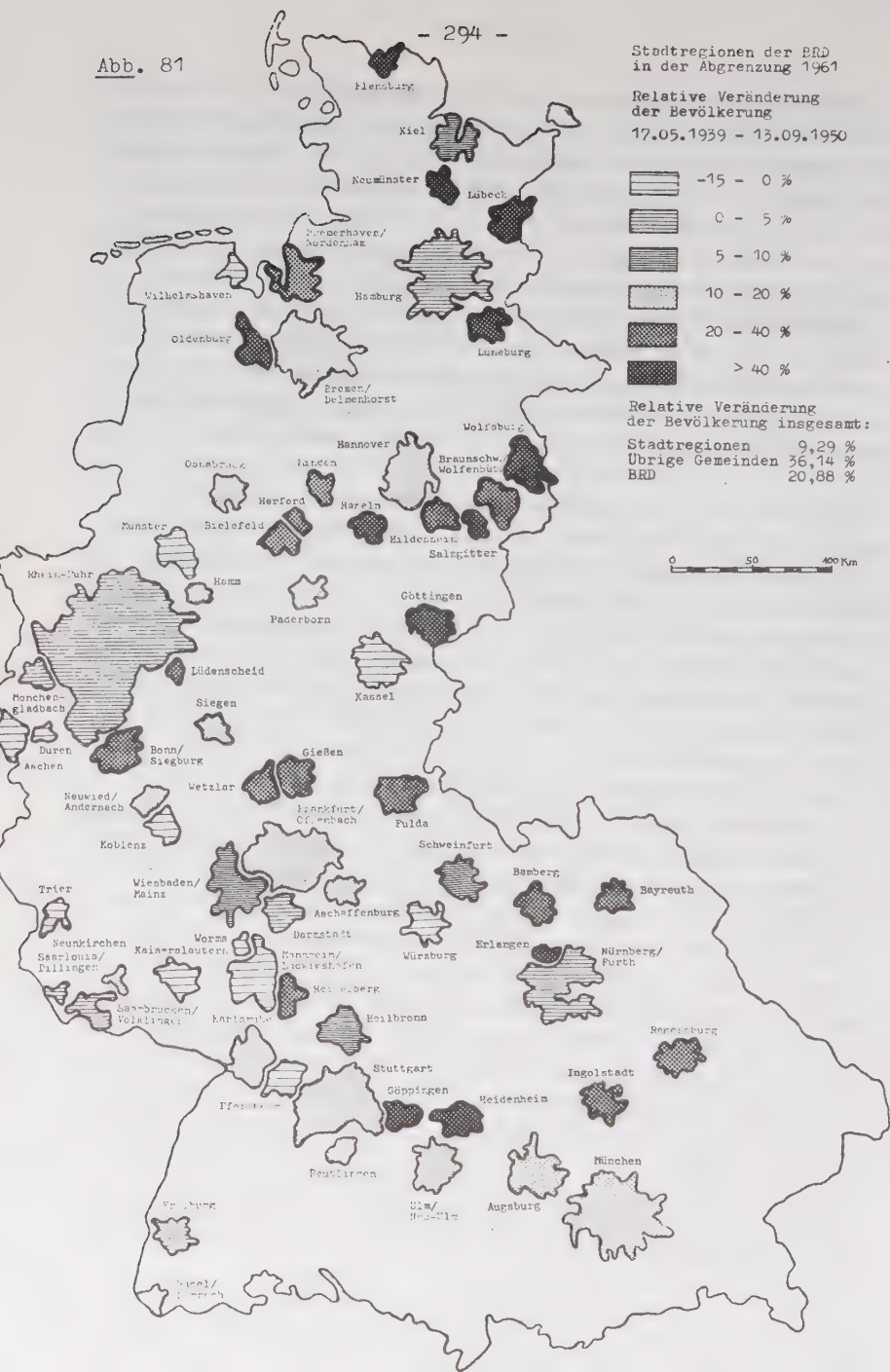
Relative Veränderung  
der Bevölkerung  
17.05.1939 - 13.09.1950



Relative Veränderung  
der Bevölkerung insgesamt:

|                  |         |
|------------------|---------|
| Stadtregionen    | 9,29 %  |
| Übrige Gemeinden | 36,14 % |
| BRD              | 20,88 % |

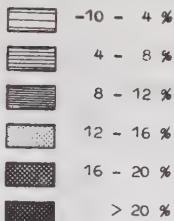
0 50 100 200 300 400 Km



Stadtreigionen der BRD  
in der Abgrenzung 1961

Relative Veränderung  
der Bevölkerung

13.09.1950 - 25.09.1956



Relative Veränderung  
der Bevölkerung insgesamt:

|                  |         |
|------------------|---------|
| Stadtreigionen   | 12,29 % |
| Ubrige Gemeinden | -3,16 % |
| BRD              | 4,78 %  |

0 50 100 km

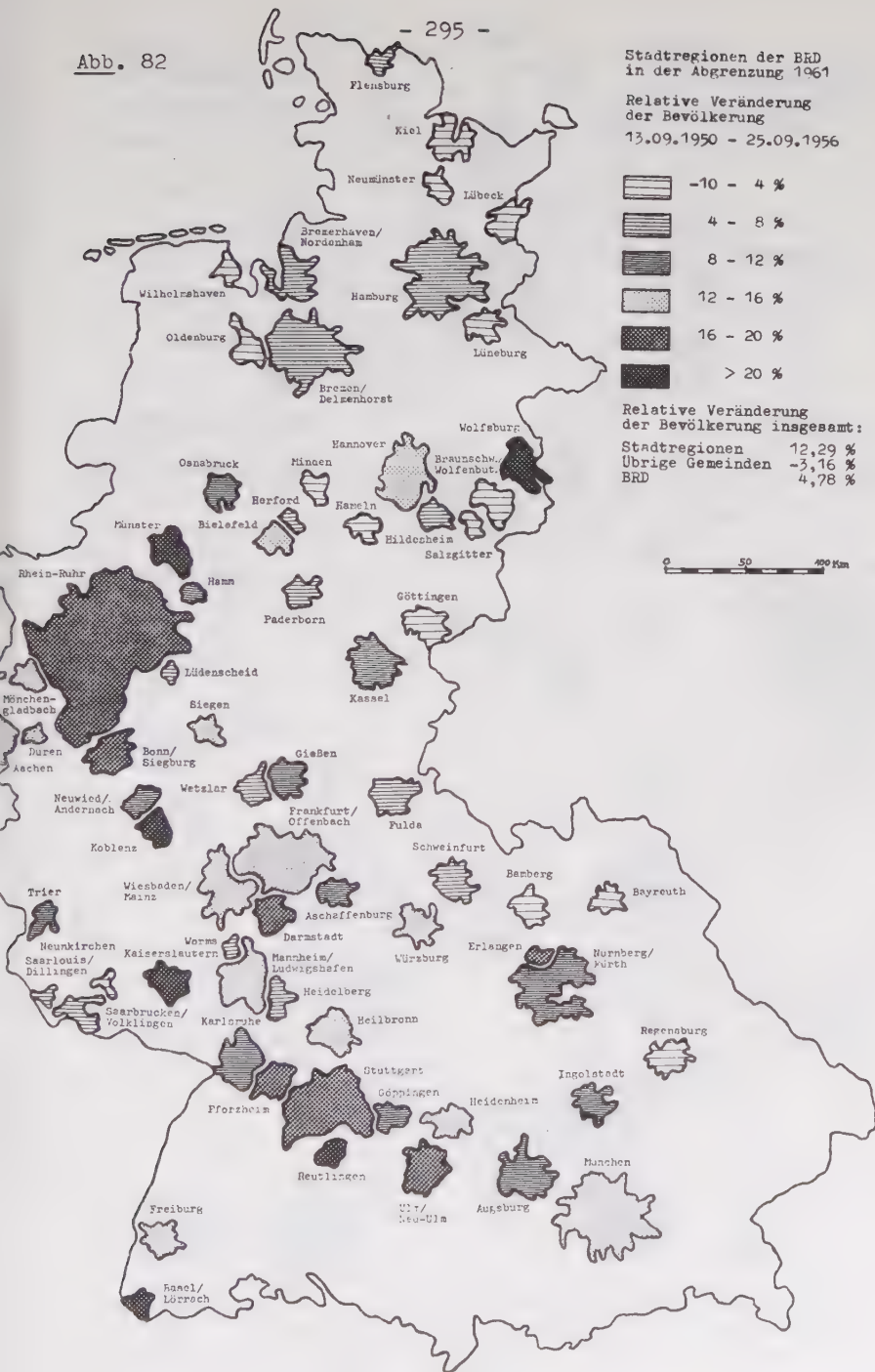
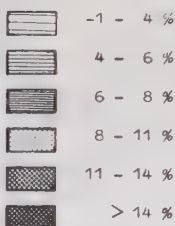


Abb. 83

- 296 -

Stadtregionen der BRD  
in der Abgrenzung 1961

Relative Veränderung  
der Bevölkerung  
25.09.1956 - 06.06.1961



Relative Veränderung  
der Bevölkerung insgesamt:

|                  |        |
|------------------|--------|
| Stadtregionen    | 8,29 % |
| Übrige Gemeinden | 2,93 % |
| BRD              | 5,89 % |

0 50 100 Km

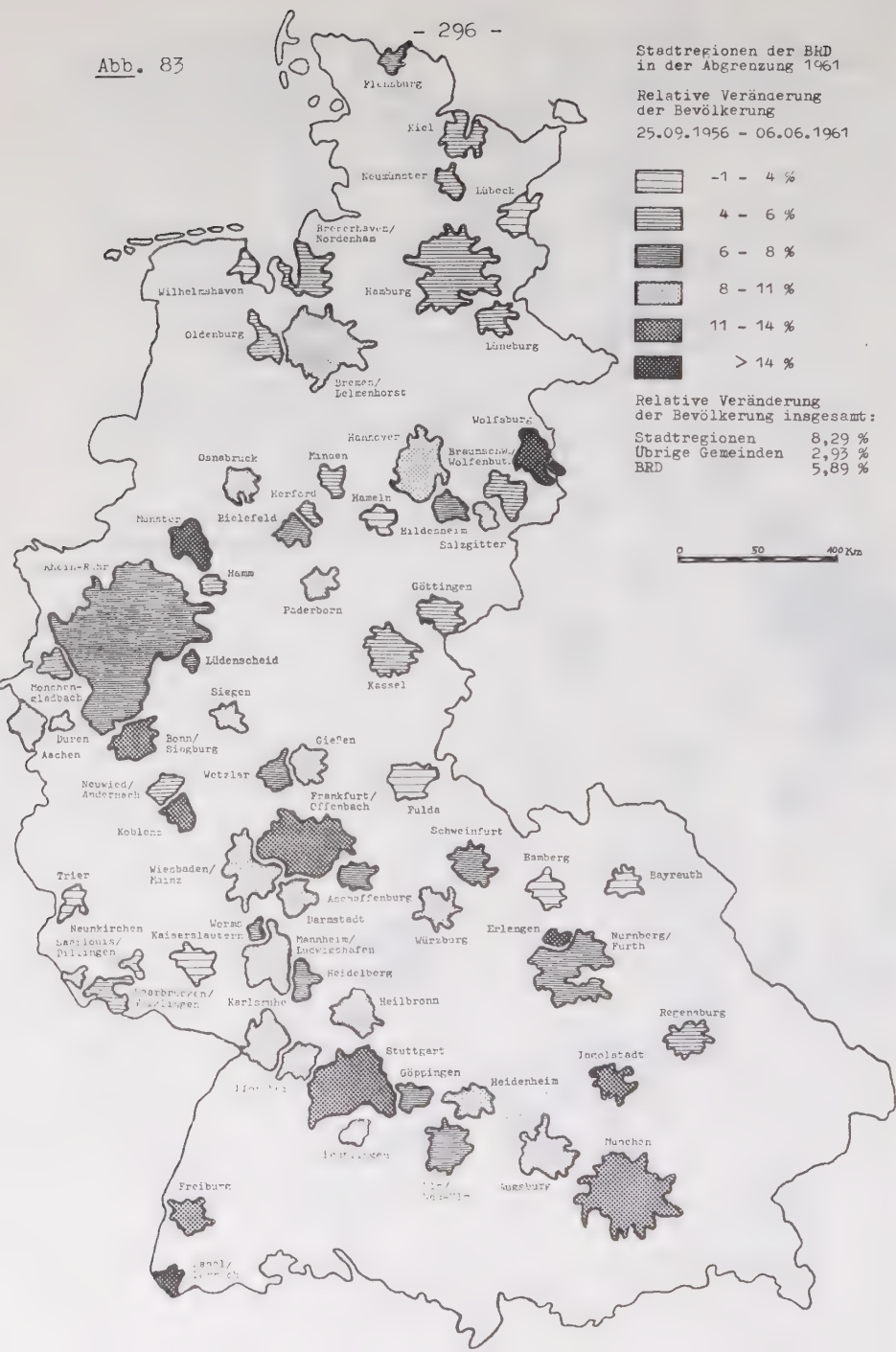
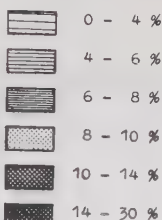


Abb. 84

- 297 -

Stadtregionen der BRD  
in der Abgrenzung 1961

Relative Veränderung  
der Bevölkerung  
06.06.1961 - 31.12.1968



Relative Veränderung der  
Bevölkerung insgesamt:

|                  |        |
|------------------|--------|
| Stadtregionen    | 7,89 % |
| Übrige Gemeinden | 8,24 % |
| BRD              | 8,05 % |

0 50 100 km

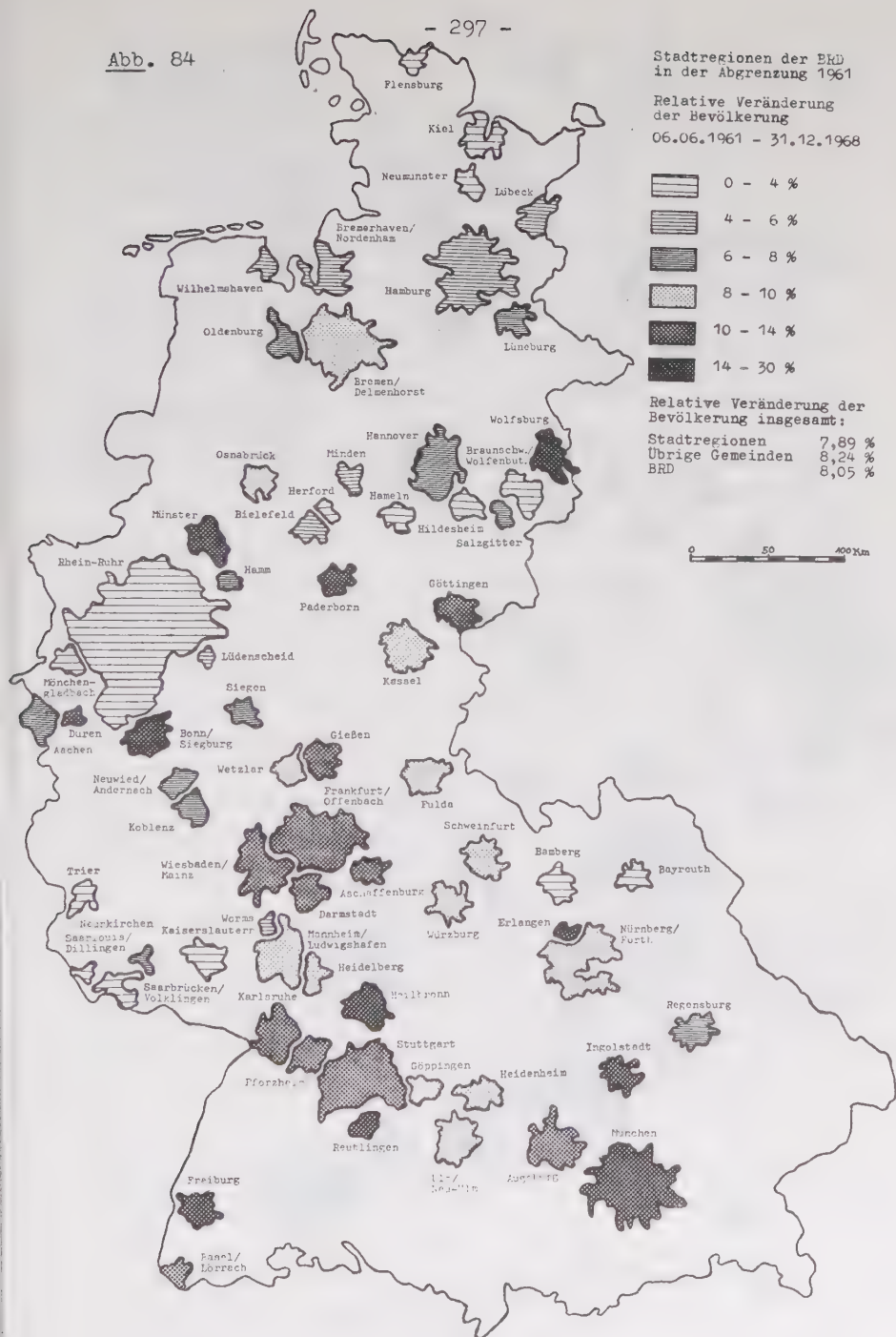
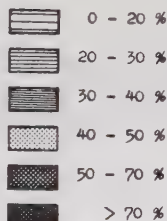


Abb. 85

- 298 -

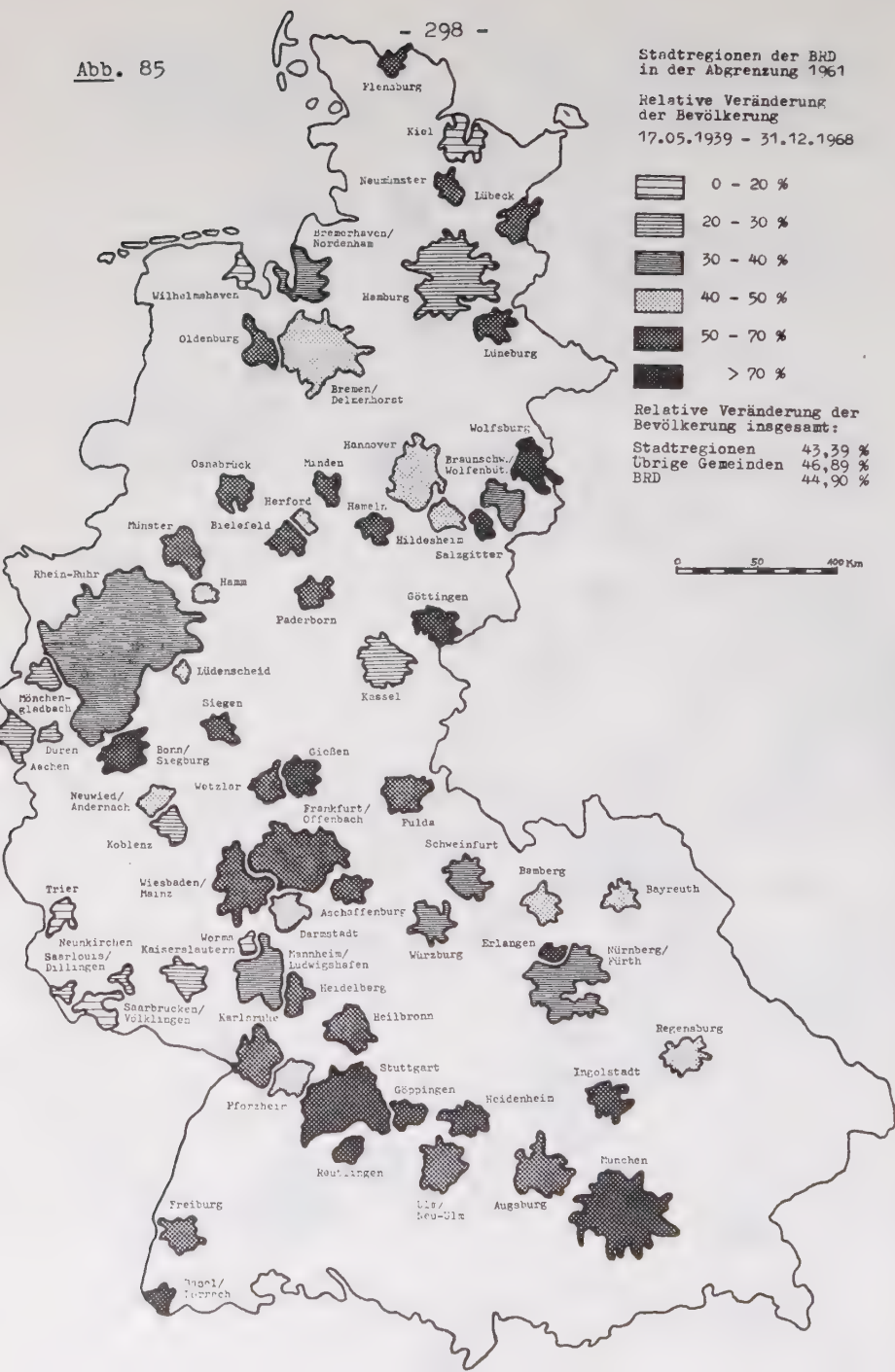
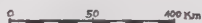
Stadtreionen der BRD  
in der Abgrenzung 1961

Relative Veränderung  
der Bevölkerung  
17.05.1939 - 31.12.1968



Relative Veränderung der  
Bevölkerung insgesamt:

|                  |         |
|------------------|---------|
| Stadtreionen     | 43,39 % |
| Übrige Gemeinden | 46,89 % |
| BRD              | 44,90 % |





## 2. Die Bevölkerungsdichte der Stadtregionen und ihre regionale Verteilung

Die Bedeutung des unterschiedlichen Bevölkerungswachstums für einzelne Stadtregionen eines Zentrale-Orte-Systems kann nur in Zusammenhang mit der jeweiligen Größe, der bereits erreichten Verdichtung und ihrer absoluten Veränderung diskutiert werden. Hier geht es vor allen Dingen darum, für die großen Ballungsgebiete der Bundesrepublik Deutschland den Grad der erreichten Verdichtung im Vergleich zu erfassen, um dann unter Berücksichtigung der räumlichen Lage und des spezifischen Bevölkerungswachstums weitere Verdichtungsstendenzen ableiten zu können.

Besonders aufschlußreich ist die Entwicklung der absoluten Veränderung der Bevölkerungsdichte im Zeitablauf, da hierbei die bereits erreichte Dichte und die jeweilige Wachstumsrate der Bevölkerung in Beziehung gesetzt werden<sup>1</sup>, wodurch die eigentliche Bedeutung unterschiedlichen Wachstums für verschieden große und verdichtete Stadtregionen erkannt werden kann. So ist auf den ersten Blick ersichtlich, daß selbst schwaches Bevölkerungswachstum einer großen Stadtregion (z.B. STR Rhein-Ruhr) in ihrem Bereich eine hohe absolute Zunahme der Bevölkerungsdichte bewirkt.

Die Abbildungen 86 und 87 geben einen Überblick über die Entwicklung und den gegenwärtigen Stand der Bevölkerungsdichte in den Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland. Betrachtet man die räumliche Verteilung der bereits erreichten Dichte (Abbildung 87), so liegt die Stadtregion Rhein/Ruhr mit Abstand an der Spitze, gefolgt von 10 Stadtregionen vergleichsweise einheitlicher Dichte (vgl. Tabelle 40).

---

<sup>1</sup> Für  $\Delta(E/qkm)$  auf konstanter Fläche kann man auch schreiben:  
 $(\Delta E/E)(E/qkm) = (\Delta E/qkm)$



Abb. 86

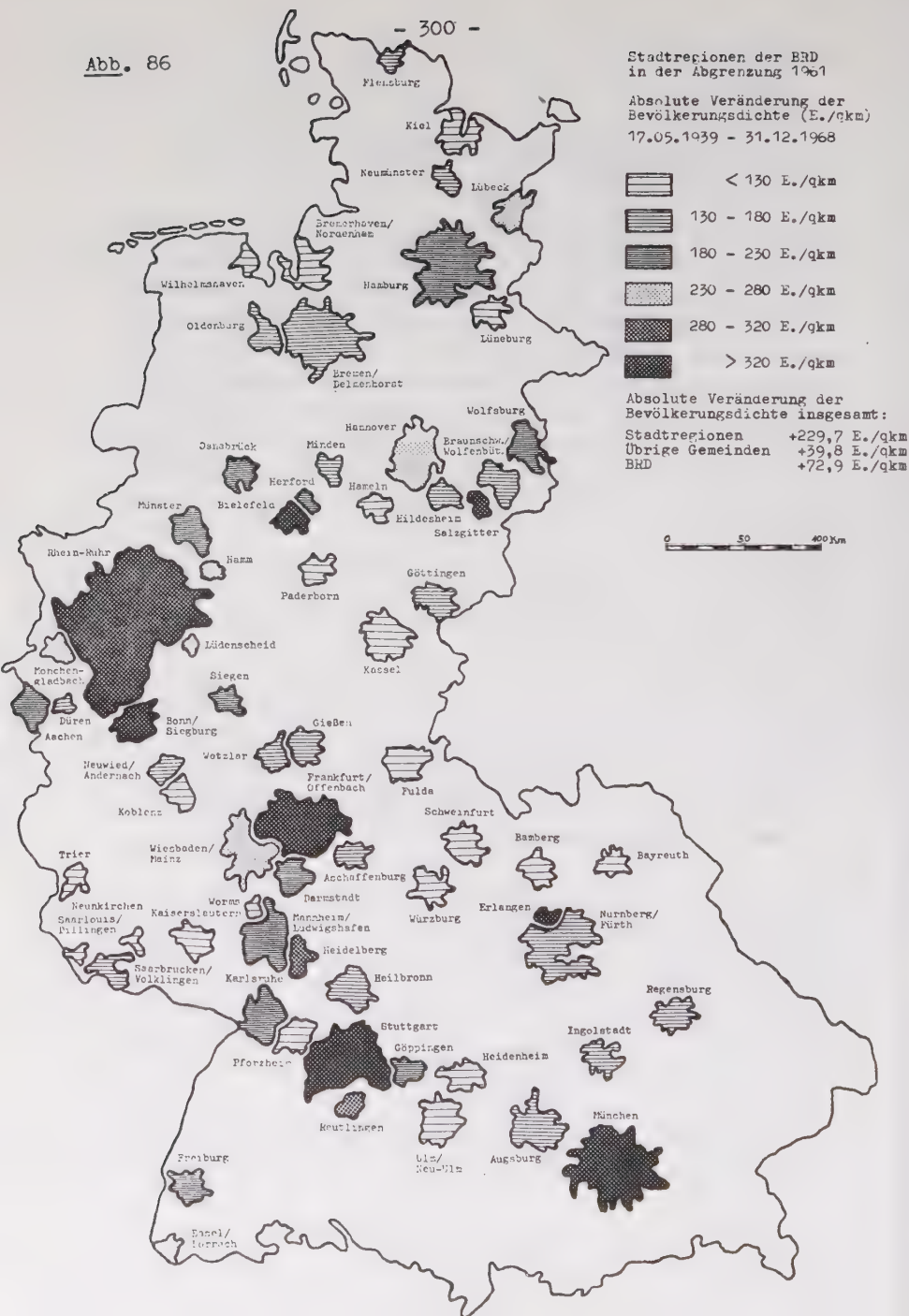
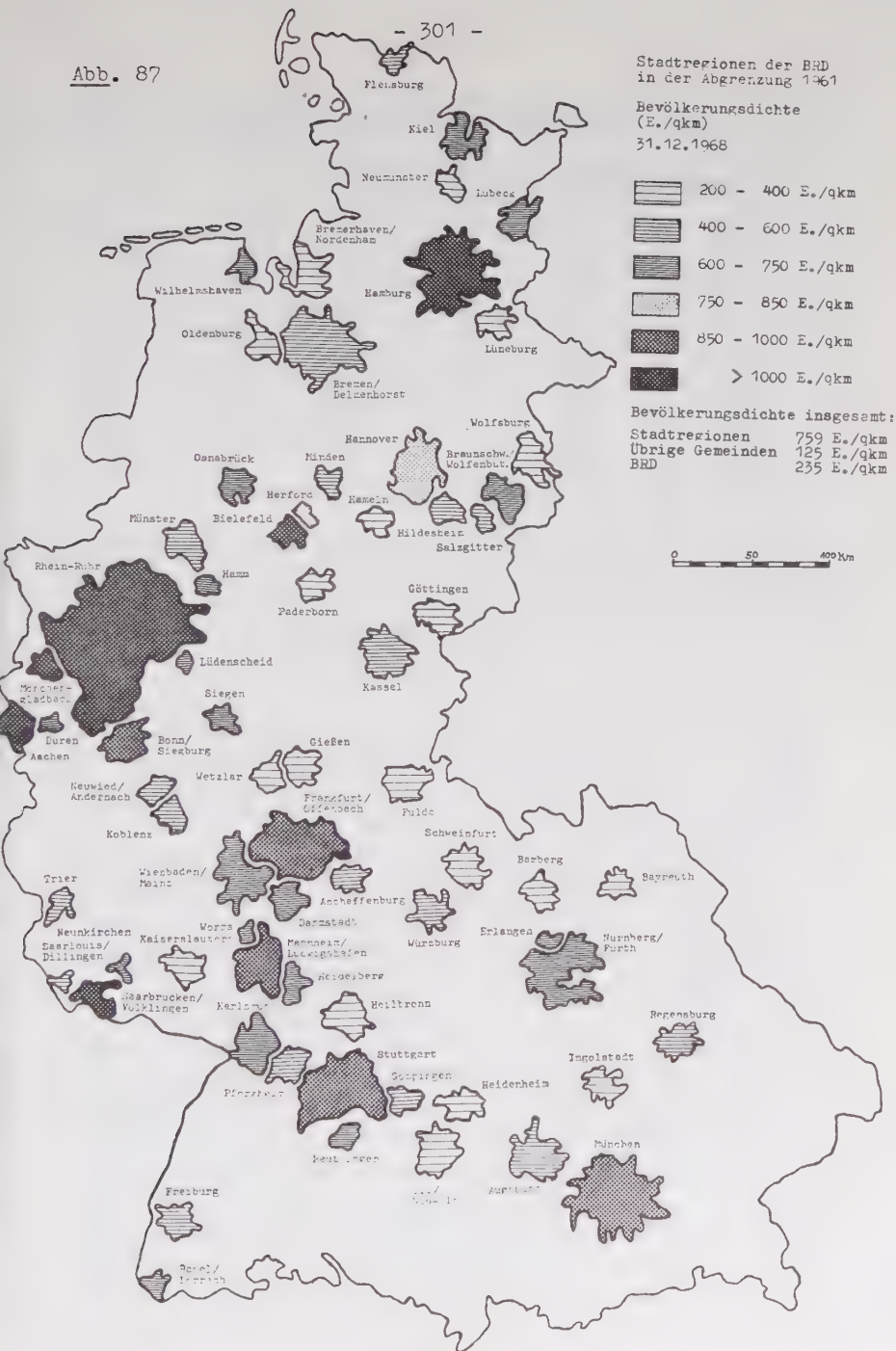


Abb. 87



Tab. 40 Bevölkerungsdichte und ihre absolute Veränderung für Stadtregionen mit hoher allgemeiner Verdichtung

| Stadtregion |      | E/qkm<br>31.12.1968 | $\Delta$ E/qkm<br>6.6.61-31.12.68 |
|-------------|------|---------------------|-----------------------------------|
| 1           | Rhei | 1.461               | 57                                |
| 2           | Hamb | 1.167               | 54                                |
| 16          | Rhey | 1.073               | 39                                |
| 20          | Biel | 1.068               | 51                                |
| 15          | Saar | 1.056               | 24                                |
| 12          | Aach | 1.012               | 59                                |
| 4           | Fran | 940                 | 114                               |
| 5           | Stut | 902                 | 101                               |
| 3           | Muen | 894                 | 158                               |
| 11          | Bonn | 877                 | 123                               |
| 9           | Mann | 860                 | 70                                |

Berücksichtigt man die absolute Veränderung der Bevölkerungsdichte in den letzten Jahren (1961-1969), so zeigt sich erneut, daß sich im Raum Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart der Zusammenschluß einer neuen Großagglomeration zu vollziehen scheint. Da in diesem Gebiet, gemessen an Rhein/Ruhr, bisher keine sehr hohe Gesamtverdichtung erreicht ist, und zudem die erhebliche Zunahme der Besiedlungsdichte sich ziemlich gleichmäßig auf die einzelnen Stadtregionen dieses Ballungsgebietes verteilt, ist es unter Verteilungsgesichtspunkten insgesamt als günstig zu beurteilen, daß in den letzten Jahren nicht die Agglomeration Rhein/Ruhr die größte absolute Zunahme der Verdichtung erfahren hat, sondern sich diese weiter südlich in einem erheblich größerem Raum vollzogen hat, allerdings in engem räumlichen Verbund und in der Anlage als konsequente Verdichtung zu einer weiteren Großagglomeration.

Diese Entwicklung ist in aller Deutlichkeit erst in den letzten 10 Jahren zu beobachten. Die ersten Anzeichen sind allerdings schon früher sichtbar. So hat in den Jahren 1939-1961 das Bevölkerungswachstum der Stadtregionen Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart (+40,7 %) bereits das Wachstum der Agglomeration Rhein/Ruhr (+29,5 %) übertroffen. Die Tabellen 41 und 42 stellen die wichtigsten Daten zum Wachstum und weiteren Verdichtung für diese beiden Ballungsgebiete gegenüber.

Tab. 41 Vergleich der Agglomeration Rhein/Ruhr mit den Stadtregionen Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart

| Agglomeration Rhein/Ruhr |                                 |                                       |                                      |                                        | Stadtregionen Rhein/Main-Rhein-Neckar-Stuttgart |                          |                                          |                                         |                                           |
|--------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|-------------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------|
| Stadt-region             | Fläche<br>in qkm<br>am 6.6.1961 | Einwohner<br>in 1.000<br>am 17.5.1939 | Einwohner<br>in 1.000<br>am 6.6.1961 | Einwohner<br>in 1.000<br>am 31.12.1968 | Stadt-region                                    | Fläche<br>am<br>6.6.1961 | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>17.5.1939 | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>6.6.1961 | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>31.12.1968 |
| 1 Rhei                   | 6.437,5                         | 7.031,1                               | 9.066,8                              | 9.405,1                                | 1 Fran                                          | 1.784,7                  | 1.036,8                                  | 1.474,9                                 | 1.677,0                                   |
| 2 Rhey                   | 358,1                           | 333,4                                 | 370,4                                | 384,1                                  | 2 Wies                                          | 1.044,2                  | 475,8                                    | 635,8                                   | 716,2                                     |
| 3 Aach                   | 467,0                           | 373,4                                 | 444,8                                | 472,5                                  | 3 Asch                                          | 307,5                    | 91,4                                     | 125,3                                   | 141,8                                     |
| 4 Duar                   | 155,9                           | 76,1                                  | 87,7                                 | 98,2                                   | 4 Darm                                          | 412,5                    | 180,3                                    | 240,8                                   | 265,9                                     |
| 5 Bonn                   | 615,4                           | 289,6                                 | 464,3                                | 539,9                                  | 5 Worm                                          | 141,9                    | 76,3                                     | 83,9                                    | 87,4                                      |
| 6 Hamm                   | 166,5                           | 119,0                                 | 157,9                                | 169,0                                  | 6 Mann                                          | 1.014,6                  | 659,1                                    | 802,0                                   | 872,6                                     |
| 7 Lued                   | 113,5                           | 55,5                                  | 79,3                                 | 82,6                                   | 7 Heid                                          | 368,4                    | 155,6                                    | 238,7                                   | 262,4                                     |
|                          |                                 |                                       |                                      |                                        | 8 Karl                                          | 743,3                    | 310,0                                    | 417,6                                   | 468,1                                     |
|                          |                                 |                                       |                                      |                                        | 9 Pfor                                          | 516,8                    | 156,0                                    | 195,1                                   | 220,1                                     |
|                          |                                 |                                       |                                      |                                        | 10 Heil                                         | 619,5                    | 159,1                                    | 213,6                                   | 246,0                                     |
|                          |                                 |                                       |                                      |                                        | 11 Stut                                         | 1.833,9                  | 917,3                                    | 1.469,0                                 | 1.655,4                                   |
|                          |                                 |                                       |                                      |                                        | 12 Reut                                         | 235,3                    | 84,9                                     | 133,4                                   | 153,5                                     |
|                          |                                 |                                       |                                      |                                        | 13 Goep                                         | 323,0                    | 80,8                                     | 136,7                                   | 147,9                                     |
| Summe                    | 8.314,0                         | 8.242,6                               | 10.671,2                             | 11.321,3                               | Summe                                           | 9.341,6                  | 4.383,4                                  | 6.166,8                                 | 6.914,3                                   |

Alle Angaben für Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961

Tab. 42 Wachstum und Verdichtung im Bereich der Agglomeration Rhein/Ruhr und der Stadtregionen Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart

|                                                                 | Agglomeration<br>Rhein/Ruhr | Stadtregionen Rhein/Main-<br>Rhein/Neckar-Stuttgart |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------|
| Fläche in qkm am 6.6.1961                                       | 8.314,0                     | 9.341,6                                             |
| Einwohner in 1.000 am 17.5.1939                                 | 8.242,6                     | 4.383,4                                             |
| Einwohner in 1.000 am 6.6.1961                                  | 10.671,2                    | 6.166,8                                             |
| Einwohner in 1.000 am 31.12.1968                                | 11.321,3                    | 6.914,3                                             |
| Absolute Veränderung der Einwohner 17.5.1939-6.6.1961           | 2.428,6                     | 1.783,4                                             |
| Absolute Veränderung der Einwohner 6.6.1961-31.12.1968          | 650,1                       | 747,5                                               |
| Absolute Veränderung der Einwohner 17.5.1939-31.12.1968         | 3.078,7                     | 2.530,9                                             |
| Prozentuale Veränderung der Einwohner 17.5.1939-6.6.1961        | 29,5                        | 40,7                                                |
| Prozentuale Veränderung der Einwohner 6.6.1961-31.12.1968       | 6,1                         | 12,1                                                |
| Prozentuale Veränderung der Einwohner 17.5.1939-31.12.1968      | 37,4                        | 57,7                                                |
| Einwohner pro qkm am 17.5.1939                                  | 991                         | 469                                                 |
| Einwohner pro qkm am 6.6.1961                                   | 1.284                       | 660                                                 |
| Einwohner am 31.12.1968                                         | 1.362                       | 740                                                 |
| Absolute Veränderung der Einwohner pro qkm 17.5.1939-6.6.1961   | 293                         | 191                                                 |
| Absolute Veränderung der Einwohner pro qkm 6.6.1961-31.12.1968  | 78                          | 120                                                 |
| Absolute Veränderung der Einwohner pro qkm 17.5.1939-31.12.1968 | 371                         | 271                                                 |

Alle Angaben für Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961.

Die in Tabelle 42 zusammengefaßten Ergebnisse zeigen deutlich, daß der Verdichtungsraum Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart zwar seit 1939 höhere Wachstumsraten zu verzeichnen hat als die Agglomeration Rhein/Ruhr, die Zunahme der absoluten Verdichtung ist aber erst ab 1961 ebenfalls größer. Inwieweit dies auf Strukturschwächen des Ruhrgebietes oder eher auf die Möglichkeit, daß dort bereits optimale Dimensionen überschritten sind, zurückzuführen ist, kann im Rahmen dieser Arbeit nicht beantwortet werden. In Gang gekommen und sicherlich auch weiterhin wirksam ist ein gegengewichtiger Wachstumsprozeß für beide Gebiete, doch ist auch in absehbarer Zukunft nicht damit zu rechnen, daß im Großraum Rhein/Main-Rhein/Neckar die Verdichtung und Funktionenteilung des Ruhrgebietes erreicht werden wird.

Als Problemgebiet mit relativ hoher Verdichtung muß insofern die Agglomeration Rhein/Ruhr mit den Nachbarstadregionen Rheydt/Mönchengladbach/Viersen und Aachen betrachtet werden, da hier selbst geringe Bevölkerungswachstumsraten ausreichen, die allgemein hohe Verdichtung noch beträchtlich zu erhöhen. Selbst stark wachsende große Stadregionen mit relativ geringer Verdichtung (STR München) würden die Verdichtung dieses Ballungsraumes erst in ca. 4 Jahrzehnten erreichen, wollte man den allgemeinen Trend vorbehaltlos fortschreiben. Im Bereich des Ruhrgebietes sind vor allen Dingen im Raum Köln-Bonn verstärkte Wachstums- und Verdichtungstendenzen zu beobachten. Diese südlich drängenden Wachstumskräfte des Ruhrgebietes scheinen ihren Gravitationsschwerpunkt im Frankfurter Raum gefunden zu haben, so daß ansatzweise eine allgemeine Kräfteverschiebung auf die Achse Köln-Bonn-Frankfurt-Stuttgart zu erkennen ist. Der Großraum Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart und die Stadregion München zeichnen sich nicht so sehr durch die Höhe ihrer Verdichtung als durch ihr großräumiges Wachstumspotential aus. Auf den ersten Blick scheinen sich die Wachstumskräfte der gesamten Bundesrepublik Deutschland in diesem Bereich zu konzentrieren, während für die anderen großen Stadregionen ein rein regeneratives Wachstum zu be-



obachten ist. Ausnahmen von dieser Regel sind lediglich kleinere Stadtregionen, die als Wachstumspole Entlastungsfunktionen im Bereich großer Stadtregionen (z.B. STR Lüneburg, Münster, Bonn/Siegburg, Wetzlar/Gießen, Aschaffenburg, Reutlingen, Heilbronn) beziehungsweise gleichzeitig wichtige Entlastungs- und Erschließungsfunktionen im Hinterland (z.B. STR Paderborn, Freiburg, Ingolstadt, Wolfsburg) übernommen haben.

### 3. Das Bevölkerungswachstum im Norden und Süden der Bundesrepublik Deutschland unter besonderer Berücksichtigung der verstädterten Gebiete

Bisher wurden lediglich das Wachstum der Stadtregionen eingehend und das der "Übrigen Gemeinden" pauschal betrachtet, ohne daß im einzelnen das regionale Wachstum und die Verdichtung des Hinterlandes besonders berücksichtigt werden konnte. An dieser Stelle soll lediglich eine grobe Nord-Süd-Unterteilung vorgenommen werden, um festzustellen, ob das kräftige Wachstumspotential der Stadtregionen im Süden von einem entsprechenden Wachstum des Umlandes begleitet ist oder nicht. Dabei geht es zunächst nicht darum, die Frage zu klären, ob die Nord-Süd-Wanderung der deutschen Bevölkerung stagniert, sondern lediglich um die Darstellung des Bevölkerungswachstums im Norden und Süden der Bundesrepublik Deutschland, ohne zunächst nach den Ursachen etwaiger Unterschiede zu forschen.

Zu diesem Zweck wird die Bundesrepublik Deutschland unterhalb der Stadtregionen Bonn/Siegburg, Siegen und Kassel horizontal in Norden und Süden unterteilt. Die Aufteilung wurde entlang folgender Verwaltungsgrenzen vorgenommen:

Landesgrenze Nordrhein-Westfalen/Rheinland-Pfalz, dann folgt Landesgrenze Nordrhein-Westfalen/Hessen bis Regierungsbezirk Kassel. Der Regierungsbezirk Kassel wird mit Ausnahme der kreisfreien Stadt Fulda, des Landkreises Fulda und des Landkreises Hünfeld dem Norden zugerechnet.



Tab. 43

Bevölkerungswachstum und Einwohnerdichte für Stadtregionen und "Übrige Gemeinden" im Norden und Süden der Bundesrepublik Deutschland

|                 | Stadtregionen<br>Norden | Stadtregionen<br>Süden | Übrige<br>Gemeinden<br>Norden | Übrige<br>Gemeinden<br>Süden | Bundesrepublik<br>Norden | Bundesrepublik<br>Süden | Stadtregionen | Übrige<br>Gemeinden | Bundesrepublik |
|-----------------|-------------------------|------------------------|-------------------------------|------------------------------|--------------------------|-------------------------|---------------|---------------------|----------------|
| Fläche in qkm   | 21.932,4                | 21.278,5               | 84.128,3                      | 120.642,2                    | 106.060,7                | 141.920,7               | 43.210,9      | 204.770,5           | 247.981,4      |
| Einw. 17.5.39   | 14.207,5                | 8.668,6                | 6.972,2                       | 10.399,9                     | 21.179,5                 | 19.068,5                | 22.875,9      | 17.372,1            | 40.248,0       |
| Einw. 6.6.61    | 18.533,5                | 11.867,6               | 9.956,0                       | 13.630,3                     | 28.489,5                 | 25.497,9                | 30.401,1      | 23.586,3            | 53.987,4       |
| Einw. 31.12.68  | 19.521,9                | 13.280,1               | 10.732,6                      | 14.786,9                     | 30.254,5                 | 28.067,0                | 32.802,0      | 25.519,5            | 58.321,5       |
| Δ E. 39/61      | 4.326,2                 | 3.199,0                | 2.983,8                       | 3.230,4                      | 7.310,0                  | 6.429,4                 | 7.525,2       | 6.214,2             | 13.739,4       |
| Δ E. 61/69      | 988,4                   | 1.412,5                | 776,6                         | 1.156,6                      | 1.765,0                  | 2.569,1                 | 2.400,9       | 1.929,2             | 4.334,1        |
| % E. 39/61      | 30,5                    | 36,9                   | 42,8                          | 31,1                         | 34,5                     | 33,7                    | 32,9          | 35,8                | 34,1           |
| % E. 61/69      | 5,3                     | 11,9                   | 7,8                           | 8,5                          | 6,2                      | 10,1                    | 7,9           | 8,2                 | 8,0            |
| Δ E. 39/69      | 5.314,6                 | 4.611,5                | 3.760,4                       | 4.367,0                      | 9.075,0                  | 8.998,5                 | 9.926,1       | 8.147,4             | 18.073,5       |
| % E. 39/69      | 37,4                    | 53,2                   | 53,9                          | 42,2                         | 42,9                     | 47,2                    | 43,4          | 46,9                | 44,9           |
| E./qkm 17.5.39  | 648                     | 407                    | 83                            | 86                           | 200                      | 134                     | 529           | 85                  | 162            |
| E./qkm 6.6.61   | 845                     | 558                    | 118                           | 113                          | 269                      | 180                     | 704           | 115                 | 218            |
| E./qkm 31.12.68 | 890                     | 624                    | 128                           | 123                          | 285                      | 198                     | 759           | 125                 | 235            |
| Δ E./qkm 39/61  | 197                     | 151                    | 35                            | 27                           | 69                       | 46                      | 175           | 30                  | 56             |
| Δ E./qkm 61/69  | 45                      | 66                     | 10                            | 10                           | 16                       | 18                      | 55            | 10                  | 17             |
| Δ E./qkm 39/69  | 242                     | 217                    | 45                            | 37                           | 85                       | 64                      | 230           | 45                  | 73             |

Quelle: Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, a.a.O. Alle Einwohnerangaben in 1.000.  
Die Bundesrepublik Deutschland wurde entlang der Landesgrenze von Nordrhein-Westfalen und Rheinland-Pfalz und der hessischen Landesgrenze mit Nordrhein Westfalen, wobei der Regierungsbezirk Kassel mit Ausnahme der kreisfreien Stadt Fulda, des Landkreises Fulda und des Landkreises Hünfeld dem Norden zugeschlagen wurden, in Norden und Süden unterteilt. Diese Unterteilung in Norden und Süden entspricht ziemlich genau einem horizontalen Schnitt entlang des 50,7 Breitengrades.

Die Fläche der Bundesrepublik Deutschland wird mit dieser Unterteilung zwar nicht in gleich große Gebiete (Norden: 106.060,7 qkm; Süden: 141.920,7 qkm) unterteilt, doch scheint ein anderer Schnitt wenig sinnvoll, da sonst das Ballungsgebiet Rhein/Main auseinandergerissen würde.

Für die Stadtregionen im Norden und Süden ergeben sich dagegen fast identische Grundflächen (Norden: 21.932,4 qkm; Süden: 21.278,5 qkm), die im Norden allerdings in höherer Verdichtung besiedelt werden. Die Bevölkerungsdichte der "Übrigen Gemeinden" weist im Norden und Süden keine großen Unterschiede auf, so daß sich auf Grund der größeren Siedlungsfläche des Südens im Endergebnis wieder zwei vergleichbar große Bevölkerungsgruppen

(Norden: 30,3 Mio. E. und Süden: 28,1 Mio. E. am 31.12.1968) gegenüberstehen (vgl. Tabelle 43). Damit bewohnen im Norden 64,53 % der dort ansässigen Bevölkerung Stadtregionen, die insgesamt 20,68 % der dortigen Fläche umfassen. Im Süden dagegen bewohnen nur 47,32 % der Bevölkerung Stadtregionen auf 14,99 % der Fläche.

Abb. 88 Die Unterteilung der Bundesrepublik Deutschland in Norden und Süden für Stadtregionen und "Übrige Gemeinden"



Betrachtet man auch in dieser Unterteilung die Veränderung des Bevölkerungswachstums und der Besiedlungsdichte im Zeit-

ablauf, so ist festzustellen, daß allgemein die Stadtregionen im Süden relativ stärker wachsen, diese Unterschiede aber erst seit 1961 so groß sind, daß auch ihr Beitrag zum absoluten Bevölkerungswachstum deutlich größer ist. Daraus folgt, daß im vergangenen Jahrzehnt die Stadtregionen des Südens auch eine absolut höhere Zunahme der Verdichtung erfahren haben. Im Durchschnitt ist jedoch erst ein Verdichtungs-niveau der Stadtregionen des Nordens von 1939 erreicht.

Bemerkenswert ist weiterhin, daß die Bevölkerungsdichte der "Übrigen Gemeinden" im Norden und Süden etwa gleich groß ist (Norden: 128 E./qkm am 31.12.1968; Süden: 123 E./qkm am 31.12.1968). Allerdings ist die Fläche und damit die Zahl der Einwohner dieses Gebietes im Süden größer als im Norden.

Während die Bevölkerung der "Übrigen Gemeinden" des Nordens von 1939-1961 noch deutlich schneller wuchs als im Süden (Norden: +42,8 %; Süden: +31,1 %), hat der Süden auch in diesem Bereich den Norden im Verlauf des letzten Jahrzehnts (1961-1969) überflügelt (Norden: +7,8 %; Süden: +8,5 %).

Relativ gesehen kann man damit für die Zeit 1939-1961 von einem ausgewogenen Wachstum für den Norden und Süden der Bundesrepublik Deutschland sprechen (Norden: +33,7 %; Süden: +32,9 %), nicht dagegen auch für den Zeitraum von 1961-1969 (Norden: +6,2 %; Süden: +10,1 %).

Absolut gesehen hat sich sowohl im Norden wie im Süden die Bevölkerung von 1939-1969 um jeweils 9 Mio. Einwohner erhöht. Das Gleichgewicht zwischen Norden und Süden hat sich also trotz umfangreicher Binnenwanderungen und unterschiedlicher Ausenzuwanderungen im Verlauf der letzten 3 Jahrzehnte kaum verändert. Für zukünftige Prognosen ist zu berücksichtigen, daß in den letzten Jahren sowohl die Stadtregionen als auch die "Übrigen Gemeinden" des Südens stärker wachsen. Wenn auch manchen Beobachtern der Zenit der Nord-Süd-Binnenwanderung überschritten scheint, so hat alleine die vergangene Zuwande-

rung ausländischer Arbeitskräfte eine große Wirkung auf das Nord-Süd-Gefälle der Wachstumsraten genommen. Dieser Einfluß wird selbst bei momentan bestehenden Außenwanderungsdefiziten durch die im Inland verbliebenen Ausländer, die einen hohen Geburtenüberschuß aufweisen, weiter wirksam sein.

Allgemein ist zu erwarten, daß sich vor allen Dingen das Wachstum der Stadtregionen im Süden verstärkt fortsetzt. Dennoch werden auch in absehbarer Zeit noch nicht annähernd ebenso viele Einwohner in Stadtregionen des Südens wie in Stadtregionen des Nordens wohnen. Eine genauere Prognose kann aber erst nach Auswertung der neuesten Bevölkerungsprognose<sup>1</sup> unter besonderer Berücksichtigung der regionalen Verteilung des Zustroms ausländischer Arbeitskräfte erstellt werden. Gerade aber Bevölkerungsprognosen sind zur Zeit wegen der Unsicherheit über das weitere generative Verhalten der Bevölkerung kaum zu verwerten.

#### E. Das Bevölkerungswachstum und die Größenklassenstruktur der Stadtregionen im Raum

Im Vordergrund der zunächst wieder theoretischen Überlegungen zur Bedeutung der Größenklassenstruktur von Stadtregionen steht die Frage, inwieweit neben der reinen Bevölkerungsgröße einer Stadtregion auch die umgebenden Stadtregionen einen Einfluß auf das Bevölkerungswachstum des jeweiligen Ballungsraumes nehmen. Letzten Endes soll geklärt werden, wie weitere Wachstums- und Verstädterungstendenzen zentralörtlicher Systeme beurteilt werden können. Nach der eingehenden Analyse des regionalen Wachstums der Stadtregionen wird versucht werden, den unmittelbar räumlich auftretenden Wachstumsverbund durch Berechnung sogenannter räumlicher Wachstumsraten der städtischen Bevölkerung zu quantifizieren und

---

<sup>1</sup> Voraussichtliche Bevölkerungsentwicklung bis 1985, in: Wirtschaft und Statistik, 11/71, S. 607 ff.

in seiner eigentlichen Bedeutung für lokale Konzentrations- und Verstädterungstendenzen zu erfassen.

1. Bevölkerungswachstum und Größenklassenstruktur der Stadtregionen und ihrer Umgebungspotentiale

Allgemein kann man davon ausgehen, daß das von der durchschnittlichen Bevölkerungsentwicklung abweichende Wachstum einer Stadtregion u.a. eine Funktion gemeindeinterner und gemeindeexterner Agglomerationsvorteile ist. Je stärker das Wachstum einer Stadtregion ist, desto weitere Entfernungen haben die Zuwandernden in der Regel zu überwinden. Insofern spielt für das Wachstum und die Wachstumsmöglichkeiten einer Stadtregion der Umstand eine große Rolle, ob diese Stadt in einem verdichteten Umland liegt oder nicht. Gerade deshalb wird auch im Rahmen dieser Untersuchung dem Umgebungspotential eine so besondere Bedeutung zugemessen.

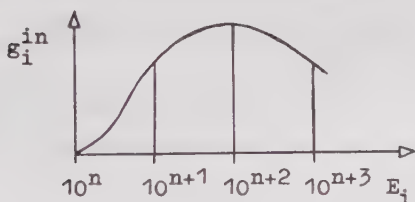
Schon in Zusammenhang mit Rang-Größe-Untersuchungen für Stadtregionen wurde auf die Bedeutung des Umgebungspotentials hingewiesen. Diese Überlegungen sollen hier wiederaufgenommen werden, indem auf einfache Weise versucht wird, eine Antwort auf die Frage zu geben, welcher theoretische Zusammenhang zwischen Größe, Umgebungspotential und Wachstumsrate einer Stadtregion unter gewissen Annahmen besteht.

Zunächst sei postuliert, daß die Bevölkerungswachstumsrate einer Stadtregion mit zunehmender absoluter Größe zunächst überproportional, dann unterproportional zunimmt, um schließlich bei relativ hohen Größenklassen sogar wieder abzunehmen.

Unterstellt man also einen "ertragsgesetzlichen Verlauf" dieser Beziehungen, so entspricht dies der Annahme, daß kleine Stadtregionen zunächst ein relativ starkes Ansteigen ihrer Wachstumsraten zu verzeichnen haben, indem sie in expansive Größenklassen hineinwachsen. Schließlich sei es typisch für Großagglomerationen, daß diese geringere Wachstumsraten

als mittlere Stadtr egionen aufweisen und bei Überdimensionierung möglicherweise kaum noch wachsen (vgl. Abbildung 89).

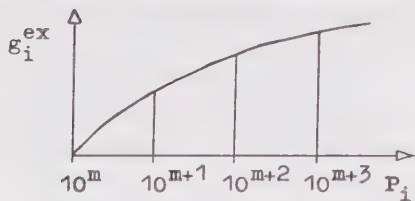
Abb. 89 Größenklasse und Bevölkerungswachstumsrate von Stadtr egionen



- $E_i$  = Bevölkerung der Stadtr egion  $i$   
 $g_i^{\text{in}}$  = Bevölkerungswachstumsrate der Stadtr egion  $i$  in Abhängigkeit gemeindeinterner Agglomerationsvorteile  
 $n$  = numerischer Wert, der empirisch zu bestimmen ist.

Andererseits wird unterstellt, daß ein Zusammenhang zwischen dem Umgebungspotential  $P_i$  und der Bevölkerungswachstumsrate auf Grund gemeindeexterner Agglomerationsvorteile  $g_i^{\text{ex}}$  besteht und zwar in der Regel so, daß hohe Wachstumsraten mit hohen Umgebungspotentialen korreliert sind, die Zunahme des Umgebungspotentials aber nur in einer unterproportionalen Erhöhung der Wachstumsrate resultiert und damit lediglich eine günstige Voraussetzung für hohe Wachstumsraten einer Stadtr egion darstellt (vgl. Abbildung 90). Diese Annahme scheint deshalb realistisch, weil bei einem höher verdichteten Stadtr egionenumland die Zuwandernden, die ja letztlich hohe Wachstumsraten bewirken, geringere Entfernungen zu überbrücken haben.

Abb. 90 Umgebungspotential und Bevölkerungswachstumsraten von Stadtr egionen



- $P_i$  = Umgebungspotential der Stadtr egion  $i$   
 $g_i^{\text{ex}}$  = Bevölkerungswachstumsrate der Stadtr egion  $i$  in Abhängigkeit gemeindeexterner Agglomerationsvorteile

$E_j$  = Bevölkerung der umliegenden Stadtr egion  $j$

$d_{ij}$  = einfache Entfernung zwischen den Stadtr egionen  $i$  und  $j$

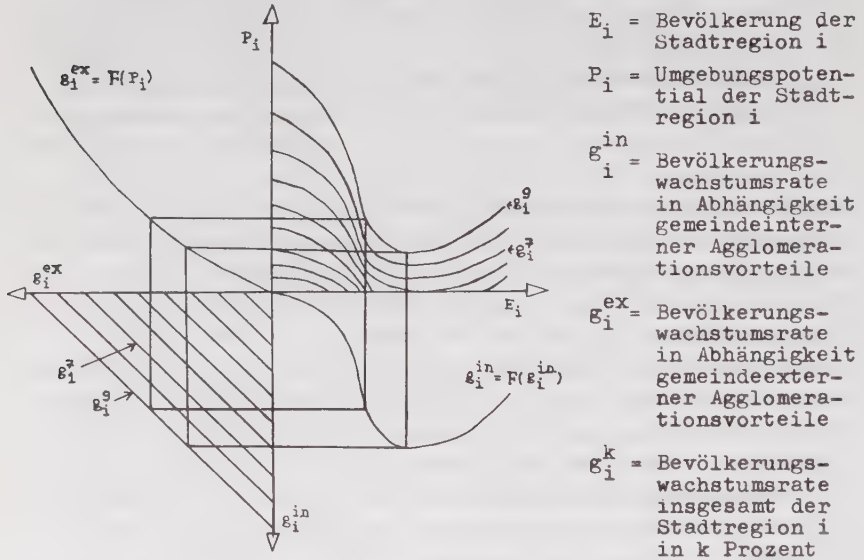
$\alpha$  = Gewichtungsfaktor für die Entfernungsempfindlichkeit

wobei 
$$P_i = \sum_{j=1}^n (E_j / d_{ij}^\alpha)$$



Unterstellt man zunächst der Einfachheit halber, daß diese beiden Wachstumsraten additiv verknüpfbar sind, so kann man die beiden Abbildungen in einem gemeinsamen Schaubild zusammenfassen (vgl. Abbildung 91) und die Ergebnisse folgendermaßen interpretieren.

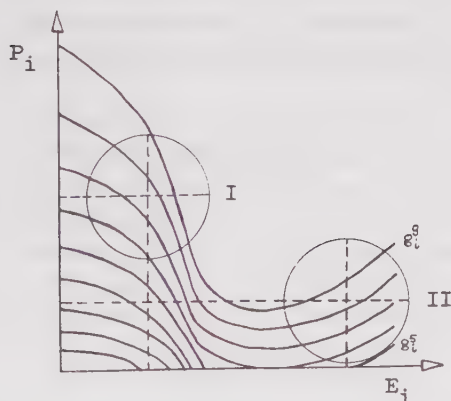
Abb. 91 Größensklasse, Umgebungspotential und Bevölkerungswachstumsrate von Stadtregionen



Wie sich zeigt, weisen Stadtregionen gleicher Größe, aber mit unterschiedlichen Umgebungspotentialen, auch unterschiedliche Wachstumsraten auf. In der Regel besitzen Stadtregionen mit hohem Umgebungspotential hohe Wachstumsraten (vertikaler Schnitt in der  $P_i/E_i$ -Ebene). Die Bedeutung des Umgebungspotentials für das Wachstum einer Stadtregion kann bis zu einem gewissen Grad durch eine günstigere Größensklasse substituiert werden. In der Regel kommt dem Umgebungspotential in diesem Modell aber eine größere Bedeutung zu als der reinen Einwohnergröße (vgl. horizontalen Schnitt durch die  $P_i/E_i$ -Ebene).

Diese Überlegungen verdeutlichen, daß bereits einfache Annahmen es als wahrscheinlich erscheinen lassen, daß hohe Wachstumsraten von Stadtregionen in engem räumlichen Verbund auftreten, so daß durch Bevölkerungswachstum ein ursprünglich statisches System zentraler Orte sich in Richtung eines verdichteten Landschaftsstruktursystems verändern wird. Gerade aber dieser enge räumliche Wachstumsverbund ist in aller Deutlichkeit für die Stadtregionen der Bundesrepublik zu erkennen. Den Stadtregionen der Gruppen I und II in Abbildung 92 werden deshalb auch für die Zukunft verstärkte Wachstumschancen zugesprochen.

Abb. 92      Einfluß von Umgebungspotential und Größenklasse auf das Wachstum von Stadtregionen



Für die Bundesrepublik Deutschland können der Gruppe I folgende Stadtregionen zugerechnet werden:

|               |                |               |
|---------------|----------------|---------------|
| Bonn/Siegburg | Heilbronn      | Aschaffenburg |
| Karlsruhe     | Pforzheim      | Ingolstadt    |
| Augsburg      | Gießen/Wetzlar | Paderborn     |
| Münster       | Reutlingen     | Düren         |
| Darmstadt     |                |               |

Beispiele für Stadtregionen des Sektors II sind:

|                     |                                  |
|---------------------|----------------------------------|
| Frankfurt/Offenbach | Mannheim/Ludwigshafen/Heidelberg |
| Wiesbaden/Mainz     | Stuttgart/Göppingen              |

Auch die Stadtregionen des Sektors II haben ein deutlich größeres Umgebungspotential, als es ihrer bisherigen Größe entspricht. Ihre Stellung im Zentrale-Orte-System ist also "günstiger" als für ihre tatsächliche Größe eigentlich vorgesehen. Folgt man dem Grundgedanken der Zentrale-Orte-Theorie, so werden diese Stadtregionen verstärkt wachsen, um ihre Stellung im Gesamtsystem auszufüllen. Lediglich die Stadtregion München nimmt auch in diesem theoretischen Landschaftsmodell eine Sonderstellung ein.

Auch wenn man unterstellt, daß die Wachstumsraten  $g_i^{\text{in}}$  und  $g_i^{\text{ex}}$  nicht in einfacher Weise additiv verknüpft werden können, sondern in einem ausgewogenen Verhältnis zueinanderstehen<sup>1</sup>, werden die bisherigen Aussagen nur geringfügig modifiziert, da der Kurvenverlauf im  $P_i/E_i$ -Quadranten bei entsprechenden Annahmen dann lediglich weniger große Ausschläge aufweist.

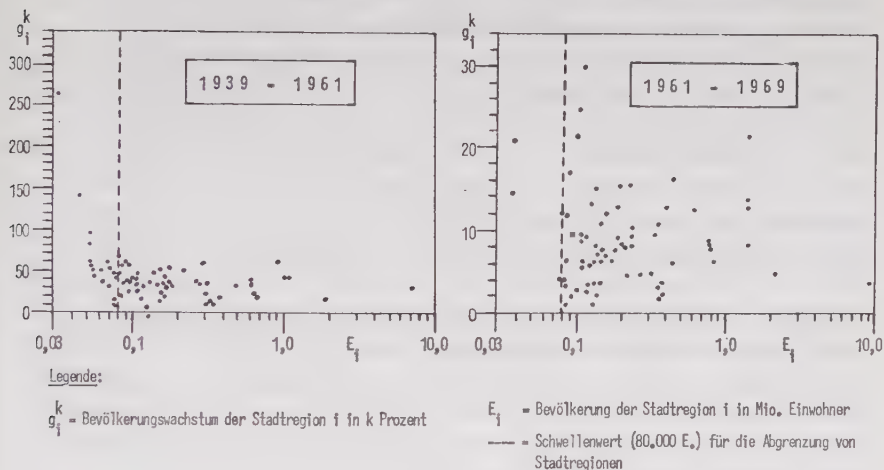
Theoretische Überlegungen zu Zentrale-Orte-Systemen führten zu dem Schluß, daß im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Raum allgemein das größte Bevölkerungswachstum zu erwarten ist. Die folgenden Erläuterungen sollen darauf hinweisen, daß den für Stadtregionen berechneten Umgebungspotentialen besondere Bedeutung zukommt. Da Bevölkerungswachstumsraten von Städten in der Regel im Wachstumsverbund auftreten, gilt für ein langgestrecktes Zentrale-Orte-Land, daß sich eine Verdichtungsachse ergeben wird, die dazu führt, daß sich entsprechende Wachstumsraten ebenfalls bandförmig im Land verbreiten. Das höchste Wachstumsniveau wird in engem räumlichen Verbund in der Gravitationsmitte der Städte-Landschaft erreicht.

Überprüft man diese theoretischen Überlegungen zur Größenklassenstruktur der Stadtregionen anhand der empirischen Be-

---

<sup>1</sup> Bei nicht additiver Verknüpfung der Wachstumsraten befinden sich beispielsweise im  $g_i^{\text{in}}/g_i^{\text{ex}}$ -Quadranten der Abbildung 91 konvexe Verbindungslinien.

Abb. 93 GröÙenklasse und Bevölkerungswachstum der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland für die Jahre 1939-1961 und 1961-1969



funde für die Bundesrepublik Deutschland (vgl. Abbildung 93), so zeigt sich, daß der Streubereich der Wachstumsraten auch bei Berücksichtigung spezifischer GröÙenklassen so erheblich ist, daß der erwartete Funktionsverlauf (s-förmig) nicht bestätigt wird. Dabei ist zu beachten, daß der Definitionsbereich einer entsprechenden Funktion erst ab dem Schwellenwert für Stadtregionen (80.000 E.) gegeben ist, da sonst eine willkürliche Auswahl der Grundgesamtheit getroffen würde. Der hier zur Verfügung stehende Zeitraum von 30 Jahren ist aber zur Identifizierung einer derartigen GröÙenklassenfunktion sicher unzureichend, da Stadtwachstumsprozesse wohl nur in sehr langfristiger Betrachtung untersucht werden können.

## 2. Die Abgrenzung des Einflußbereichs von Stadtregionen

Um die Bedeutung unterschiedlicher struktureller Kennziffern und GröÙenklassen der Stadtregionen in ihrer allgemeinen Interdependenz erfassen zu können, sollte, wie schon oft gefordert, die räumliche Lage der Stadtregionen unbedingt berücksichtigt

werden. Da eine reine Entfernungsmatrix in dieser Hinsicht nur eine relativ geringe Aussagekraft besitzt, wurden, um die Größe der einzelnen Stadtregionen in ihrem räumlichen Bezug zu erfassen, sogenannte Potentiale berechnet. Die Berechnungen, die bereits in Zusammenhang mit den Rang-Größe-Untersuchungen vorgenommen wurden<sup>1</sup>, sollen hier dazu verwendet werden, weitere Bestimmungsgründe unterschiedlichen Bevölkerungswachstums zu ermitteln. Zuvor wird aber noch kurz auf eine Möglichkeit hingewiesen, wie mit Hilfe eines Potentialansatzes die Einflußgebiete der Stadtregionen im Sinne zentraler Orte abgegrenzt werden können.

Bei der Anwendung von Gravitations- und Potentialmodellen<sup>2</sup> liegt der Versuch vor, den Grundgedanken des Gravitationsgesetzes von Newton auf Raumwirtschaftsbeziehungen zu übertragen. Dieses Gesetz sollte nicht ohne weiteres in direkter Form auf Bevölkerung und Wirtschaft übertragen werden, da sonst sozio-ökonomische Zusammenhänge "physikalisch" erklärt würden. Konsequenterweise entzündete sich an dieser Frage eine umfangreiche Diskussion über die geeignete Höhe des Exponentialkoeffizienten für die Entfernung. Die zahlreichen empirischen Untersuchungen<sup>3</sup> kamen zu keinen einheitlichen Ergebnissen. Je nach Wirtschaftsraum und Untersuchungsgegenstand wurden Exponenten zwischen  $\alpha=1$  und  $\alpha=3$  ermittelt.

---

1 Vgl. Tabellen A 10-18 des Statistischen Anhangs.

2 Vgl. ZIPF, K.: The  $P_1 \cdot P_2 / D$  Hypothesis on the Intercity Movement of Persons, in: American Sociological Review, 1946 (11), S. 677-686.

CARROTHERS, G.A.P.: An Historical Review of the Gravity and Potential Concepts of Human Interactions, in: Journal of the American Institute of Planners, 1956 (22), S. 94-102.

ISARD, W.; BRAMHALL, D.F.: Gravity, Potential, and Spatial Interaction Models, in: ISARD, W. et al.: Methods of Regional Analysis - An Introduction to Regional Science, Cambridge (Mass.), 1960, 7. Aufl. 1971, S. 493-568.

3 Vgl. Zusammenfassung der empirischen Ergebnisse in:

ISARD, W.; BRAMHALL, D.: Gravity, Potential, and Spatial Interaction Models, a.a.O., S. 508 ff.

CAROLL, J.D.: Spatial Interaction and the Urban-Metropolitan Regional Description, in: Papers and Proceedings of the Regional Science Association, 1954 (1), S. 1-9.

Eine erste einfache Möglichkeit, den Potentialansatz in den Dienst der Theorie der zentralen Orte zu stellen, ist in dem von MEINKE<sup>1</sup> vorgenommenen Versuch zu sehen, die Einflußsphären der 26 größten Städte der Bundesrepublik Deutschland zu bestimmen. Dabei wird gänzlich auf die komplizierten Potentialberechnungen mit Hilfe großer Entfernungsmatrizes verzichtet, indem lediglich sogenannte Intensitätspotentiale<sup>2</sup> für einzelne Standorte bestimmt werden.

Wie bereits ausführlich abgeleitet wurde, haben spezifische Bevölkerungsschwellenwerte und Versorgungsreichweiten entscheidende Bedeutung für die Größe von zentralen Orten und die räumliche Grundstruktur einer Wirtschaftslandschaft. Entscheidend für die Größe und Bedeutung tertiärer Zentren ist die Bereitschaft der Konsumenten, bis zu einer maximalen Distanz Entfernungen zurückzulegen, um gewisse Dienstleistungen in Anspruch zu nehmen. Diese maximalen Entfernungen begrenzen den Absatzbereich von zentralen Orten. Auf der anderen Seite können Güter und Dienstleistungen nicht allerorten produziert und angeboten werden, da jeweils eine gewisse Mindestnachfrage erschlossen werden muß. Hieraus folgt ein hierarchisch und räumlich wohlgeordnetes System zentraler Orte, das hinlänglich beschrieben wurde.

MEINKE versucht, auf möglichst einfache Weise entsprechende großstädtische Einflußbereiche abzugrenzen. In seinen Augen erfaßt die Beschäftigung der Kreditinstitute und des Versicherungsgewerbes in Großstädten am besten die zentralen Funktionen als übergeordnete tertiäre Zentren. Entsprechende Daten<sup>3</sup> für 26 Großstädte der Bundesrepublik Deutschland werden der Arbeitsstättenzählung von 1961 entnommen.

1 MEINKE, D.: Das Gravitations- und Potentialkonzept als Abgrenzungsmethode großstädtischer Einflußbereiche, in: Zeitschrift für Nationalökonomie und Statistik, 1971 (31), S. 453-473.

2 Gemeint ist das "demographic potential" von STEWART.

STEWART, J.Q.: Demographic Gravitation - Evidence and Applications, in: Sociometry, 1948 (11).

3 Vgl. Statistisches Jahrbuch Deutscher Gemeinden, 1963 (51), S. 450 ff.



Als Intensitätspotential  ${}_jI_i$  wird die auf eine Einheit der Masse  $j$  gerichtete Anziehungsintensität am Ort  $j$  bezeichnet, die durch die Masse  $i$  am Ort  $i$  hervorgerufen wurde.

$${}_jI_i = m_i / d_{ij}^{\alpha}$$

wobei  $I$  = Intensitätspotential bzw. Anziehungsintensität  
 $m$  = Masse  
 $d$  = Entfernung  
 $\alpha$  = Entfernungsempfindlichkeit

Zur Bestimmung der Einflußbereiche der Großstädte wurden verschiedene Exponenten ( $\alpha=2$  und  $\alpha=3$ ) getestet, doch führt lediglich  $\alpha=3$  zu einer realistischen Abgrenzung, die Plausibilitätsüberlegungen standhält.

Soll das Intensitätspotential zwischen einer Großstadt und einem Ort ihres Einflußbereichs graphisch dargestellt werden, so ist hervorzuheben, daß alle Punkte gleicher Intensität die gleiche Entfernung vom Mittelpunkt der Großstadt besitzen und daher auf einem Kreis mit dem Radius  $e_{ij}$  liegen. Für vorgegebene Intensitätspotentiale kann man also bei  $\alpha=3$  schreiben:

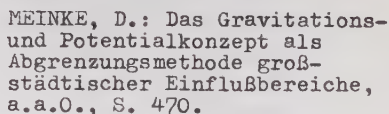
$$e_{ij} = \sqrt[3]{m_i / {}_jI_i}$$

Bei Vorgabe gewisser Intensitätsbeziehungen ( ${}_jI_i$ ) kann also über die tatsächliche tertiäre Beschäftigung in der Großstadt  $i$  die maximale Entfernung ( $e_{ij}$ ) berechnet werden, die Nachfrager noch bereit sind zu überbrücken, um gewisse Dienstleistungen in Anspruch zu nehmen; durch Verbindung der Schnittpunkte der Kreislinien gleicher Verflechtungsintensität können dann die Grenzen zwischen den Einflußbereichen der Großstädte gezogen werden.

Für die Bundesrepublik Deutschland werden zunächst für die in die Untersuchung aufgenommenen 26 Großstädte in Abbildung 94 Ringe gleichen Intensitätspotentials für  ${}_jI_i=30$  dargestellt.

Abb. 94

MEINKE, D.: Das Gravitations-  
und Potentialkonzept als  
Abgrenzungsmethode groß-  
städtischer Einflußbereiche,  
a.a.O., S. 470.



Die Anziehungskraft der einzelnen Großstädte auf die auf den einzelnen Ringen beheimateten Wirtschaftssubjekte ist also gleichgroß. So könnte dies beispielsweise bedeuten, daß die wirtschaftlichen Beziehungen dieses ganz bestimmten Intensitätsgrads zwischen Koblenz und dem Rhein-Ruhr-Gebiet ungefähr so stark sind wie zwischen Koblenz und dem Rhein-Main-Gebiet. Deutlich zu sehen ist, daß mit der Zunahme der Zentralität der einzelnen Orte auch die Einzugsbereiche wachsen.

Durch Vorgabe weiterer Intensitätspotentiale ( $jI_i$ ) lassen sich nun flächenabdeckend die Grenzgürtel der Großstadteinflußgebiete bei einer Entfernungsempfindlichkeit von  $\alpha=3$  bestimmen.

Abb. 95 Großstadt-Einflußbereiche des Bundesgebietes



Quelle:

MEINKE, D.: Das Gravitations- und Potentialkonzept als Abgrenzungsmethode großstädtischer Einflußbereiche, a.a.O., S. 471.

Mit Hilfe dieses Potentialmodells, für das keine Entfernungsmatrix benötigt wird, lassen sich somit auf einfache Weise Großstadt-Einflußgebiete abgrenzen, die deutlich eine zentral-örtliche Grundstruktur erkennen lassen. Selbstverständlich sind die in Abbildung 95 ausgewiesenen Grenzen nur als Annäherungen zu betrachten, da weitere wichtige, die Zentralität eines Ortes beeinflussenden Faktoren - z.B. tatsächliche Versorgungsbevölkerung, Topographie, Verkehrswege und historische Momente - vernachlässigt wurden. Immerhin gibt diese Abgrenzung der Einflußgebiete eine Vorstellung davon, welches Gesamtgebiet eine Großstadt jeweils zu versorgen hat, und welche Wachstumsimpulse aus diesem Gebiet zu erwarten sind.

### 3. Das Bevölkerungswachstum der Stadtregionen unter Gravitationsgesichtspunkten - Die regionale Verteilung der Potentiale und daraus abgeleitete raumbezogene Wachstumsraten

Ein weitergehender Ansatz, der explizit die zu versorgende Bevölkerung berücksichtigt, wird sich nicht mit diesen unmittelbaren Einflüßbereichen der Großstädte begnügen können, sondern in entsprechender Gewichtung alle Stadtregionen des Staatsgebietes einbeziehen, da Impulse auf das unterschiedliche Wachstum der Stadtregionen aus dem gesamten Bundesgebiet zu erwarten sind und auch nicht auf den tertiären Bereich beschränkt sind.

Im Verlauf der Untersuchung werden folgende 6 Grundtypen von Potentialen einbezogen, für die eine entsprechende Entfernungsmatrix<sup>1</sup> der 69 Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland erstellt wurde.

#### Standortpotentiale:

$$P_i^1 = E_i \cdot \sum_{j=1}^{69} (E_j / d_{ij})$$

$$P_i^2 = E_i \cdot \sum_{j=1}^{69} (E_j / d_{ij}^2)$$

$$P_i^5 = E_i \cdot \sum_{j=1}^{69} (E_j / \sqrt{d_{ij}})$$

#### Umgebungspotentiale:

$$P_i^3 = \sum_{j=1}^{69} (E_j / d_{ij})$$

$$P_i^4 = \sum_{j=1}^{69} (E_j / d_{ij}^2)$$

$$P_i^6 = \sum_{j=1}^{69} (E_j / \sqrt{d_{ij}})$$

#### Bezeichnungen:

$P_i^k$  = Potential k der Stadt i

$d_{ij}$  = einfache Entfernung in Straßenkilometern von Stadt i nach Stadt j (wobei  $i \neq j$ )

$E_i$  = Bevölkerung der Stadt i, für die das Potential bestimmt wird.

$E_j$  = Bevölkerung der Stadt j in der Umgebung der Stadt i

<sup>1</sup> Vgl. Tabelle A 3 des Statistischen Anhangs.

Vorangegangene theoretische Überlegungen zu Zentrale-Orte-Systemen lassen es interessant erscheinen festzustellen, wo sich in der Bundesrepublik Deutschland das höchste Potential bzw. das höchste Umgebungspotential befindet. Untersucht wird auch, ob ein "engerer" Zusammenhang zwischen Bevölkerungswachstum und Potentialwerten der Stadtregionen ermittelt werden kann, als es für reine Einwohnergrößenklassen möglich war. Damit soll nicht zuletzt versucht werden zu klären, welche Bedeutung die räumliche Lage für Stadtregionen im Verhältnis zu ihrer eigenen Größe und der umliegenden Stadtregionen hat.

Weiterhin werden durch Ermittlung der relativen Veränderung der Potentiale sogenannte raumbezogene Wachstumsraten für Stadtregionen berechnet, die im besonderen Maß berücksichtigen, wie die Stadtregionen im räumlichen Verbund mit den übrigen Stadtregionen wachsen. Für eine spezielle Stadtregion wird also nicht nur das eigene Bevölkerungswachstum, sondern auch das Wachstum aller umliegenden Stadtregionen, mit entsprechender Entfernungsempfindlichkeit gewichtet, berücksichtigt.

Die ausgesprochen aufwendige Berechnung der Potentiale<sup>1</sup> wurde vorgenommen, weil zu vermuten ist, daß ein engerer Zusammenhang zwischen Wachstumsrate und Größenklasse einer Stadtregion hergestellt werden kann, wenn die räumliche Lage der einzelnen Stadtregion in entsprechender Gewichtung berücksichtigt wird. Für die reine Einwohnergröße und das relative Bevölkerungswachstum konnte kein direkter Zusammenhang ermittelt werden, wie Abbildung 93 und Tabelle A 20 im Statistischen Anhang für die entsprechenden Korrelationskoeffizienten zeigen. Als Ursache kann aber nicht nur ein reines Größenklassen-

---

<sup>1</sup> Die Berechnung der Potentiale wurde auf einer TR 440 des Leibniz-Rechenzentrum der Bayerischen Akademie der Wissenschaften vorgenommen.

problem angeführt werden, wie schon ein Blick auf die Landkarte beweist. Das Wachstum der Stadtregionen tritt vielmehr in nahezu gleicher Intensität über alle Größenklassen verstreut in engem räumlichen Verbund auf, der nur durch einen Potentialansatz berücksichtigt werden kann. Die Erwartungen allerdings, daß Potentialwerte der Stadtregionen deutlich enger mit dem entsprechenden Bevölkerungswachstum korreliert sein würden, konnten nicht bestätigt werden (vgl. Korrelationsmatrizes der Tabelle A 20 im Statistischen Anhang). Zumindest für die Bundesrepublik Deutschland sind also Potentialwerte zur Erklärung des absoluten oder relativen Bevölkerungswachstums der Städte nur von bescheidenem Wert. Da Potentiale mit der geringsten Entfernungsempfindlichkeit die besten Ergebnisse brachten, kann man in diesem Zusammenhang eigentlich auch auf sie verzichten.

Der eigentliche Wert der Berechnung von Potentialen für die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland ist aber in der Erfassung raumbezogener Wachstumsraten und der Ermittlung sogenannter Umgebungspotentiale zu sehen.

Bevor dieser Wachstumsverbund der Stadtregionen näher erläutert wird, sei zunächst die Ausgangssituation geschildert. Wie schon in den Ausführungen zur Rang-Größe-Ordnung der Stadtregionen ausgeführt wurde, sind für einzelne Stadtregionen erhebliche Abweichungen für Einwohner- und Potentialrelationen (vgl. Abbildung 78) festgestellt worden. Daraus wurde für einzelne extreme Beispiele auf eine Unter- bzw. Überdimensionierung geschlossen, aus der wiederum für die Zukunft mögliche Wachstumschancen abgeleitet werden können. In Abbildung 79 wurde daraufhin der räumliche Gesamtzusammenhang der abweichenden Einwohner- und Potentialrelationen kartographisch dargestellt. Für diese Darstellung wurde das Potential des Typs 2 gewählt; bei größerer Entfernungsempfindlichkeit werden nahe Stadtregionen stärker gewichtet. Außerdem wurden die Werte normiert ( $E_m/E_N$  bzw.  $P_m^2/P_N^2$ ), um eine direkte Vergleichbarkeit zu ge-



währleisten. Es zeigte sich, daß im Bereich der zusammengefaßten Stadtregion Rhein/Main ein besonders hoher relativer Potentialüberschuß zu beobachten ist. Diese Stadtregionen befinden sich also in einem - gemessen an ihrer Einwohnergröße - außerordentlich starken Gravitationsfeld. Eine genau entgegengesetzte Feststellung ist dagegen für die Stadtregionen Hamburg, München, Nürnberg und Saarbrücken zu treffen. Einige weitere deutlich ins Auge fallende Abweichungen (z.B. STR Rhey) beruhen möglicherweise auf einer immer noch ungenügenden Abgrenzung zusammenhängender Ballungsgebiete. Zumindest also für das Rhein-Main-Gebiet kann bei Berücksichtigung des gesamten Gravitationsfeldes von einer gewissen Unterdimensionierung der dort befindlichen Stadtregionen gesprochen werden, so daß hier verstärkte Wachstumstendenzen erwartet werden.

Aus der Veränderung der Potentiale im Zeitablauf kann wiederum auf raumbezogene Wachstumsraten der Stadtregionen geschlossen werden. Damit ist allerdings nicht gemeint, daß die flächenmäßige Ausdehnung der Städte im Sinne der Verstädterung erfaßt werden soll, sondern daß das Wachstum der übrigen Stadtregionen des Umfeldes in seinem Einfluß auf das Wachstum einer einzelnen Stadtregion in geeigneter Gewichtung berücksichtigt werden soll. Die Interpretation dieser räumlichen Wachstumsraten sollte nur in direktem Vergleich mit den tatsächlichen Bevölkerungswachstumsraten vorgenommen werden<sup>1</sup>. Der Vorteil dieser Trennung ist darin zu sehen, daß für jede Stadtregion das Wachstum der städtischen Bevölkerung insgesamt in seinem räumlichen Verbund mit anderen Stadtregionen durch einen numerischen Wert erfaßt wird.

---

<sup>1</sup> Da die sogenannten Standortpotentiale (Potential 1, 2 und 5) im Grunde aus der Quadrierung der Bevölkerungszahlen hervorgegangen sind, müssen entsprechende Wachstumsraten auf die einfache Form reduziert werden, damit sie mit den einfachen Bevölkerungswachstumsraten verglichen werden können.

Wie schon die regionale Verteilung des Bevölkerungswachstums der Stadtregionen deutlich zeigte, treten hohe Wachstumsraten in engem räumlichen Verbund entlang der Verdichtungsachse Rhein/Main-Rhein/Neckar-Stuttgart-München auf. Die Berechnung der raumbezogenen Wachstumsraten zeigt mit aller Deutlichkeit, daß mit wenigen Ausnahmen nahezu alle hohen Werte im süddeutschen Raum zu finden sind<sup>1</sup>.

Durch die Berechnung sogenannter Umgebungspotentiale kann direkt erfaßt werden, inwieweit die einzelnen Stadtregionen im Einflußbereich städtischer Bevölkerung liegen<sup>2</sup>. Aus den aufgeschlüsselten Potentialberechnungen für die einzelnen Stadtregionen<sup>3</sup> kann man dabei genau ersehen, welchen Beitrag die umliegenden Stadtregionen einzeln zum Potentialwert einer Stadtregion leisten. Aus Platzmangel konnten im Statistischen Anhang lediglich 2 Beispielsberechnungen für die Stadtregionen Frankfurt/Offenbach und Heilbronn aufgenommen werden. Sie stehen stellvertretend für Stadtregionen als Wachstumspol und expansiver zentraler Ort mittlerer Größe.

Aus der absoluten und relativen Veränderung dieser Werte kann wiederum auf die Dynamik der Bevölkerungsentwicklung umliegenden Stadtregionen geschlossen werden. Für die Bundesrepublik lassen sich aus diesen Berechnungen einige interessante Beobachtungen ableiten. Nimmt man an, daß die Wechselwirkungen der Stadtregionen untereinander relativ schnell abnehmen, so liegt im Bereich der Stadtregion Darmstadt das höchste Umgebungspotential<sup>4</sup>. Folgt man der Theorie der zentralen Orte, so müßte sich an dieser Stelle unter Vernachlässigung aller

---

1 Vgl. Tabelle A 16 des Statistischen Anhangs.

2 Vgl. Tabellen A 12, 13 und 15 für die Potentiale 3, 4 und 6.

3 Vgl. Tabellen A 17 und 18 des Statistischen Anhangs.

4 Vgl. beispielsweise den entsprechenden Wert für Potential 4 der Stadtregion Darmstadt in Tabelle A 13 des Statistischen Anhangs.

Externalitäten der zentralen Orte höchster Ordnung befinden. Insgesamt mag es also nicht mehr überraschen, daß im Raum Rhein/Main-Rhein/Neckar seit dem Ende des 2. Weltkriegs ein so kräftiges Wachstumspotential wirksam ist. Die Neuordnung des Staatsgebietes und die damit verbundene Neuorientierung der zentralen Orte hat dazu geführt, daß sämtliche Stadtregionen, deren Umgebungspotential sich deutlich überproportional verändert hat, in Süddeutschland liegen; dies ist auf einen deutlichen Nachholbedarf der durchschnittlichen Verstädterung zurückzuführen, der durchaus in Einklang mit der von CHRISTALLER ermittelten zentralörtlichen Grundstruktur steht. Vielleicht beobachten wir heute im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebiet das Heranwachsen einer weiteren Großagglomeration im Wirtschaftsgebiet der Bundesrepublik Deutschland.

VI. Städtehierarchien und Raumstrukturen - Zusammenfassung der theoretischen und empirischen Ergebnisse und ihre raumordnungspolitische Relevanz für die Bundesrepublik Deutschland

Die Raumwirtschaftstheorie ist bisher nicht in der Lage, Ober- und Untergrenzen von optimal dimensionierten Agglomerationen zu bestimmen oder gar eine optimale Raumstruktur abzuleiten. Unter ökonomischen Gesichtspunkten ist deshalb keine Aussage darüber möglich, ob beispielsweise die Regionalstrukturen von England, Frankreich oder der Bundesrepublik Deutschland günstige Voraussetzungen für Wachstum und Wohlfahrt einer Volkswirtschaft darstellen. Zumindest folgt aus dem direkten Vergleich der Regionalstrukturen entwickelter Länder nicht, daß aus bestehenden Unterschieden auch unterschiedliche Wachstumsraten des Sozialprodukts abgeleitet werden können.

Eine optimale Raumstruktur kann auch nicht aus der historischen Entwicklung abgeleitet werden. Vielleicht zeigt die Entwicklung der Vergangenheit eher, was als optimal angesehen wurde. Diese Arbeit will und kann also keinen Beitrag zur Bestimmung einer optimalen Landschaftsstruktur leisten. Versucht wurde vielmehr, die tatsächliche räumliche Verteilung der Städte in ihrer spezifischen Größenklassenstruktur zu erklären.

Da neben der Weiterentwicklung der Theorie der zentralen Orte vor allen Dingen das Ziel verfolgt wurde, die raumordnungspolitische Relevanz dieser theoretischen Überlegungen an Hand von empirischen Beispielen zu demonstrieren, standen Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland im Mittelpunkt dieser Untersuchung. In keiner Weise sollte behauptet werden, daß diese Stadtregionen einen strengen Zentrale-Orte-Aufbau im Sinne von CHRISTALLER und LÖSCH aufweisen. Ausgangspunkt der Überlegungen war vielmehr, daß die Städte einer Volkswirtschaft nicht als räumlich isolierte Wirtschaftseinheiten angesehen

werden können, denen jeweils - unveränderlich über alle Hierarchiestufen - eine ganz bestimmte Anzahl weiterer Satelliten (zentrale Orte niederer Stufe) zuzuweisen sind. Vor allen Dingen in hochindustrialisierten Staaten sind die Städte über alle Größenklassen auf Grund ihrer Wirtschaftsbeziehungen eng miteinander verflochten. Nicht also ein Zentrale-Orte-System mit eindeutig abgrenzbaren Einflußsphären der einzelnen Städte, sondern ein zentralörtliches System von Städten, das die allgemeine räumliche Interdependenz im Bereich der Produktion und Versorgung berücksichtigt, war gemeint, wenn von einem zentralörtlichen Grundaufbau in der Bundesrepublik Deutschland die Rede war. Entscheidend für den Erklärungsansatz war nicht so sehr, wie die räumliche Lage in ihrer wirklichen Bedeutung für die Raumwirtschaftsbeziehungen einbezogen werden konnte, sondern daß sie überhaupt berücksichtigt wurde. Alle bisher bekannt gewordenen Modelle zur Erklärung der Größenverteilung von Städten abstrahieren von Raum und Zeit, ein für ihre praktische Verwendbarkeit untragbarer Zustand.

Die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

(1) Die bisher zur Erklärung der Größenverteilung von Städten veröffentlichten Modelle sind im Prinzip alle in der Lage, Verteilungen zu erzeugen, die den in zahlreichen empirischen Untersuchungen festgestellten strengen Regelmäßigkeiten des Hierarchiaufbaus von Städten entsprechen.

Keines dieser Modelle besitzt jedoch eine räumliche Dimension. Wenn also mit Hilfe eines derartigen Verteilungsmodells die reine Größenklassenhierarchie der Städte eines Landes abgebildet werden kann, so sollte nicht vergessen werden, daß damit keine Aussage über die räumliche Lage dieser Städte getroffen ist; derartige Ergebnisse lassen unterschiedliche räumliche Verteilungen zu. Für eine konkrete Raumordnungspolitik haben diese Modelle damit praktisch keine Relevanz.

Die Zukunft für weitere empirische Arbeiten liegt sicherlich bei Modellen, die nicht nur versuchen, die reine Größenklassenhierarchie der Städte abzubilden, sondern die eigentlichen Ursachen der Verstädterung in ihrer speziellen räumlichen Ausprägung zu erforschen. Ein vollständiges Erklärungsmodell wird daher in irgendeiner Form immer ein Zentrale-Orte-Modell sein.

Da in unseren Augen die Größe und die räumliche Lage einer Stadt hauptsächlich von ihrer Funktion als Arbeitsmarkt und Versorgungszentrum bestimmt sind, wurde einem weitgehend ökonomisch orientiertem Erklärungsansatz der räumlichen Größenverteilung von Städten der Vorzug gegeben.

(2) Im Mittelpunkt der eigenen Überlegungen stand deshalb das Hierarchiemodell von BECKMANN<sup>1</sup>, das allerdings in seiner ursprünglichen Fassung ohne räumliche Determinanten der Standorte von Städten nur einen Teil des skizzierten Problems zu erfassen vermag.

Stochastische Elemente, die maßgeblich die Standorte der industriellen Produktion bestimmen und damit einen erheblichen Einfluß auf den Gesamtaufbau der räumlichen Hierarchie der Städte nehmen, können am besten über die Theorie der Markoff-Ketten integriert werden. SIMON<sup>2</sup> hat das Ausgangsmodell formuliert, ROGERS<sup>3</sup> und RICHARDSON<sup>4</sup> haben konkrete Modelle zur Erklärung von Wanderungsströmen und Kapitaltransfers entworfen, die mit Hilfe konstanter Übergangswahrscheinlichkeiten jeweils eine ganz bestimmte Endverteilung der Bevölkerung in Städten unterschiedlicher Größe erzeugen.

Damit sind zugleich die wichtigsten Ausgangsmodelle benannt: Das Stadthierarchiemodell von BECKMANN und das Modell proportionalen Stadtwachstums als stochastischer Prozeß von SIMON.

---

1 BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, 1958, a.a.O.

2 SIMON, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, 1955, a.a.O.

3 ROGERS, A.: A Markovian Policy Model of Interregional Migration, 1966, a.a.O.

4 RICHARDSON, H.W.: Regional Growth Theory, 1973, a.a.O.



(3) Wenn die räumliche Lage der Städte in Modellen berücksichtigt werden soll, die die Größenverteilung von Städten erklären, so ist eine Orientierung an der Theorie der zentralen Orte unerlässlich.

Will man aber derartigen Modellen nicht von vorneherein die Möglichkeit nehmen, ihre Eignung in empirischen Untersuchungen unter Beweis zu stellen, so müssen die herkömmlichen Landschaftsstrukturmodelle an einigen entscheidenden Punkten modifiziert werden. Im Rahmen dieser Arbeit konnten nur einige Punkte herausgegriffen werden:

- Zur Bestimmung von optimalen Absatzreichweiten, die für den Aufbau der Marktnetze von entscheidender Bedeutung sind, beschränkt man sich bis heute in Landschaftsstrukturmodellen auf einige einfache theoretische Ableitungen.

Beispielhaft wurden für einige bekannte algebraische Lösungsverfahren zur Bestimmung einer optimalen Preispolitik im Raum graphische Lösungsverfahren entwickelt, die unter vereinfachten Annahmen zeigen, wie die maximalen Absatzradien bei alternativen Preisstrategien bestimmt werden können. Allerdings zeigte sich auch, daß es sich bei den algebraischen Ansätzen lediglich um eine n-dimensionale Erweiterung (worunter nicht unbedingt nur der Raum zu verstehen ist) des herkömmlichen Gewinnmaximierungsansatzes handelte, da die ermittelten Lösungen für einen Monopolisten im Raum mit den entsprechenden Lösungen für Oligopolisten einer Punktwirtschaft übereinstimmen.

- Zwischen den Systemen von CHRISTALLER und LÖSCH besteht kein prinzipieller Unterschied; ein Christaller-System ist lediglich ein Spezialfall eines Lösch-Systems, in dem nicht alle Marktgebietsnetze vorkommen. Nicht alle von LÖSCH abgeleiteten Marktgebietsnetze müssen in der Realität vorkommen. Ihre Existenz wird alleine von den Angebots- und Nachfragebedingungen einschließlich der Transportkosten und der Zeitüberwindungskosten bestimmt.
- Weiterhin wurden verschiedene Vorschläge diskutiert, wie unterschiedliche Bevölkerungsdichten in Landschaftsstrukturmodellen berücksichtigt werden können. Exakt abgeleitet werden konnte, daß die Hierarchie der Städte von einer - vom Mittelpunkt aus gesehen - stetig abnehmenden Bevölkerungsdichte nicht betroffen wird, wohl aber die räumliche Lage dieser zentralen Orte. Noch deutlicher als im System von Lösch kommt es zur Herausbildung von Ballungsgebieten.

- Weder die Berücksichtigung einer diskreten räumlichen Verteilung der Nachfrager noch die der unterschiedlichen Verdichtung der Bevölkerung verändert die Grundstruktur eines Zentrale-Orte-Systems in einer ansonsten isotropen Landschaft grundlegend.

Erheblichen Einfluß auf den theoretischen Aufbau von Landschaftsstruktursystemen hat dagegen die Berücksichtigung von Landesgrenzen.

Die bei CHRISTALLER und LÖSCH vorgesehene homogene, unendliche Fläche impliziert im Grunde für das Zentrale-Orte-System auch unendlich viele Hierarchiestufen. Damit ist keine einheitliche Zuweisung von Satellitenstädten mehr möglich (bei einer  $(k=3)$ -Hierarchie müßten z.B. dem zentralen Ort höchster Ordnung eigentlich 6 Satelliten, statt wie für alle anderen zentralen Orte nur 2 Satelliten der nächst niederen Hierarchiestufe zugewiesen werden).

- Die Berücksichtigung von Landesgrenzen in Zentrale-Orte-Modellen verändert in systematischer Weise die Produktionsstruktur der einzelnen zentralen Orte. Der theoretische Aufbau der einzelnen Marktnetze bleibt zwar im Innern des Landes erhalten, jedoch ergibt sich für das Gesamtsystem je nach Grenzziehung eine modifizierte Überlagerung. Daraus folgt wiederum ein veränderter Hierarchieraufbau der zentralen Orte, der umso weniger von den bekannten theoretischen Landschaftsstruktursystemen abweicht, je größer das betrachtete Land ist. In jedem Fall wird der strenge Hierarchieraufbau zentraler Orte nach CHRISTALLER und LÖSCH durch Berücksichtigung von Landesgrenzen durchbrochen.
- Bei vorgegebenen maximalen Absatzreichweiten können endliche Systeme zentraler Orte für eine räumlich homogene und diskrete Verteilung der Nachfrage nur mit Hilfe des linearen Programmierens abgeleitet werden. Erste einfache Verfahren wurden bereits entwickelt.

(4) Mit der Verbindung der wichtigsten Ansätze zur Erklärung Größenverteilung von Städten und einiger Elemente einer entsprechend modifizierten Theorie der zentralen Orte wurde dann schließlich der Versuch unternommen, einen neuen Erklärungsansatz für Konzentrations- und Verstädterungstendenzen zu formulieren. Dabei ging es zunächst darum, aus theoretischen Landschaftsstruktursystemen künstliche Rang-Größe-Verteilungen von Städten abzuleiten, die weitgehend mit in der Wirklichkeit zu beobachtenden Verteilungen übereinstimmen.

Als Basis-Modell wurde zunächst ein Hierarchiemodell mit konstanter Zuweisung von Zentrale-Orte-Satelliten und konstanter

Versorgungsintensität der einzelnen, zentralen Orte über alle Hierarchiestufen verwendet. Bereits aus diesem Modell konnten Rang-Größe-Verteilungen abgeleitet werden, die - soweit nur Klassenenden berücksichtigt und Hierarchiesprünge vernachlässigbar werden - mit der "Rank-Size-Rule" übereinstimmen. Dies kann einerseits bereits als Bestätigung der Ausgangshypothese aufgefaßt werden, daß aus theoretischen Landschaftsstrukturssystemen mit ihrer mehr oder minder strengen Hierarchie der Städte bei entsprechenden Annahmen über die Arbeitsproduktivität auch eine streng hierarchisch geordnete Größenverteilung der Städte abgeleitet werden kann, die weitgehend mit den empirischen Befunden übereinstimmt, andererseits ist auch nicht zu übersehen, daß die Rang-Größe-Verteilung an sich kein sehr sensibles Analyseinstrument ist, so daß bereits geringe Abweichungen in Wirklichkeit erhebliche Bevölkerungsbewegungen implizieren.

Auch die Berücksichtigung variabler Versorgungsintensitäten und unterschiedlicher Zuweisung von Zentrale-Orte-Satelliten im Sinne von LÖSCH ergaben mit den Daten des revidierten Landschaftsstrukturmodells von CHRISTALLER eine starke Annäherung der Größen-Verteilung der Städte an die sogenannte "Ideal-Rank-Size-Rule".

Mit diesen Hierarchiemodellen können also Rang-Größe-Verteilungen von Städten erzeugt werden, die mit der "Rank-Size-Rule" übereinstimmen. Mit der Zuweisung der jeweiligen Zentrale-Orte-Satelliten ist implizit für jede Größenklasse der zentralen Orte ein ganz bestimmter Standort im Wirtschaftsraum vorgesehen. Umgekehrt kann man in empirischen Untersuchungen nicht lediglich die Rang-Größen-Verteilung von Städten bestimmen und aus einem etwaigen stetigen Verlauf einer entsprechenden Verteilungsfunktion den Schluß ziehen, damit bereits ein Zentrale-Orte-System zu identifizieren. Eine hierarchisch wohlgeordnete Rang-Größen-Verteilung von Städten erfüllt lediglich notwendige Bedingungen eines Zentrale-Orte-Systems. Die hinreichenden Bedingungen für die mit jeder Größenklasse

verbundenen spezifischen Standortanforderungen waren erst noch zu bestimmen.

(5) Unser Vorschlag war, Potentiale als Kontrollindikatoren für die räumliche Lage von Städten einzubeziehen. Diesen Potentialwerten war die Funktion zugeordnet, in groben Zügen zu erfassen, ob sich der einzelne zentrale Ort bestimmter Größe auch an dem von dem Modell vorgesehenen Standort befand. Nicht nur die Größenverteilung, sondern auch die räumliche Verteilung der Städte müssen im Sinne theoretischer Landschaftstrukturmodelle übereinstimmen und daher in empirischen Untersuchungen simultan bestimmt werden. Ist dies nicht der Fall, wird die systematische Zuweisung von Satellitenstädten durchbrochen, und die Übereinstimmung der Größenverteilung mit der theoretischen Landschaftsstruktursysteme ist rein zufällig.

Potentialwerte sollten also die räumliche Lage der Städte innerhalb der Hierarchie und damit im Gravitationsfeld der übrigen Städte erfassen. Durch den Vergleich der Bevölkerungsgröße einer Stadt mit ihrem speziellen Potentialwert kann die relative Position im Raum bestimmt werden, so daß räumliche und bevölkerungsspezifische Abweichungen von theoretischen Grundmodellen zumindest in groben Zügen quantifiziert werden können.

Bei dieser Kontrollfunktion der Potentialwerte ist zu beachten, daß in dieser einen Maßzahl von diesem Standort aus gesehen zwar die gesamte räumliche Hierarchie der Städte berücksichtigt wird, daß diese aber zugleich nicht in dem Sinne streng determiniert ist, als daß aus dieser einen Kennziffer bereits die gesamte Raumstruktur abgelesen werden könnte. Bei der Berechnung von Potentialwerten für theoretische Zentrale-Orte Modelle kann natürlich die Bevölkerungsgröße durch die Entfernung substituiert werden, um für einen bestimmten Standort zu einer gleichen Gravitationswirkung zu kommen. In einem geschlossenen System ändern sich dann aber simultan alle Potentialwerte der anderen Städte. In empirischen Untersuchungen wird man immer von einer gegebenen Anzahl von Städten und Standorten ausgehen

müssen, so daß lediglich die Bevölkerungsgröße variabel ist. Aus einzelnen Potentialwerten können sicherlich keine Rückschlüsse über die Raumstruktur insgesamt abgeleitet werden, wohl aber aus der simultanen Betrachtung aller Potentialwerte im Verhältnis zu den tatsächlichen Bevölkerungsgrößen der Städte. Letzten Endes sollte durch Potentialwerte aber nur erfaßt werden, ob sich eine Stadt ungefähr in einem Gravitationsfeld befindet, das für diese Größenklasse in einem Zentrale-Orte-System vorgesehen ist. Damit ist auch gemeint, daß die Wahrscheinlichkeit für Zuwanderungen im wesentlichen von diesem Gravitationsfeld bestimmt wird.

Um derartige Potentiale in theoretischen Landschaftsstrukturmodellen als Standortindikatoren für zentrale Orte berechnen zu können, müssen begrenzte Systeme unterstellt werden. In 3 einfachen Modellländern mit Landesgrenzen wurde versucht festzustellen, ob in derartigen theoretischen Zentrale-Orte-Modellen die Größenverteilung für Bevölkerung und entsprechende Potentiale übereinstimmt oder systematischen Ablenkungen unterliegt. Auf Grund des hohen Rechenaufwandes konnten keine Berechnungen für größere Modellländer durchgeführt werden, doch zeigte sich bereits für kleine Länder eine systematische Abweichung der Potentialverteilungsfunktion in Richtung relativ höherer Anteilswerte. In geschlossenen Systemen sind damit Abweichungen zu erwarten, in unbeschränkten Zentrale-Orte-Systemen würden sie dagegen entfallen.

(6) Die vorliegende Untersuchung will die räumliche Größenverteilung von Städten erklären. Ein entsprechender Versuch wurde für die Bundesrepublik Deutschland vorgenommen. Da die Städte auf Grund der zunehmenden räumlichen Trennung von Wohn- und Arbeitsort längt städtische Gemeindegrenzen überwunden haben, wurden entsprechende Berechnungen für Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 vorgenommen. Diese versuchen die Stadt als weitgehend geschlossenen Wohn- und Arbeitsmarkt zu erfassen. Entsprechende Daten standen für die Zeit von 1939-1969 zur Verfügung.



Unter den in Frage kommenden Verteilungsfunktionen bewies die "Rank-Size-Rule" überlegene Erklärungskraft. Für die Bundesrepublik Deutschland konnte eine entsprechende Verteilungsfunktion für Stadtregionen ermittelt werden, die unter Berücksichtigung der üblichen statistischen Prüfmaße gesichert ist und ein hohes Bestimmtheitsmaß aufweist. Die Stabilität des Hierarchieaufbaus über alle Größenklassen wird dabei von einem möglichst hohen  $R^2$  (BRD:  $R^2=0,993$ ) bestimmt, die Größenklassensprünge von Hierarchiestufe zu Hierarchiestufe dagegen von der Höhe des Exponenten  $\beta$  (BRD:  $\beta=1,119$ ).

Im Vergleich zu einer entsprechenden Verteilungsfunktion für "Urban Areas" der Vereinigten Staaten von Amerika weist der Hierarchieaufbau der Stadtregionen bei ähnlichem Bestimmtheitsmaß von Rang zu Rang höhere Größenklassensprünge auf; die Verteilungsfunktion wird relativ "steiler" und der vertikale Hierarchieaufbau der Städte dementsprechend ausgeprägter.

Ein zeitlicher Vergleich der Größenverteilung der Stadtregionen in den Jahren 1939 und 1969 ergab keine grundlegende Veränderung der Verteilungsfunktion. Einige Positionswechsel waren zu beobachten. Für eine angemessene Beurteilung, ob sich die Größenverteilung der Städte im Zeitablauf verändert, ist dieses Zeitintervall allerdings zu kurz.

(7) Zunächst schien sich also die Hypothese zu bestätigen, daß mit der strengen Rang-Größen-Ordnung der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland zugleich auch der hierarchische Aufbau eines Zentrale-Orte-Systems identifiziert wurde. Das einheitliche Bild des Hierarchieaufbaus konnte aber nicht darüberhinwegtäuschen, daß die räumliche Lage der Stadtregionen eindeutig dagegen sprach.

Entsprechend der theoretischen Überlegung wurden Potentiale für die Stadtregionen berechnet und in ihrer relativen Bedeu-



tung für die Standorte der Stadtregionen den entsprechenden Bevölkerungsgrößen gegenübergestellt. Dabei zeigte sich, daß zwar wiederum eine prinzipielle Ablenkung der Potentiale nach "oben" zu beobachten war, aber keinesfalls im Sinne einer einheitlichen Ablenkung. Damit muß die Hypothese verworfen werden, daß es sich bei den Stadtregionen der Bundesrepublik um ein strenges Zentrale-Orte-System handelt.

Trotzdem nennen wir es ein zentralörtliches System: ein strenger Hierarchieaufbau ist sichtbar, der in seiner räumlichen Dimension deutliche Verzerrungen aufweist, die im wesentlichen von einem großen Verdichtungsband hervorgerufen werden.

Selbst wenn man der Theorie der zentralen Orte keine große Bedeutung zugesteht, lassen sich aus den relativen Unterschieden zwischen Bevölkerungsgröße und Potentialwert für einzelne Stadtregionen interessante raumordnungspolitische Überlegungen ableiten.

(8) Im Bereich des größten Umgebungspotentials müßte sich nach der Theorie der zentralen Orte das höchste Gesamtpotential und damit auch der größte Ballungsraum befinden. Diese Hypothese ist äquivalent mit der Gravitationshypothese eines entsprechenden Push-Pull-Ansatzes zur Erklärung von Wanderungsbewegungen.

Eingedenk des Arguments, daß die Theorie der zentralen Orte hauptsächlich als Erklärungsmodell für die Beschäftigung im tertiären Bereich herangezogen werden sollte, ist es mit wachsender Bedeutung dieses Beschäftigungsbereichs nicht abwegig anzunehmen, daß die Bedeutung dieser Theorie auch zunimmt. Der verzerrende Einfluß der Beschäftigung im industriellen Sektor auf die Hierarchie der Städte im Raum wird tendenziell zurückgehen, so daß die aus dem Industrialisierungsprozeß resultierenden räumlichen Ungleichgewichte abgebaut werden.

Hat man weiterhin vor Augen, daß in Deutschland nach dem 2. Weltkrieg eine territoriale Neugliederung erfolgt ist, so nimmt es nicht wunder, daß die Stadtregionen dieses neuen (rechteckigen) Staatsgebietes ebenfalls eine Neuorientierung ihres zentralörtlichen Aufbaus erfahren.

Der Gravitationsschwerpunkt dieses neuen Gesamtsystems liegt im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebiet. Da im Süden der Bundesrepublik Deutschland relativ weniger Einwohner in Stadtregionen wohnen als im Norden, werden in diesem Gebiet besondere Wachstumskräfte auftreten, die schon alleine auf Grund des überquadratischen Grundrasters des Staatsgebietes bandförmig angelegt sind.

(9) Für die Raumordnungspolitik sind vor allen Dingen die dynamischen Aspekte zentralörtlicher Systeme interessant. Ausgehend von der Konzentration der Bevölkerung in Städten, ist vor allen Dingen die Frage interessant, ob in den letzten 30 Jahren die allgemeine Verstädterung zugenommen hat.

Unterschieden wurde zwischen Konzentration der Bevölkerung in Stadtregionen gleicher Fläche und Verstädterung der Bevölkerung durch Flächenexpansion der Stadtregionen.

Darüberhinaus wurde erfaßt, welches regionale und größenklassenspezifische Wachstum der Stadtregionen gleichzeitig zu beobachten war.

In der flächenmäßigen Abgrenzung der Stadtregionen von 1961 hat sich die Konzentration der Bevölkerung seit 1939 nicht nennenswert verändert. Damals wie heute wohnen 51-52 % der Bevölkerung auf der Fläche der heutigen Stadtregionen. Es ist zu beachten, daß ein Teil der Randbevölkerung im Jahr 1939 nach den gewählten Abgrenzungskriterien für Stadtregionen sicherlich nicht als städtische Bevölkerung bezeichnet würde. Was hier in Rede steht, ist lediglich, daß sich die Konzentration der Bevölkerung bezogen auf diese Fläche seit Jahrzehnten

nicht nennenswert verändert hat. Der auffallend konstante Bevölkerungsanteil dieser Fläche beweist aber auch, daß das Wachstum der Stadtregionen nicht mit einer Entleerung weiter ländlicher Gebiete verbunden war. Damit kann man global auch kaum von einer allgemeinen Tendenz der Zunahme der Bevölkerungskonzentration in Städten sprechen. Gleichwohl verzeichnen diese Stadtregionen zur Kompensation ihres geringen Geburtenüberschusses ständige Wanderungsgewinne aus den "Übrigen Gemeinden", ohne dadurch ihren Anteil an der Gesamtbevölkerung zu erhöhen. Auch die überproportionale Beteiligung an den Ausenzuwanderungen hatte lediglich kompensatorische Effekte. Die Bevölkerungsverteilung, soweit Stadtregionen und "Übrige Gemeinden" betroffen sind, blieb davon unberührt.

(10) Die Zunahme der Verstädterung durch Flächenexpansion der Stadtregionen konnte nur für die Jahre 1950-1961 bestimmt werden, da keine anderen vergleichbaren Daten zur Verfügung stehen. Dieser Zeitraum ist nur bedingt geeignet, Verstädterungsprozesse zu erfassen, da das Wachstum der Städte in diesen Jahren noch deutlich von Kriegsfolgen (Flüchtlingsbewegungen, Rückwanderung in die Städte) überlagert ist.

So haben die 50 größten Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland (ohne Saarland) bei gleichen Abgrenzungskriterien in den Jahren 1950-1961 ein Flächenwachstum von +28% zu verzeichnen. Die Bevölkerung nahm durch Einbezug der Einwohner, die auf dieser Fläche wohnten, um 6-7 % zu. Dieses Wachstum wird als Zunahme der Verstädterung bezeichnet, da ursprünglich ländliche Randzonen zunehmend in den Einfluß der Städte gerieten, indem die dort lebende Erwerbsbevölkerung nun überwiegend Arbeit in den Städten fand. Die Zunahme dieser Form der Verstädterung war im Bereich mittelgroßer Stadtregionen besonders stark.

(11) Selbst bei konstanter Konzentration und Verstädterung der Bevölkerung kann sich die regionale Bevölkerungsverteilung erheblich verändert haben, ohne daß dies in den globalen Unter-

suchungen zum Ausdruck kommen muß. Für verschiedene Zeitintervalle von 1939-1969 wurde deshalb das Bevölkerungswachstum der Stadtregionen kartographisch erfaßt. Nur so waren regionale Unterschiede und Veränderungen der räumlichen Hierarchie der Stadtregionen zu erkennen.

Nicht zuletzt sollte damit die aus den mit Landesgrenzen versehenen Zentrale-Orte-Modellen abgeleitete Hypothese überprüft werden, daß die Stadtregionen in der Nachkriegszeit eine Veränderung ihrer räumlichen Hierarchie erfahren haben, die als Entwicklung zu einem neuen zentralörtlichen System interpretiert werden kann, das weitgehend von den neuen Landesgrenzen bestimmt wird.

Folgt man einem Zentrale-Orte-Aufbau, so begünstigt das neue, im Prinzip rechteckige Staatsgebiet die Herausbildung eines Nord-Süd-Verdichtungsbandes von Stadtregionen unterschiedlicher Größe mit einer deutlichen Schwerpunktbildung in Höhe des Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebietes.

Betrachtet man nun das Wachstum der Stadtregionen in den Jahren 1939-1969, so wird eine räumliche Verteilung der Bevölkerungszunahme sichtbar, die für die Weiterentwicklung der hierarchischen Grundstruktur der Stadtregionen von großer Bedeutung ist. Hohe und niedrige Wachstumsraten sind über alle Größenklassen verstreut anzutreffen, stehen jedoch jeweils in einem ganz bestimmten räumlichen Verbund zueinander. Die Vermutung, daß hierfür ein zentralörtlicher Mechanismus verantwortlich ist, scheint sich zu bestätigen. Deutlich zu sehen ist zumindest, daß die Neuorientierung der regionalen Bevölkerungsentwicklung in der Bundesrepublik Deutschland weit fortgeschritten ist: starke Wachstumskräfte treten im insgesamt geringer verdichteten Süden und besonders im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebiet auf. Hohe Wachstumsraten weisen aber auch zahlreiche kleinere Stadtregionen auf, die einen günstigen Standort im gesamten Zentrale-Orte-Gefüge besitzen.

In grober Vereinfachung kann diese Entwicklung als Herausbildung einer dominierenden Verdichtungsachse für das neue Staatsgebiet bezeichnet werden. In seiner Mitte entsteht eine neue polyzentrische Großagglomeration, die schon in absehbarer Zeit ein Gegengewicht zum Rhein-Ruhr-Gebiet bilden wird.

(12) Gerade in Hinblick auf das Raumordnungsgesetz (ROG)<sup>1</sup> der Bundesrepublik Deutschland, das mehrmals bezug zur Verdichtung von Wohn- und Arbeitsstätten nimmt, ist es wichtig, im Rahmen dieses zentralörtlichen Wachstumsprozesses die erreichte Verdichtung der einzelnen Stadtregionen zu erfassen und mögliche Entwicklungstendenzen abzuleiten. Allerdings sind in dem Gesetz keine Kriterien enthalten, was als "gesunde" oder "ungesunde" Verdichtung anzusehen ist.

In § 2, Abs. 1, Nr. 2 und Nr.6, ROG, wird dazu lediglich ausgeführt:

"2. Eine Verdichtung von Wohn- und Arbeitsstätten, die dazu beiträgt, räumliche Strukturen mit gesunden Lebens- und Arbeitsbedingungen sowie ausgewogenen wirtschaftlichen, sozialen und kulturellen Verhältnissen zu erhalten, zu verbessern oder zu schaffen, soll angestrebt werden".

:

"6. In Verdichtungsräumen mit gesunden räumlichen Lebens- und Arbeitsbedingungen sowie ausgewogener Wirtschafts- und Sozialstruktur sollen diese Bedingungen und Strukturen gesichert und, soweit nötig, verbessert werden. Der Verdichtung von Wohn- und Arbeitsstätten, die zu ungenutzen räumlichen Lebens- und Arbeitsbedingungen sowie zu unausgewogenen Wirtschafts- und Sozialstrukturen führt, soll entgegengewirkt werden. Wo solche ungesunden Bedingungen und unausgewogenen Strukturen bestehen, soll deren Gesundung gefördert werden"...<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> Raumordnungsgesetz vom 8. April 1965, in: Bundesgesetzblatt, I., S. 306.

<sup>2</sup> Raumordnungsgesetz vom 8. April 1965, a.a.O., § 2, Abs. 1, Nr. 2 und Nr. 6 (Unterstreichungen durch den Verf.).

Erst die Ministerkonferenz für Raumordnung (MKRO) hat in ihrer Entschliebung vom 21.11.1968 sich bemüht, den vom Gesetzgeber geschaffenen Rahmen zum Problem der Verdichtungsgebiete auszufüllen. In einer ersten vorsichtigen Aufzählung werden einige Kriterien nachteiliger Verdichtungsfolgen genannt, die zu einer Überlastung von Ballungsgebieten führen können:

"Anzeichen nachteiliger Verdichtungsfolgen sind insbesondere:

- eine im Verhältnis zu Verkehrsflächen und notwendigen Freiflächen überhöhte bauliche Nutzung,
- im Verhältnis zum Verkehrsbedarf unzureichende Verkehrsflächen,
- unangemessen hoher Zeitaufwand für die Zurücklegung von Entfernungen im Stadtverkehr,
- außergewöhnlich hohe Aufwendungen für notwendige Infrastrukturmaßnahmen,
- Gesundheitsgefährdung durch Lärm und Luftverschmutzung"<sup>1</sup>.

Mit keinem dieser Kriterien ist direkt eine zu hohe Bevölkerungsdichte angesprochen.

Dennoch scheint es wichtig zu erfassen, in welchen Stadtregionen bereits eine sehr hohe Verdichtung erreicht ist, und welche Städte eine besonders hohe Zunahme der Verdichtung erfahren haben. Diese Städte scheinen am ehesten in eine engere Auswahl von Verdichtungsgebieten einzubeziehen sein, die bereits ständig oder nur vorübergehend unter nachteiligen Verdichtungsfolgen zu leiden haben.

Mit großem Abstand weist die Stadtregion Rhein/Ruhr die höchste Bevölkerungsdichte auf. Stellt man dieser Großagglomeration einen vergleichbaren Zusammenschluß von Stadtregionen des Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebietes bis Stuttgart gegenüber, so zeigt sich deutlich, daß dieses Gebiet, gemessen an Rhein-Ruhr, zwar noch keine sehr hohe Gesamtverdichtung erreicht hat, jedoch im letzten Jahrzehnt eine höhere absolute Zunahme der Verdichtung erfahren hat. Dieser Umstand ist umso bemerkenswerter, als bei hochverdichteten Stadtregionen bereits geringe

---

<sup>1</sup> Entschliebung der Ministerkonferenz für Raumordnung vom 21.12.1968, Abgrenzung und Entwicklung von Verdichtungsräumen, in: Bundesanzeiger, 20. Jahrgang, Nr. 234 vom 14.12.1968.



Bevölkerungswachstumsraten eine starke absolute Zunahme der Bevölkerungsdichte bewirken.

Das gesamte Wachstumspotential der Bundesrepublik Deutschland scheint sich auf den ersten Blick im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebiet zu ballen, wobei Auswirkungen über Stuttgart bis München zu beobachten sind. Ausnahmen dieser Grundtendenz des verstärkten Wachstums an einer dominierenden Verdichtungsachse sind lediglich kleinere Stadtregionen, die entweder als Wachstumspole Entlastungsfunktionen im Bereich großer Stadtregionen oder wichtige Erschließungsfunktionen im Hinterland übernommen haben.

(13) Wie bereits in anderem Zusammenhang erwähnt wurde, ist die Konzentration der Bevölkerung in Stadtregionen im Süden geringer als im Norden. In dieser Unterteilung konnte auch ein Teil des Einflusses des Hinterlandes auf die Hierarchie der Städte erfaßt werden. Sowohl im Norden wie im Süden sind die "Übrigen Gemeinden" zur Zeit etwa gleich hoch verdichtet. Allerdings umfassen sie im Süden eine weitaus größere Fläche, so daß bei dem relativ geringen Verstädterungsgrad des Südens bei zunehmender Bedeutung des tertiären Sektors davon auszugehen ist, daß im Vergleich zum Norden ein Nachholbedarf besteht. Während in den Jahren 1939-1961 noch von einem insgesamt ausgeglichenen Wachstum zwischen Norden und Süden gesprochen werden konnte, haben sich seit 1961 die Wachstumskräfte eindeutig in den Süden verlagert: Sowohl die Stadtregionen wie die "Übrigen Gemeinden" weisen seitdem im Süden höhere Wachstumsraten auf. Allerdings ist auch in absehbarer Zeit nicht damit zu rechnen, daß der Süden die Gesamtverdichtung des Nordens erreichen wird.

(14) Die kartographische Erfassung des Bevölkerungswachstums der Stadtregionen ergab, daß die Wachstumsraten über alle Größenklassen hinweg einen engen räumlichen Verbund aufweisen. Zumindest für die Bundesrepublik Deutschland konnte kein Zu-

sammenhang zwischen Größenklasse einer Stadtregion und ihrer Wachstumsrate ermittelt werden, wohl aber zwischen Wachstumsrate und räumlicher Lage an einer Verdichtungsachse. Um diesen räumlich auftretenden Wachstumsverbund der Stadtregionen erfassen zu können, wurden sogenannte räumliche Wachstumsraten der Bevölkerung von Stadtregionen berechnet, die aus der relativen Veränderung der Potentialwerte hervorgehen. Auf diese Weise konnte quantifiziert werden, welche Bedeutung dem großräumigen Verbund der Wachstumsraten zukommt.

Sämtliche Stadtregionen, deren Potentialwerte sich überproportional verändert haben, liegen in Süddeutschland. Daraus kann eine Neuorientierung des zentralörtlichen Aufbaus der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland abgeleitet werden, die hauptsächlich durch die Neuordnung des Staatsgebietes nach dem 2. Weltkrieg verursacht wurde. Nicht die Größenverteilung der Städte hat sich in den letzten 3 Jahrzehnten verändert, sondern die räumliche Hierarchie der Städte.

(15) Wie die Untersuchungsergebnisse deutlich zeigen, kann nachgewiesen werden, daß in den vergangenen 30 Jahren keine umfangreichen Stadt-Land-Stadt-Bewegungen stattgefunden haben, die die relative Verteilung der Bevölkerung auf Stadt und Land grundlegend verändert hätten. Für die Bundesrepublik Deutschland und das vergleichbare Staatsgebiet der letzten 4 Jahrzehnte wird damit die bekannte Kontraktionshypothese zurückgewiesen, die besagt, daß die bandartige Verdichtung typisch für die post-industrielle Gesellschaft sei und mit der Entleerung weiter Gebiete bezahlt werden müsse. Damit soll nicht bestritten, sondern eher betont werden, daß auf dem Boden der Bundesrepublik Deutschland starke bandartige Verdichtungstendenzen zu beobachten sind. Genauere Untersuchungen zur Konzentration und Verstädterung der Bevölkerung zeigen jedoch, daß der dafür zu zahlende Preis nicht in der Entleerung weiter Gebiete besteht.

Die bandartige Verdichtung der Bundesrepublik Deutschland wurde schon im Zeitalter der Industrialisierung angelegt, wenngleich ihre innere Struktur in der Vergangenheit weitaus konzentrischer angelegt war, als dies heute der Fall ist. Erst die zunehmende Distanz zwischen Wohn- und Arbeitsort, die die Bevölkerung zum Teil wünschte und zum Teil auf Grund des allgemeinen Bevölkerungs- und Wirtschaftswachstums hinnehmen mußte, ließ die Bundesrepublik Deutschland in den letzten Jahrzehnten bandartig zusammenwachsen. Das dazu notwendige Wachstumspotential ist aber nicht in entlegenen Gebieten, sondern im unmittelbaren Einflußbereich der Stadtregionen zu suchen. Der eigentliche Kontraktionsprozeß liegt also zeitlich wesentlich weiter zurück, als vielfach vermutet wird, und ist inzwischen historisch.

In der heutigen Zeit und wohl auch in Zukunft wird kein weiterer Kontraktionsprozeß wirksam sein; und dennoch schreitet die bandartige Verdichtung der Bevölkerung durch Flächenexpansion der Stadtregionen fort. Die Bevölkerung wird einem verstärkten strukturellen Wandel der Beschäftigung (Übergang in den tertiären Bereich insbesondere unter Aufgabe landwirtschaftlicher Arbeitsplätze) ausgesetzt sein und weitere Mobilität gewinnen. Besondere lokale Konzentrations- und Verstädterungstendenzen zeichnen sich vor allen Dingen im Rhein/Main-Rhein/Neckar-Gebiet bis Stuttgart ab. Das überdurchschnittliche Wachstum, das seit geraumer Zeit entlang dieser Verdichtungsachse festzustellen ist, resultiert auch hier nicht aus der Entleerung weiter ländlicher Gebiete, sondern im wesentlichen aus Wanderungsbewegungen innerhalb der Verdichtungsbander und über die Grenzen der Bundesrepublik Deutschland.

M a t h e m a t i s c h e r   A n h a n g

## A. Ein einfaches Hierarchiesystem zentraler Orte<sup>1</sup>

### Bezeichnungen:

- $E_m$  = Einwohner einer Stadt der  $m$ -ten Hierarchiestufe  
(wobei  $m=1,2,\dots,N$ )
- $V_m$  = Extremere Versorgungsbevölkerung einer Stadt der  $m$ -ten Hierarchiestufe
- $B_m$  = Gesamtversorgungsbevölkerung einer Stadt der  $m$ -ten Hierarchiestufe
- $c$  = Versorgungsfaktor (Relation der Einwohner einer Stadt zu der gesamten Versorgungsbevölkerung dieser Stadt)
- $s$  = Anzahl der Satellitenstädte der  $(m-1)$ -ten Hierarchiestufe, die von einer Stadt der  $m$ -ten Hierarchiestufe versorgt werden.

### Modell:

- (1)  $B_m = E_m + V_m$
- (2)  $E_m = c \cdot B_m$
- (3)  $B_m = E_m + V_{m-1} + s \cdot B_{m-1}$
- (4)  $c = \text{konst.}$
- (5)  $s = \text{konst.}$

---

<sup>1</sup> Vgl. BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, in: Economic Development and the Cultural Change, 1958 (6), S. 243-248.

BECKMANN, M.J.: Location Theory, Random House, New York, 1968, S. 85-87.

PARR, J.B.: City Hierarchies and the Distribution of City Size - A Reconsideration of Beckmann's Contribution, in: Journal of Regional Science, 1969 (9), S. 239-253.

$$(3) \quad B_m = E_m + V_{m-1} + s \cdot B_{m-1} \quad \text{wobei} \quad E_m = c \cdot B_m$$

so daß

$$B_m = c \cdot B_m + V_{m-1} + s \cdot B_{m-1}$$

$$B_m(1-c) = V_{m-1} + s \cdot B_{m-1}$$

$$\text{wobei} \quad B_{m-1} = E_{m-1} + V_{m-1}$$

$$B_{m-1} = c \cdot B_{m-1} + V_{m-1}$$

$$B_{m-1}(1-c) = V_{m-1}$$

so daß

$$B_{m-1} = V_{m-1}/(1-c)$$

$$B_m(1-c) = V_{m-1} + s(V_{m-1}/(1-c))$$

$$B_m = V_{m-1}/(1-c) + s(V_{m-1}/(1-c)^2)$$

oder

$$(6) \quad B_m = (V_{m-1}/(1-c))(1 + s/(1-c))$$

Der Ausdruck  $V_{m-1}/(1-c)$  kann aber auch geschrieben werden als:

$$V_{m-1}/(1-c) = B_{m-1}$$

$$= E_{m-1} + s \cdot B_{m-2} + V_{m-2}$$

$$= c \cdot B_{m-1} + s \cdot B_{m-2} + V_{m-2}$$

$$= c \cdot V_{m-1}/(1-c) + s \cdot B_{m-2} + V_{m-2}$$

bzw.

$$V_{m-1}/(1-c) - c \cdot V_{m-1}/(1-c) = s \cdot B_{m-2} + V_{m-2}$$

$$V_{m-1}(1-c)/(1-c) = s \cdot B_{m-2} + V_{m-2}$$

so daß

$$V_{m-1}(1-c)/(1-c) = s \cdot V_{m-2}/(1-c) + V_{m-2}$$

$$V_{m-1}/(1-c) = s \cdot V_{m-2}/(1-c)^2 + V_{m-2}/(1-c)$$

oder



$$(7) \quad V_{m-1}/(1-c) = (V_{m-2}/(1-c))(s/(1-c) + 1)$$

(7) in (6) ergibt:

$$B_m = (V_{m-2}/(1-c))(s/(1-c) + 1)^2$$

Insgesamt ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$(6) \quad B_m = (V_m/(1-c))(s/(1-c) + 1)^0$$

$$(7) \quad B_m = (V_{m-1}/(1-c))(s/(1-c) + 1)^1$$

$$B_m = (V_{m-2}/(1-c))(s/(1-c) + 1)^2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$(8) \quad B_m = (V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1}$$

oder

$$(8') \quad B_m = B_1(s/(1-c) + 1)^{m-1}$$

Die Gesamtversorgungsbevölkerung einer Stadt der (beliebigen) Hierarchiestufe  $m$  läßt sich vollständig in Einheiten der kleinsten städtischen Siedlungseinheit  $B_1$  bzw. des kleinsten ländlichen Versorgungsraumes  $V_1$  ausdrücken.

Für die Bevölkerungsgröße einer Stadt der Hierarchiestufe  $m$  ergibt sich dann:

$$(8) \quad B_m = (V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1}$$

$$E_m + V_m = (V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1}$$

$$E_m = (V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1} - V_m \quad \text{wobei} \quad V_m = B_m - E_m$$

$$= B_m - c \cdot B_m$$

so daß

$$= B_m(1-c)$$

$$E_m = (V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1} - B_m(1-c)$$

$$E_m = (V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1} -$$

$$(V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1}(1-c)$$

$$E_m = (V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1}(1-(1-c))$$

$$(9) E_m = (c \cdot V_1/(1-c))(s/(1-c) + 1)^{m-1}$$

oder

$$(9') E_m = E_1(s/(1-c) + 1)^{m-1}$$

Lediglich zwei einfache Annahmen bezüglich der Versorgungsfunktion<sup>1</sup> der städtischen Bevölkerung und der Zuweisung von Satellitenstädten<sup>2</sup> werden benötigt, um ein erstes einfaches Hierarchiesystem zentraler Orte abzuleiten. Die Gleichungen (9) und (9') zeigen deutlich, daß die Bevölkerungsgröße der Städte von Hierarchiestufe zu Hierarchiestufe progressiv ansteigt.

## B. Pareto-Verteilung und "The Law of Allometric Growth"<sup>3</sup>

$$(1) \frac{dx}{dt}/x = \frac{1}{a} \cdot \frac{dy}{dt}/y \quad \text{wobei } x = \text{Größe des Organs}$$

$$\frac{d \log x}{dt} = \frac{1}{a} \cdot \frac{d \log y}{dt} \quad y = \text{Größe des Organismus}$$

$$\frac{d \log x}{d \log y} = \frac{1}{a} \quad a = \text{Konstante}$$

$$\frac{d \log x}{d \log y} = \frac{1}{a} \quad b = \text{Konstante}$$

Durch Integration erhalten wir den Ausdruck:

$$(2) \log x = (1/a) \log y + \log b \quad \text{wobei } \log b = \text{Integrationskonstante}$$

<sup>1</sup> Die spezielle Versorgungsfunktion der Städte kommt in dem Koeffizienten c zum Ausdruck, der in diesem Modell über alle Hierarchiestufen konstant bleibt. So besagt beispielsweise c=1/3, daß eine städtische Arbeitskraft 3 Personen einschl. der eigenen Person zu versorgen hat.

<sup>2</sup> Zum Zuweisungsverfahren von Satellitenstädten vgl. Abbildung 1 auf Seite 18.

<sup>3</sup> Vgl. BECKMANN, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, in: Economic Development and the Cultural Change, 1958 (6), S. 247 f.

Für (2) kann man aber auch schreiben:

$$(3) \quad x = b \cdot y^{1/a}$$

Formale Beziehungen zur Pareto-Verteilung lassen sich auf folgende Weise herstellen:

$$(4) \quad N(x) = A \cdot x^{-a} \quad \text{wobei} \quad \begin{array}{l} N(x) = \text{kumulierter prozen-} \\ \text{tualer Anteil der} \\ \text{Städte an der Gesamt-} \\ \text{zahl aller Städte} \end{array}$$

$$x = \text{Einwohner}$$

$$A, a = \text{Konstante}$$

Die gesamte städtische Bevölkerung (P) beträgt dann:

$$(5) \quad P = \int_{p_1}^{\infty} x \cdot d\left(-\frac{A}{x^a}\right) \quad (a > 1)$$

$$= \int_{p_1}^{\infty} \frac{x \cdot aA}{x^{a+1}}$$

$$= aA \int_{p_1}^{\infty} \frac{1}{x^a}$$

$$P = \frac{aA}{a-1} \cdot p_1^{a-1}$$

Daraus folgt, daß

$$(6) \quad A = P \cdot p_1^{1-a} \cdot \frac{a-1}{a}$$

Die Größe der Hauptstadt ( $P_N = x$ ) wird ermittelt durch

$$1 = \frac{A}{x^a} \text{ in (4), so daß}$$

$$x = A^{1/a}$$

$$= P^{1/a} \cdot p_1^{(1-a)/a} \cdot \frac{a-1}{a} \quad \text{oder}$$

$$(7) \quad p_N = b \cdot P^{1/a}$$

(3) und (7) bezeichnen gleiche Zusammenhänge, wenn wir beispielsweise die Hauptstadt mit einem Organ und die gesamte städtische Bevölkerung eines Landes mit dem entsprechenden Organismus vergleichen.

### C. Lognormal-Verteilung<sup>1</sup>

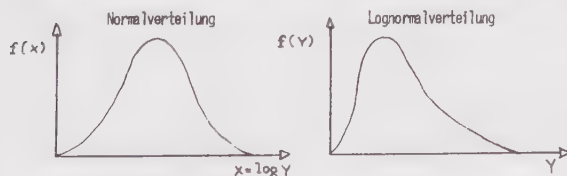
Eine lognormale Variable ist dadurch gekennzeichnet, daß ihr Logarithmus normalverteilt ist. Sei  $y$  die Zufallsvariable, dann ist

$$(1) \quad x = \log y$$

normalverteilt mit Mittelwert  $\mu$  und Standardabweichung  $\sigma^2$ , wenn

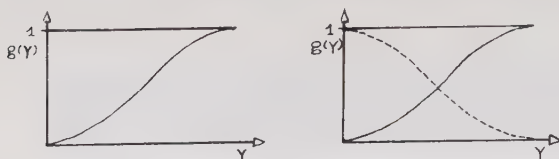
$$(2) \quad f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma_x^2}}$$

Die zugehörige Dichtefunktion hat folgendes Aussehen:



<sup>1</sup> AITCHESON, J.; BROWN, J.A.C.: The Lognormal Distribution, Cambridge, 1957.

Die transformierte Variable  $x$  wird kumuliert und als Komplement zu 1 in Form der Verteilungsfunktion  $g(y)$  abgebildet:



Übertragen auf die Größenverteilung von Städten gilt, wenn die Einwohnerzahl von Städten lognormalverteilt ist, daß

$$(3) f(\log E) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\log E - \mu)^2}{2\sigma^2}},$$

dann beschreibt die Verteilungsfunktion (4)

$$(4) F(N) = \int_0^N f(\log E) d \log E$$

den Anteil der Städte, die kleiner sind als  $N$ . Das Komplement zu 1 bezeichnet dann den Anteil der Städte, die größer sind als  $N$ .

#### D. Gamma-Verteilung<sup>1</sup>

Die Gammaverteilung weicht besonders am Rand von der Pareto-Verteilung ab. Für eine Zufallsvariable  $x$  mit dem Mittelwert  $\mu$  ist sie definiert als

$$(1) f(x) = e^{-x} \cdot \frac{x^{\mu-1}}{\Gamma(\mu)} \quad (0 \leq x < \infty)$$

Dabei lautet die Gammafunktion  $\Gamma(n)$ :

$$(2) \Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-x} \cdot x^{n-1} dx \quad (n > 0)$$

<sup>1</sup> BRONSTEIN, I.N.; SEMENDJAJEW, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, 14. Auflage, Frankfurt 1974, S. 138.

E. Differenzierte Ortspreise ( $P_a$ )

Nachfrage:

$$(1) \quad x = a - bP$$

Kosten des Anbieters:

$$(2) \quad K = (c+r)x$$

Umsatz des Monopolisten:

$$(3) \quad U = P_a(a - bP_a)$$

Gewinn des Monopolisten:

$$(4) \quad G = U - K$$

$$= P_a(a - bP_a) - (c+r)x$$

$$= P_a(a - bP_a) - (c+r)(a - bP_a)$$

$$= (a - bP_a)(P_a - c - r)$$

$$= aP_a - ac - ar - bP_a^2 + bcP_a + brP_a$$

$$G \stackrel{!}{=} \text{Max.}$$

$$(5) \quad dG/dP_a = a - 2bP_a + bc + br \stackrel{!}{=} 0$$

$$2bP_a = a + bc + br$$

$$(6) \quad P_a = a/2b + c/2 + r/2$$

Bezeichnungen:

$P$  = Preis des Nachfragers

$P_a$  = Räumlich differenzierter Angebotspreis des Monopolisten

$x$  = Menge

$c$  = konstante Durchschnittskosten (= Grenzkosten)

$r$  = Transportkosten pro Mengeneinheit und km

$G$  = Gewinn (vor Fixkostenabzug)

F. Einheitlicher Preis ab Werk für eindimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_b$ )

Nachfrage:

$$(1) \quad x = a - bP$$

Kosten des Anbieters:

$$(2) \quad K = cx$$

Bezeichnungen:

$P_b$  = Eindimensionaler Mill-Preis

$R$  = Maximale Reichweite



Preis des Nachfragers:

$$(3) \quad P = P_b + r$$

Umsatz des Monopolisten am Produktionsort:

$$(4) \quad U = P_b x$$

Umsatz des Monopolisten im eindimensionalen Wirtschaftsraum:

$$(5) \quad U = P_b \int_0^R (a - b(P_b + r)) dr$$

Gewinn des Monopolisten:

$$\begin{aligned} (6) \quad G &= P_b \int_0^R (a - b(P_b + r)) dr - cx \\ &= P_b \int_0^R (a - b(P_b + r)) dr - c \int_0^R (a - b(P_b + r)) dr \\ &= (P_b - c) \int_0^R (a - b(P_b + r)) dr \end{aligned}$$

Die maximale Reichweite  $R$  ist erreicht, wenn  $NF \Rightarrow 0$ :

$$x = a - b(P_b + r) \stackrel{!}{=} 0$$

$$a - bP_b - br = 0$$

$$(7) \quad r = a/b - P_b = r_{\max} = R$$

(7) in (6) ergibt:

$$\begin{aligned} (8) \quad G &= (P_b - c) \left[ ar - bP_b r - br^2/2 \right]_0^{(a/b) - P_b} \\ &= (P_b - c) \left( a \left( \frac{a}{b} - P_b \right) - bP_b \left( \frac{a}{b} - P_b \right) - \frac{b}{2} \left( \frac{a}{b} - P_b \right)^2 \right) \\ &= (P_b - c) \left( \frac{a}{b} - P_b \right) \left( a - bP_b - \frac{a}{2} + \frac{b}{2} P_b \right) \\ &= (P_b - c) \left( \frac{a}{b} - P_b \right) \left( \frac{a}{2} - \frac{b}{2} P_b \right) \\ &= (P_b - c) \left( a^2/2b - aP_b + bP_b^2/2 \right) \end{aligned}$$

$$G \stackrel{!}{=} \max.$$

$$(9) \quad dG/dP_b = (P_b - c)(-a + bP_b) + (a^2/2b - aP_b + bP_b^2/2) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(P_b - c)(bP_b - a) + (a^2 - 2abP_b + b^2P_b^2/2) = 0$$

$$(P_b - c)(bP_b - a) + (a - bP_b)^2/2b = 0$$

$$(P_b - c)(bP_b - a) + (bP_b - a)^2/2b = 0$$

$$(bP_b - a)(P_b - c + P_b/2 - a/2b) = 0$$

1. Lösung:

$$bP_b - a = 0$$

$$P_b = a/b$$

2. Lösung:

$$3P_b/2 - c - a/2b = 0$$

$$(10) \quad P_b = a/3b + 2c/3$$

oder

$$1/3(a/b - c) + c$$

G. Einheitlicher Preis ab Werk für zweidimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_c$ )

Ausgehend von Gleichung (6) des eindimensionalen Verfahrens wird eine Erweiterung des Ansatzes um  $2\pi r$  vorgenommen:

$$(11) \quad G = (P_c - c) 2\pi \int_0^R (r(a - b(P_c + r))) dr$$

$$= (P_c - c) 2\pi \int_0^R (ar - bP_c r - br^2) dr$$

$$\begin{aligned}
 (12) \quad G &= (P_c - c) \, 2\pi \left[ ar^2/2 - bP_c r^2/2 - br^3/3 \right]_0^{(a/b) - P_c} \\
 &= (P_c - c) \, 2\pi \left( \frac{a}{2} \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 - \frac{b}{2} P_c \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 - \frac{b}{3} \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^3 \right) \\
 &= (P_c - c) \, 2\pi \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 \left( \frac{a}{2} - \frac{b}{2} P_c - \frac{b}{3} \left( \frac{a}{b} - P_c \right) \right) \\
 &= (P_c - c) \, 2\pi \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 \left( \frac{a}{6} - \frac{b}{6} P_c \right) \\
 &= (P_c - c) \, 2\pi \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 \left( \frac{a}{b} - P_c \right) \frac{b}{6} \\
 &= (P_c - c) \, 2\pi \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^3 \\
 &= (\pi b P_c / 3 - \pi bc / 3) \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^3
 \end{aligned}$$

$$dG/dP_c \stackrel{!}{=} 0$$

$$\begin{aligned}
 (13) \quad dG/dP_c &= \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^3 \pi b / 3 + (\pi b P_c / 3 - \pi bc / 3) (-3 \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2) \stackrel{!}{=} 0 \\
 \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^3 \cdot b + (b P_c - bc) (-3 \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2) &= 0 \\
 \left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 \left( \left( \frac{a}{b} - P_c \right) b + (b P_c - bc) (-3) \right) &= 0
 \end{aligned}$$

1. Lösung:

$$\left( \frac{a}{b} - P_c \right)^2 = 0$$

$$P_c = a/b$$

2. Lösung:

$$\left( \frac{a}{b} - P_c \right) b + (b P_c - bc) (-3) = 0$$

$$a - b P_c - 3 b P_c + 3 bc = 0$$

$$(14) \quad P_c = a/4b + 3c/4$$

oder

$$P_c = 1/4 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$

H. Einheitlicher Preis frei Haus für eindimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_d$ )

Nachfrage:

$$(1) \quad x = a - bP_d$$

Bezeichnung:

$P_d$  = Preis des Nachfragers  
(am Wohnort zu entrichten)

Kosten des Anbieters:

$$(2) \quad K = (c+r)x$$

Umsatz des Monopolisten am Produktionsort:

$$(3) \quad U = P_d(a - bP_d)$$

Gewinn des Monopolisten aus Umsätzen am Produktionsort:

$$(4) \quad G = P_d(a - bP_d) - (c+r)(a - bP_d) \\ = (a - bP_d)(P_d - c - r)$$

Gewinn des Monopolisten im eindimensionalen Wirtschaftsraum:

$$(5) \quad G = (a - bP_d) \int_0^R (P_d - c - r) dr \quad \text{wobei } R = P_d - c$$

$$(6) \quad G = (a - bP_d) \left[ P_d r - cr - r^2/2 \right]_0^{P_d - c} \\ = (a - bP_d) (P_d(P_d - c) - c(P_d - c) - (P_d - c)^2/2) \\ = (a - bP_d) (P_d^2/2 - cP_d + c^2/2)$$

$G \stackrel{!}{=} \text{Max.}$

$$(7) \quad dG/dP_d = (a - bP_d)(P_d - c) + (P_d^2/2 - cP_d + c^2/2)(-b) \stackrel{!}{=} 0$$

$$P_d^2 - \frac{4}{3} cP_d - \frac{2}{3} \frac{a}{b} P_d + \frac{2}{3} \frac{a}{b} c + \frac{1}{3} c^2$$

$$P_d^2 - P_d \left( \frac{4}{3} c + \frac{2}{3} \frac{a}{b} \right) + \frac{2}{3} \frac{a}{b} c + \frac{1}{3} c^2 = 0$$

$$P_{1,2} = \frac{2}{3} c + \frac{1}{3} \frac{a}{b} \pm \sqrt{\left( \frac{2}{3} c + \frac{1}{3} \frac{a}{b} \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{a}{b} c - \frac{1}{3} c^2}$$

$$P_{1,2} = \frac{2}{3} c + \frac{1}{3} \frac{a}{b} \pm \sqrt{\left( \frac{1}{3} \frac{a}{b} - \frac{1}{3} c \right)^2}$$

1. Lösung:

$$P_1 = a/3b + 2c/3 - a/3b + c/3$$

$$P_1 = c$$

2. Lösung:

$$P_2 = a/3b + 2c/3 + a/3b - c/3$$

$$(8) P_d = a/3b + c/3$$

oder

$$P_d = 2/3 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$

I. Einheitlicher Preis frei Haus für zweidimensionalen Wirtschaftsraum ( $P_e$ )

Ausgehend von Gleichung (5) des eindimensionalen Ansatzes wird eine Erweiterung des Ansatzes um  $2\pi r$  vorgenommen:

$$(9) \quad G = (a-bP_e)2\pi \int_0^R ((P_e-c-r)r)dr \quad \text{wobei } R = P_e-c$$

$$= (a-bP_e)2\pi \int_0^R (P_e r - cr - r^2)dr$$

$$(10) \quad G = (a-bP_e)2\pi \left[ P_e r^2 - cr^2/2 - r^3/3 \right]_0^{P_e-c}$$

$$= (a-bP_e)2\pi (P_e(P_e-c)^2 - \frac{c}{2}(P_e-c)^2 - \frac{1}{3}(P_e-c)^3)$$

$$= (a-bP_e)2\pi (P_e-c)^3 \cdot \frac{1}{6}$$

$$= (a-bP_e)(P_e-c)^3 \cdot \pi/3$$

$G \stackrel{!}{=} \text{Max.}$

$$(11) \quad dG/dP_e = (a-bP_e)(P_e-c)^2 \cdot 3 + (P_e-c)^3(-b) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(P_e-c)^2((a-bP_e)3 + (P_e-c)(-b)) = 0$$

1. Lösung:

$$(P_e - c)^2 = 0$$

$$P_e = c$$

2. Lösung:

$$(a - bP_e)3 + (P_e - c)(-b) = 0$$

$$3a - 3bP_e - bP_e + cb = 0$$

$$4bP_e = 3a + cb$$

$$(12) P_e = 3a/4b + c/4$$

oder

$$P_e = 3/4 \left( \frac{a}{b} - c \right) + c$$



S t a t i s t i s c h e r   A n h a n g

**Tabelle A 1** Verzeichnis der Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961

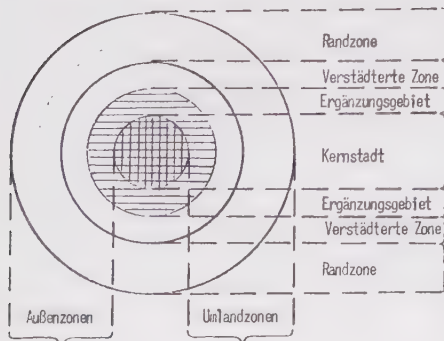
|          |                                |          |                  |          |                     |
|----------|--------------------------------|----------|------------------|----------|---------------------|
| 1 Rhey   | Rhein/Ruhr                     | 26 Heil  | Heilbronn        | 51 Schw  | Schweinfurt         |
| 2 Hamb   | Hamburg                        | 27 Breh  | Bremerhaven      | 52 Harf  | Herford             |
| 3 Muen   | München                        | 28 Frei  | Freiburg         | 53 Erla  | Erlangen            |
| 4 Fran   | Frankfurt/Offenbach            | 29 Uim   | Ulm/Neu-Ulm      | 54 Flan  | Flensburg           |
| 5 Stut   | Stuttgart                      | 30 Pfor  | Pforzheim        | 55 Fuld  | Fulda               |
| 6 Hann   | Hannover                       | 31 Wuer  | Würzburg         | 56 Ketz  | Wetzlar             |
| 7 Brem   | Bremen/Delmenhorst             | 32 Rege  | Regensburg       | 57 Salz  | Salzgitter          |
| 8 Nuer   | Nürnberg/Fürth                 | 33 Kobl  | Koblenz          | 58 Mind  | Minden              |
| 9 Mann   | Mannheim/Ludwigshafen          | 34 Gies  | Gießen           | 59 Pade  | Paderborn           |
| 10 Wies  | Wiesbaden/Mainz                | 35 Hamm  | Hamm             | 60 Heith | Heidenheim          |
| 11 Bonn  | Bonn/Siegburg                  | 36 Sieg  | Siegen           | 61 Saa   | Saarlouis/Dillingen |
| 12 Aach  | Aachen                         | 37 Goet  | Göttingen        | 62 Duer  | Düren               |
| 13 Karl  | Karlsruhe                      | 38 Olde  | Oldenburg        | 63 Neum  | Neumünster          |
| 14 Augs  | Augsburg                       | 39 Reut  | Reutlingen       | 64 Base  | Basel/Lörrach       |
| 15 Saar  | Saarbrücken/Völklingen         | 40 Wolf  | Wolfsburg        | 65 Luen  | Lüneburg            |
| 16 Rhey  | Rheydt/Mönchengladbach/Viersen | 41 Hild  | Hildesheim       | 66 Bayr  | Bayreuth            |
| 17 Kass  | Kassel                         | 42 Neuw  | Neuwied/Andemach | 67 Worm  | Worms               |
| 18 Brau  | Braunschweig/Wolfenbüttel      | 43 Goep  | Göppingen        | 68 Hame  | Hamel               |
| 19 Kiel  | Kiel                           | 44 Asch  | Aschaffenburg    | 69 Lued  | Lüdenscheid         |
| 20 Biele | Bielefeld                      | 45 Kais  | Kaiserslautern   |          |                     |
| 21 Lüb   | Lübeck                         | 46 Neun  | Neunkirchen      |          |                     |
| 22 Mues  | Münster                        | 47 Ingo  | Ingo             |          |                     |
| 23 Darm  | Darmstadt                      | 48 Trier | Trier            |          |                     |
| 24 Heid  | Heidelberg                     | 49 Bam   | Bamberg          |          |                     |
| 25 Osn   | Osnabrück                      | 50 Wilt  | Wilhelmsaven     |          |                     |

Quelle: Stadtregionen in der Abgrenzung von 1961 einschließlich Stadtregion Salzgitter.

Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, Forschungsberichte des Ausschusses "Raum und Bevölkerung" der Akademie für Raumforschung und Landesplanung, Raum und Bevölkerung 5, Hannover 1967, Band XXXII, Textband, Ergänzungsband 1-3.

Statistisches Jahrbuch Deutscher Gemeinden, 57. Jahrgang, 1970, S. 34 ff.

**Tabelle A 2** Merkmale und Schwellenwerte für die Abgrenzung der Außenzonen der Stadtregionen 1961



| Benennung der Zonen | Bevölkerungs-<br>dichte | Erwerbs-<br>struktur                                                   | Verkehrsbeziehungen                                 |                        |
|---------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|------------------------|
|                     |                         |                                                                        | % Anteil der in das Kerngebiet Auspendelnden an den |                        |
|                     | Einwohner je qkm        | Landwirtschaftliche Erwerbspersonen in % der Erwerbspersonen insgesamt | Erwerbspersonen insgesamt                           | Auspendeltem insgesamt |
| Ergänzungsgebiete   |                         |                                                                        | -                                                   | -                      |
| Verstädterte Zonen  | -                       | < 30                                                                   | < 30                                                | < 60                   |
| Engere Randzone     | -                       | < 50                                                                   | < 20                                                | < 60                   |
| Weitere Randzone    | -                       | < 65                                                                   | < 20                                                | < 60                   |

Tabelle A 3

Entfernungsmatrix für die Stadtregionen der  
Bundesrepublik Deutschland  
- Angaben in Straßenkilometern -

|         | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   | 22   | 23   | 24   | 25  |     |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|-----|
|         | Rhei | Hann | Muen | Fran | Stut | Hann | Brem | Nuer | Mann | Wies | Bonn | Aach | Karl | Augs | Saar | Rhey | Kass | Brau | Kiel | Biel | Lueb | Mues | Darm | Heid | Osn |     |
| 1 Rhei  |      | 390  | 660  | 225  | 450  | 255  | 295  | 475  | 325  | 225  | 105  | 115  | 395  | 605  | 325  | 51   | 210  | 310  | 485  | 150  | 455  | 90   | 288  | 335  | 149 |     |
| 2 Hann  | 390  |      | 795  | 510  | 715  | 170  | 120  | 645  | 580  | 540  | 490  | 505  | 645  | 730  | 705  | 485  | 320  | 175  | 95   | 235  | 65   | 295  | 530  | 595  | 238 |     |
| 3 Muen  | 660  | 795  |      | 415  | 215  | 630  | 750  | 165  | 340  | 445  | 580  | 670  | 285  | 65   | 430  | 668  | 500  | 620  | 890  | 620  | 860  | 695  | 395  | 330  | 754 |     |
| 4 Fran  | 225  | 510  | 415  |      | 220  | 350  | 460  | 225  | 75   | 40   | 175  | 260  | 140  | 360  | 205  | 266  | 190  | 335  | 605  | 275  | 575  | 335  | 20   | 90   | 394 |     |
| 5 Stut  | 450  | 715  | 215  | 220  |      | 550  | 665  | 190  | 135  | 225  | 375  | 465  | 80   | 165  | 225  | 466  | 400  | 540  | 810  | 525  | 780  | 560  | 190  | 125  | 619 |     |
| 6 Hann  | 255  | 170  | 630  | 350  | 550  |      | 110  | 470  | 420  | 375  | 355  | 370  | 480  | 590  | 540  | 323  | 155  | 60   | 265  | 110  | 235  | 185  | 370  | 430  | 150 |     |
| 7 Brem  | 295  | 120  | 750  | 460  | 665  | 110  |      | 585  | 530  | 485  | 375  | 415  | 590  | 715  | 655  | 363  | 270  | 170  | 215  | 155  | 185  | 175  | 480  | 540  | 118 |     |
| 8 Nuer  | 475  | 645  | 165  | 225  | 190  | 470  | 585  |      | 255  | 260  | 395  | 485  | 240  | 135  | 390  | 483  | 310  | 470  | 740  | 455  | 680  | 590  | 245  | 240  | 649 |     |
| 9 Mann  | 325  | 580  | 340  | 75   | 135  | 420  | 530  | 255  |      | 85   | 245  | 330  | 65   | 285  | 135  | 333  | 270  | 405  | 675  | 390  | 645  | 415  | 55   | 15   | 474 |     |
| 10 Wies | 225  | 540  | 445  | 40   | 225  | 375  | 485  | 260  | 85   |      | 145  | 230  | 170  | 395  | 180  | 233  | 225  | 365  | 635  | 285  | 605  | 315  | 20   | 100  | 374 |     |
| 11 Bonn | 105  | 490  | 580  | 175  | 375  | 355  | 375  | 395  | 245  | 145  |      | 90   | 305  | 525  | 245  | 108  | 295  | 415  | 585  | 255  | 555  | 210  | 195  | 255  | 269 |     |
| 12 Aach | 115  | 505  | 670  | 260  | 465  | 370  | 415  | 485  | 330  | 230  | 90   |      | 395  | 615  | 280  | 54   | 325  | 425  | 600  | 270  | 570  | 205  | 280  | 345  | 264 |     |
| 13 Karl | 395  | 645  | 285  | 140  | 80   | 480  | 590  | 240  | 65   | 170  | 305  | 395  |      | 230  | 145  | 393  | 330  | 465  | 740  | 405  | 710  | 470  | 120  | 55   | 529 |     |
| 14 Augs | 605  | 730  | 65   | 360  | 165  | 590  | 715  | 135  | 285  | 395  | 525  | 615  | 230  |      | 375  | 613  | 445  | 580  | 850  | 565  | 820  | 640  | 340  | 275  | 699 |     |
| 15 Saar | 325  | 705  | 430  | 205  | 225  | 540  | 655  | 390  | 135  | 180  | 245  | 280  | 145  | 375  |      | 328  | 395  | 530  | 800  | 430  | 770  | 430  | 185  | 155  | 489 |     |
| 16 Rhey | 51   | 485  | 668  | 266  | 466  | 323  | 363  | 483  | 333  | 233  | 108  | 54   | 393  | 613  | 328  |      | 278  | 413  | 588  | 253  | 523  | 158  | 286  | 403  | 217 |     |
| 17 Kass | 210  | 320  | 500  | 190  | 400  | 155  | 270  | 310  | 270  | 225  | 295  | 325  | 330  | 445  | 395  | 278  |      | 145  | 120  | 385  | 170  | 240  | 245  | 355  | 420 | 227 |
| 18 Brau | 310  | 175  | 620  | 335  | 540  | 60   | 170  | 470  | 405  | 365  | 415  | 425  | 465  | 580  | 530  | 413  | 145  |      | 270  | 170  | 240  | 245  | 355  | 420  | 227 |     |
| 19 Kiel | 485  | 95   | 890  | 605  | 810  | 265  | 215  | 740  | 675  | 635  | 585  | 600  | 740  | 850  | 800  | 588  | 415  | 270  |      | 340  | 75   | 415  | 625  | 690  | 333 |     |
| 20 Biel | 150  | 235  | 620  | 275  | 525  | 110  | 155  | 455  | 390  | 285  | 255  | 270  | 405  | 565  | 430  | 253  | 120  | 340  | 158  | 170  | 245  | 415  | 80   | 385  | 355 | 59  |
| 21 Lueb | 455  | 65   | 860  | 575  | 780  | 235  | 185  | 680  | 645  | 605  | 555  | 570  | 710  | 820  | 770  | 523  | 385  | 240  | 75   | 310  |      | 310  | 385  | 595  | 660 | 303 |
| 22 Mues | 90   | 295  | 695  | 335  | 560  | 185  | 175  | 590  | 415  | 315  | 210  | 205  | 470  | 640  | 430  | 158  | 170  | 245  | 415  | 80   | 385  |      | 355  | 415  | 59  |     |
| 23 Darm | 288  | 530  | 395  | 20   | 190  | 370  | 480  | 245  | 55   | 20   | 195  | 280  | 120  | 340  | 185  | 286  | 210  | 355  | 625  | 295  | 595  | 355  |      | 70   | 474 |     |
| 24 Heid | 335  | 595  | 330  | 90   | 125  | 430  | 540  | 240  | 15   | 100  | 255  | 345  | 55   | 275  | 155  | 403  | 280  | 420  | 690  | 400  | 660  | 415  | 70   |      | 474 |     |
| 25 Osn  | 149  | 238  | 754  | 394  | 619  | 150  | 118  | 649  | 474  | 374  | 269  | 264  | 529  | 699  | 489  | 217  | 229  | 227  | 333  | 57   | 303  | 59   | 414  | 474  |     |     |
| 26 Heid | 407  | 670  | 276  | 165  | 58   | 505  | 615  | 177  | 90   | 175  | 330  | 430  | 67   | 223  | 190  | 478  | 355  | 495  | 765  | 475  | 735  | 490  | 145  | 75   | 549 |     |
| 27 Breh | 352  | 119  | 547  | 575  | 762  | 207  | 97   | 682  | 627  | 582  | 472  | 512  | 687  | 962  | 752  | 461  | 367  | 267  | 312  | 252  | 282  | 272  | 577  | 337  | 215 |     |
| 28 Frei | 525  | 785  | 340  | 280  | 235  | 620  | 735  | 380  | 205  | 310  | 445  | 535  | 145  | 300  | 285  | 593  | 470  | 610  | 880  | 595  | 850  | 620  | 260  | 195  | 679 |     |
| 29 Ulm  | 535  | 795  | 130  | 290  | 95   | 630  | 745  | 170  | 215  | 320  | 455  | 545  | 160  | 75   | 305  | 543  | 480  | 620  | 890  | 560  | 860  | 640  | 270  | 205  | 700 |     |
| 30 Pfor | 415  | 613  | 240  | 168  | 25   | 508  | 618  | 215  | 93   | 198  | 333  | 423  | 28   | 190  | 173  | 421  | 358  | 493  | 768  | 433  | 738  | 498  | 138  | 83   | 557 |     |
| 31 Wuer | 375  | 545  | 270  | 120  | 165  | 380  | 490  | 105  | 160  | 295  | 380  | 195  | 215  | 300  | 383  | 230  | 365  | 640  | 350  | 610  | 415  | 123  | 145  | 510  |     |     |
| 32 Rege | 575  | 745  | 130  | 375  | 285  | 580  | 695  | 100  | 355  | 360  | 495  | 585  | 355  | 135  | 500  | 583  | 435  | 560  | 840  | 555  | 770  | 690  | 349  | 340  | 753 |     |
| 33 Kobl | 160  | 525  | 525  | 120  | 320  | 420  | 440  | 340  | 190  | 75   | 65   | 140  | 250  | 470  | 165  | 148  | 245  | 385  | 620  | 310  | 590  | 260  | 113  | 200  | 359 |     |
| 34 Gies | 234  | 445  | 480  | 65   | 285  | 280  | 395  | 290  | 140  | 105  | 156  | 146  | 205  | 425  | 270  | 264  | 125  | 270  | 540  | 245  | 510  | 324  | 85   | 155  | 383 |     |
| 35 Hann | 76   | 301  | 736  | 301  | 526  | 176  | 175  | 551  | 401  | 301  | 181  | 191  | 461  | 681  | 401  | 127  | 150  | 236  | 405  | 66   | 376  | 36   | 364  | 411  | 95  |     |
| 36 Sieg | 120  | 484  | 520  | 125  | 345  | 319  | 328  | 350  | 200  | 165  | 109  | 199  | 265  | 485  | 330  | 198  | 164  | 309  | 579  | 219  | 549  | 189  | 145  | 215  | 248 |     |
| 37 Goe  | 256  | 274  | 546  | 236  | 446  | 109  | 420  | 356  | 316  | 271  | 341  | 371  | 376  | 491  | 441  | 324  | 46   | 99   | 369  | 74   | 339  | 216  | 256  | 326  | 275 |     |
| 38 Olde | 267  | 166  | 861  | 501  | 726  | 156  | 46   | 631  | 581  | 481  | 376  | 371  | 636  | 808  | 596  | 324  | 316  | 216  | 261  | 201  | 231  | 166  | 521  | 581  | 107 |     |
| 39 Reut | 495  | 760  | 210  | 265  | 45   | 596  | 710  | 235  | 180  | 270  | 420  | 510  | 125  | 160  | 270  | 510  | 445  | 586  | 856  | 570  | 825  | 605  | 235  | 170  | 664 |     |
| 40 Wolf | 336  | 175  | 645  | 360  | 565  | 80   | 170  | 495  | 430  | 390  | 440  | 450  | 490  | 605  | 555  | 438  | 170  | 250  | 195  | 240  | 270  | 380  | 445  | 252  |     |     |
| 41 Hild | 279  | 200  | 600  | 323  | 533  | 30   | 140  | 443  | 403  | 398  | 370  | 365  | 526  | 578  | 528  | 358  | 133  | 44   | 295  | 125  | 265  | 200  | 343  | 413  | 165 |     |
| 42 Neuw | 150  | 505  | 540  | 135  | 335  | 395  | 425  | 355  | 205  | 90   | 50   | 125  | 265  | 485  | 180  | 153  | 260  | 360  | 605  | 295  | 575  | 245  | 128  | 215  | 344 |     |
| 43 Goe  | 469  | 760  | 180  | 265  | 45   | 595  | 710  | 220  | 180  | 270  | 420  | 510  | 125  | 125  | 270  | 511  | 445  | 585  | 855  | 570  | 825  | 605  | 235  | 170  | 664 |     |
| 44 Aach | 290  | 547  | 361  | 37   | 224  | 387  | 497  | 196  | 89   | 77   | 212  | 297  | 194  | 374  | 219  | 303  | 227  | 372  | 642  | 312  | 612  | 372  | 34   | 104  | 431 |     |
| 45 Kais | 388  | 635  | 395  | 130  | 190  | 475  | 585  | 310  | 55   | 140  | 300  | 385  | 120  | 340  | 74   | 388  | 325  | 460  | 730  | 445  | 700  | 470  | 110  | 710  | 529 |     |
| 46 Neun | 305  | 700  | 411  | 195  | 206  | 520  | 660  | 375  | 120  | 205  | 365  | 450  | 126  | 356  | 15   | 453  | 390  | 525  | 795  | 510  | 765  | 535  | 175  | 135  | 594 |     |
| 47 Ingo | 390  | 735  | 76   | 315  | 230  | 560  | 675  | 90   | 350  | 455  | 590  | 680  | 295  | 96   | 440  | 678  | 400  | 560  | 830  | 545  | 770  | 775  | 405  | 340  | 835 |     |
| 48 Tria | 240  | 625  | 570  | 195  | 305  | 495  | 540  | 420  | 195  | 170  | 160  | 180  | 215  | 515  | 85   | 243  | 385  | 545  | 715  | 405  | 760  | 345  | 265  | 245  | 420 |     |
| 49 Ramb | 435  | 625  | 225  | 200  | 245  | 460  | 570  | 60   | 240  | 240  | 375  | 460  | 275  | 195  | 380  | 463  | 310  | 575  | 720  | 430  | 690  | 495  | 203  | 225  | 590 |     |
| 50 With | 323  | 221  | 850  | 556  | 781  | 211  | 101  | 686  | 636  | 536  | 431  | 426  | 691  | 863  | 651  | 379  | 371  | 271  | 316  | 256  | 285  | 221  | 576  | 636  | 170 |     |

(Fortsetzung Tabelle A 3).

|         | 26   | 27   | 28   | 29  | 30   | 31   | 32   | 33   | 34   | 35   | 36   | 37   | 38   | 39   | 40   | 41   | 42   | 43   | 44   | 45   | 46   | 47   | 48   | 49   | 50   |
|---------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|         | Heil | Brah | Frei | Ulm | Pfor | Muer | Rege | Kobl | Gies | Hamm | Stag | Goet | Olde | Reut | Wolf | Hild | Neuw | Goep | Asch | Kais | Neun | Ingo | Trie | Bamb | With |
| 1 Rhei  | 407  | 352  | 525  | 535 | 415  | 375  | 575  | 160  | 234  | 76   | 120  | 256  | 267  | 495  | 336  | 279  | 150  | 469  | 290  | 388  | 305  | 390  | 240  | 455  | 323  |
| 2 Hamb  | 670  | 119  | 785  | 795 | 673  | 545  | 745  | 525  | 445  | 301  | 484  | 274  | 156  | 760  | 175  | 200  | 505  | 760  | 547  | 635  | 700  | 735  | 625  | 625  | 221  |
| 3 Muen  | 276  | 847  | 340  | 130 | 240  | 270  | 130  | 525  | 480  | 736  | 520  | 546  | 861  | 210  | 645  | 600  | 540  | 180  | 361  | 395  | 411  | 76   | 570  | 225  | 850  |
| 4 Fran  | 165  | 575  | 280  | 290 | 168  | 120  | 325  | 120  | 65   | 301  | 125  | 236  | 501  | 265  | 360  | 323  | 135  | 265  | 37   | 130  | 195  | 315  | 195  | 200  | 556  |
| 5 Stut  | 58   | 762  | 205  | 95  | 25   | 165  | 285  | 320  | 285  | 526  | 345  | 446  | 726  | 45   | 565  | 533  | 335  | 45   | 224  | 190  | 206  | 230  | 305  | 245  | 781  |
| 6 Hann  | 506  | 207  | 620  | 630 | 508  | 380  | 580  | 420  | 280  | 176  | 319  | 109  | 156  | 596  | 80   | 30   | 395  | 595  | 387  | 475  | 520  | 560  | 495  | 460  | 211  |
| 7 Brem  | 615  | 97   | 735  | 745 | 618  | 490  | 695  | 440  | 395  | 175  | 328  | 224  | 46   | 710  | 170  | 140  | 425  | 710  | 497  | 585  | 650  | 675  | 540  | 570  | 101  |
| 8 Muer  | 177  | 682  | 380  | 170 | 215  | 105  | 100  | 340  | 290  | 551  | 350  | 356  | 631  | 235  | 495  | 443  | 355  | 220  | 196  | 310  | 375  | 90   | 420  | 60   | 686  |
| 9 Mann  | 90   | 627  | 205  | 215 | 93   | 160  | 355  | 190  | 140  | 401  | 200  | 316  | 581  | 180  | 430  | 403  | 205  | 180  | 89   | 55   | 120  | 350  | 195  | 240  | 636  |
| 10 Wies | 175  | 582  | 310  | 320 | 198  | 160  | 360  | 75   | 105  | 301  | 165  | 271  | 481  | 270  | 390  | 358  | 90   | 270  | 77   | 140  | 205  | 455  | 170  | 240  | 536  |
| 11 Bonn | 330  | 472  | 445  | 455 | 333  | 295  | 495  | 65   | 156  | 181  | 109  | 341  | 376  | 420  | 440  | 370  | 50   | 420  | 212  | 300  | 365  | 590  | 160  | 375  | 431  |
| 12 Asch | 430  | 512  | 535  | 545 | 423  | 380  | 585  | 140  | 246  | 191  | 199  | 371  | 371  | 510  | 450  | 385  | 125  | 510  | 297  | 385  | 450  | 680  | 180  | 460  | 426  |
| 13 Kar1 | 67   | 687  | 145  | 160 | 28   | 195  | 355  | 250  | 205  | 461  | 265  | 376  | 636  | 125  | 490  | 526  | 265  | 125  | 154  | 120  | 126  | 295  | 215  | 675  | 691  |
| 14 Augs | 223  | 962  | 300  | 75  | 190  | 215  | 135  | 470  | 425  | 681  | 485  | 491  | 808  | 160  | 605  | 578  | 485  | 125  | 374  | 340  | 356  | 96   | 515  | 195  | 863  |
| 15 Saar | 190  | 752  | 285  | 305 | 173  | 300  | 500  | 165  | 270  | 401  | 330  | 441  | 596  | 270  | 555  | 528  | 180  | 270  | 219  | 74   | 15   | 440  | 85   | 380  | 651  |
| 16 Rhey | 478  | 461  | 593  | 563 | 421  | 383  | 568  | 168  | 264  | 127  | 198  | 324  | 324  | 510  | 438  | 338  | 153  | 511  | 303  | 388  | 453  | 678  | 243  | 463  | 379  |
| 17 Kass | 355  | 367  | 470  | 480 | 358  | 230  | 435  | 245  | 125  | 150  | 164  | 46   | 316  | 445  | 170  | 133  | 260  | 445  | 227  | 325  | 390  | 400  | 385  | 310  | 371  |
| 18 Brau | 495  | 267  | 610  | 620 | 493  | 365  | 560  | 385  | 270  | 236  | 309  | 99   | 216  | 586  | 26   | 44   | 360  | 585  | 372  | 460  | 525  | 560  | 545  | 575  | 271  |
| 19 Kiel | 765  | 312  | 880  | 890 | 768  | 640  | 840  | 620  | 540  | 406  | 579  | 369  | 261  | 856  | 270  | 295  | 605  | 855  | 642  | 730  | 795  | 830  | 715  | 720  | 316  |
| 20 Biel | 475  | 252  | 595  | 560 | 433  | 350  | 555  | 310  | 245  | 66   | 219  | 74   | 201  | 570  | 195  | 125  | 295  | 570  | 312  | 445  | 510  | 545  | 405  | 430  | 256  |
| 21 Lueb | 735  | 282  | 850  | 860 | 738  | 610  | 770  | 590  | 510  | 376  | 549  | 339  | 231  | 825  | 240  | 265  | 575  | 825  | 612  | 700  | 765  | 770  | 760  | 690  | 285  |
| 22 Mues | 490  | 272  | 620  | 640 | 498  | 415  | 690  | 260  | 324  | 36   | 189  | 216  | 166  | 605  | 270  | 200  | 245  | 605  | 372  | 470  | 535  | 775  | 345  | 495  | 221  |
| 23 Damm | 145  | 577  | 260  | 270 | 138  | 123  | 349  | 113  | 85   | 364  | 145  | 256  | 521  | 235  | 380  | 343  | 128  | 235  | 34   | 110  | 175  | 405  | 265  | 203  | 576  |
| 24 Heil | 75   | 337  | 195  | 205 | 83   | 145  | 340  | 200  | 155  | 411  | 215  | 326  | 581  | 170  | 445  | 413  | 215  | 170  | 104  | 70   | 135  | 340  | 245  | 225  | 636  |
| 25 Osna | 549  | 215  | 679  | 700 | 557  | 510  | 753  | 359  | 383  | 95   | 248  | 275  | 107  | 664  | 252  | 165  | 344  | 664  | 431  | 529  | 594  | 835  | 420  | 590  | 170  |
| 26 Heil | 712  | 212  | 280  | 66  | 123  | 281  | 263  | 230  | 483  | 290  | 401  | 656  | 103  | 520  | 488  | 278  | 103  | 138  | 145  | 210  | 415  | 270  | 203  | 711  |      |
| 27 Brah | 712  | 832  | 842  | 715 | 691  | 786  | 532  | 442  | 308  | 461  | 331  | 59   | 807  | 267  | 237  | 517  | 807  | 612  | 682  | 747  | 772  | 622  | 771  | 114  |      |
| 28 Frei | 212  | 832  | 295  | 173 | 335  | 484  | 403  | 345  | 601  | 405  | 516  | 786  | 160  | 635  | 608  | 418  | 250  | 294  | 260  | 271  | 430  | 365  | 415  | 841  |      |
| 29 Ulm  | 280  | 842  | 295  | 120 | 403  | 203  | 413  | 355  | 611  | 415  | 526  | 807  | 90   | 645  | 613  | 428  | 50   | 304  | 270  | 286  | 135  | 385  | 230  | 862  |      |
| 30 Pfor | 66   | 715  | 173  | 120 | 189  | 319  | 291  | 233  | 491  | 293  | 304  | 664  | 70   | 518  | 491  | 306  | 70   | 172  | 148  | 154  | 255  | 253  | 275  | 719  |      |
| 31 Muer | 123  | 691  | 335  | 403 | 189  | 209  | 253  | 185  | 451  | 245  | 276  | 536  | 210  | 390  | 363  | 268  | 210  | 91   | 215  | 280  | 195  | 380  | 80   | 591  |      |
| 32 Rege | 281  | 786  | 484  | 203 | 319  | 209  | 453  | 390  | 651  | 450  | 481  | 741  | 280  | 585  | 568  | 468  | 253  | 344  | 410  | 475  | 75   | 580  | 160  | 796  |      |
| 33 Kobl | 263  | 532  | 403  | 413 | 291  | 253  | 453  | 91   | 236  | 114  | 291  | 466  | 365  | 410  | 378  | 15   | 365  | 157  | 245  | 310  | 548  | 140  | 333  | 521  |      |
| 34 Gies | 230  | 492  | 345  | 355 | 233  | 185  | 390  | 91   | 213  | 60   | 171  | 441  | 330  | 295  | 258  | 106  | 330  | 102  | 195  | 260  | 490  | 231  | 265  | 496  |      |
| 35 Hamm | 483  | 308  | 601  | 611 | 491  | 451  | 651  | 236  | 213  | 153  | 196  | 202  | 571  | 261  | 191  | 216  | 571  | 338  | 456  | 521  | 746  | 331  | 531  | 257  |      |
| 36 Stag | 290  | 461  | 405  | 415 | 293  | 245  | 450  | 114  | 60   | 153  | 210  | 355  | 390  | 334  | 334  | 99   | 390  | 162  | 255  | 320  | 550  | 259  | 325  | 410  |      |
| 37 Goet | 401  | 331  | 516  | 526 | 304  | 276  | 481  | 291  | 171  | 196  | 210  | 270  | 491  | 124  | 179  | 306  | 491  | 373  | 371  | 436  | 446  | 441  | 356  | 325  |      |
| 38 Olde | 656  | 59   | 786  | 807 | 664  | 356  | 741  | 466  | 441  | 202  | 355  | 270  | 771  | 216  | 186  | 451  | 771  | 378  | 360  | 172  | 269  |      |      |      |      |
| 39 Reut | 103  | 807  | 160  | 90  | 70   | 210  | 280  | 365  | 341  | 371  | 390  | 491  | 771  | 611  | 578  | 380  | 59   | 269  | 235  | 251  | 225  | 350  | 295  | 820  |      |
| 40 Wolf | 520  | 267  | 635  | 645 | 518  | 390  | 585  | 410  | 295  | 261  | 334  | 124  | 216  | 611  | 70   | 395  | 610  | 397  | 485  | 550  | 585  | 560  | 450  | 270  |      |
| 41 Hild | 488  | 237  | 603  | 613 | 491  | 363  | 568  | 378  | 258  | 191  | 334  | 179  | 186  | 578  | 70   | 363  | 578  | 360  | 458  | 523  | 533  | 528  | 443  | 234  |      |
| 42 Neuw | 278  | 517  | 418  | 428 | 306  | 268  | 468  | 15   | 106  | 216  | 99   | 306  | 451  | 380  | 395  | 363  | 378  | 172  | 260  | 325  | 563  | 155  | 348  | 361  |      |
| 43 Goep | 103  | 807  | 250  | 50  | 70   | 210  | 253  | 365  | 330  | 571  | 390  | 491  | 771  | 59   | 610  | 578  | 370  | 269  | 235  | 251  | 185  | 350  | 280  | 825  |      |
| 44 Asch | 138  | 612  | 294  | 304 | 172  | 91   | 344  | 197  | 102  | 338  | 162  | 373  | 538  | 269  | 397  | 360  | 172  | 269  | 144  | 209  | 286  | 247  | 171  | 595  |      |
| 45 Kais | 245  | 682  | 260  | 270 | 148  | 215  | 410  | 245  | 195  | 456  | 255  | 371  | 636  | 235  | 485  | 458  | 260  | 235  | 144  | 60   | 421  | 70   | 360  | 755  |      |
| 46 Naun | 110  | 747  | 271  | 286 | 154  | 280  | 475  | 310  | 260  | 521  | 320  | 436  | 701  | 251  | 550  | 523  | 325  | 251  | 209  | 60   |      |      |      |      |      |
| 47 Ingo | 415  | 772  | 430  | 135 | 255  | 195  | 75   | 548  | 490  | 746  | 550  | 446  | 721  | 225  | 585  | 533  | 563  | 185  | 286  | 405  | 421  | 520  | 150  | 775  |      |
| 48 Trie | 270  | 622  | 365  | 385 | 253  | 380  | 580  | 140  | 231  | 259  | 441  | 651  | 350  | 560  | 528  | 155  | 350  | 247  | 122  | 70   | 520  | 460  | 680  |      |      |
| 49 Bamb | 203  | 771  | 415  | 230 | 275  | 80   | 160  | 333  | 265  | 531  | 325  | 356  | 586  | 295  | 490  | 443  | 348  | 280  | 271  | 295  | 360  | 150  | 460  | 640  |      |
| 50 With | 711  | 114  | 841  | 862 | 719  | 591  | 795  | 521  | 496  | 257  | 410  | 325  | 55   | 820  | 270  | 234  | 361  | 825  | 595  | 690  | 755  | 775  | 680  | 640  |      |

(Fortsetzung Tabelle A 3)

|          | 51   | 52   | 53   | 54   | 55   | 56   | 57   | 58   | 59   | 60    | 61   | 62   | 63   | 64   | 65   | 66   | 67   | 68   | 69   |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|          | Schw | Herf | Erla | Flan | Fuld | Metz | Salz | Hind | Pade | Heith | Saal | Duer | Neum | Base | Luen | Bayr | Vorn | Hane | Lued |
| 1 Reib   | 401  | 166  | 458  | 555  | 338  | 206  | 310  | 205  | 156  | 510   | 350  | 110  | 455  | 590  | 310  | 515  | 270  | 210  | 70   |
| 2 Hurb   | 510  | 210  | 625  | 180  | 425  | 460  | 230  | 230  | 290  | 720   | 730  | 500  | 65   | 850  | 55   | 685  | 585  | 300  | 390  |
| 3 Mann   | 310  | 635  | 185  | 975  | 375  | 480  | 585  | 530  | 555  | 160   | 455  | 635  | 860  | 405  | 735  | 140  | 365  | 625  | 580  |
| 4 Fran   | 160  | 290  | 205  | 690  | 85   | 65   | 300  | 395  | 245  | 295   | 230  | 230  | 575  | 345  | 450  | 260  | 85   | 315  | 185  |
| 5 Stut   | 205  | 540  | 190  | 895  | 270  | 285  | 505  | 605  | 455  | 85    | 250  | 430  | 780  | 270  | 655  | 270  | 160  | 525  | 405  |
| 6 Mann   | 345  | 95   | 450  | 345  | 260  | 295  | 60   | 60   | 165  | 555   | 565  | 365  | 235  | 685  | 130  | 500  | 420  | 45   | 255  |
| 7 Brem   | 460  | 155  | 565  | 295  | 375  | 300  | 170  | 105  | 210  | 665   | 680  | 350  | 185  | 800  | 140  | 600  | 530  | 140  | 295  |
| 8 Nuor   | 145  | 470  | 20   | 825  | 210  | 280  | 435  | 515  | 365  | 160   | 415  | 450  | 700  | 445  | 585  | 80   | 280  | 435  | 410  |
| 9 Mann   | 200  | 405  | 250  | 755  | 165  | 140  | 370  | 475  | 325  | 220   | 160  | 300  | 645  | 270  | 515  | 300  | 25   | 395  | 260  |
| 10 Wies  | 200  | 300  | 255  | 720  | 120  | 105  | 330  | 435  | 300  | 310   | 205  | 200  | 605  | 375  | 480  | 300  | 45   | 350  | 245  |
| 11 Bonn  | 335  | 270  | 375  | 680  | 270  | 135  | 380  | 300  | 260  | 460   | 270  | 55   | 555  | 510  | 485  | 435  | 190  | 315  | 125  |
| 12 Aach  | 420  | 285  | 465  | 685  | 345  | 725  | 390  | 305  | 270  | 550   | 305  | 30   | 570  | 600  | 500  | 520  | 275  | 330  | 215  |
| 13 Karl  | 235  | 420  | 230  | 825  | 290  | 205  | 430  | 600  | 385  | 165   | 170  | 360  | 700  | 210  | 580  | 335  | 90   | 455  | 345  |
| 14 Augs  | 255  | 580  | 155  | 935  | 320  | 425  | 545  | 655  | 500  | 95    | 400  | 580  | 820  | 365  | 659  | 215  | 310  | 570  | 545  |
| 15 Saar  | 340  | 445  | 390  | 885  | 405  | 270  | 495  | 605  | 450  | 310   | 25   | 300  | 770  | 350  | 645  | 440  | 135  | 520  | 370  |
| 16 Rhey  | 423  | 268  | 468  | 683  | 351  | 245  | 375  | 295  | 210  | 550   | 355  | 55   | 550  | 655  | 450  | 540  | 275  | 290  | 120  |
| 17 Kass  | 190  | 135  | 290  | 500  | 105  | 140  | 105  | 305  | 55   | 405   | 420  | 320  | 385  | 535  | 260  | 370  | 270  | 125  | 200  |
| 18 Brau  | 335  | 155  | 450  | 355  | 245  | 285  | 35   | 120  | 225  | 540   | 555  | 420  | 240  | 675  | 115  | 635  | 410  | 95   | 310  |
| 19 Kiel  | 605  | 325  | 720  | 85   | 520  | 555  | 325  | 325  | 395  | 815   | 825  | 595  | 30   | 945  | 150  | 780  | 680  | 310  | 485  |
| 20 Biel  | 310  | 15   | 435  | 425  | 225  | 280  | 135  | 45   | 55   | 525   | 455  | 260  | 300  | 660  | 240  | 490  | 330  | 60   | 150  |
| 21 Lueb  | 575  | 295  | 660  | 160  | 490  | 525  | 295  | 295  | 365  | 785   | 795  | 565  | 60   | 915  | 90   | 750  | 650  | 280  | 455  |
| 22 Mues  | 360  | 95   | 570  | 500  | 275  | 250  | 230  | 125  | 80   | 590   | 455  | 200  | 360  | 685  | 315  | 555  | 360  | 165  | 110  |
| 23 Bern  | 163  | 310  | 235  | 710  | 105  | 85   | 325  | 415  | 265  | 295   | 210  | 250  | 595  | 325  | 470  | 260  | 35   | 325  | 205  |
| 24 Heid  | 185  | 415  | 230  | 775  | 175  | 105  | 390  | 485  | 335  | 210   | 180  | 300  | 660  | 260  | 535  | 285  | 60   | 405  | 275  |
| 25 Gna   | 419  | 55   | 629  | 418  | 334  | 310  | 195  | 70   | 140  | 685   | 515  | 205  | 305  | 745  | 280  | 650  | 420  | 110  | 170  |
| 26 Heil  | 163  | 490  | 167  | 850  | 250  | 230  | 475  | 520  | 410  | 145   | 215  | 385  | 735  | 275  | 610  | 260  | 115  | 480  | 350  |
| 27 Brsh  | 557  | 250  | 662  | 397  | 472  | 520  | 265  | 205  | 210  | 865   | 775  | 460  | 185  | 895  | 240  | 830  | 625  | 255  | 350  |
| 28 Frei  | 375  | 610  | 370  | 965  | 440  | 345  | 590  | 540  | 525  | 290   | 310  | 500  | 850  | 55   | 725  | 460  | 230  | 595  | 465  |
| 29 Uhm   | 443  | 575  | 190  | 975  | 320  | 375  | 600  | 605  | 535  | 40    | 330  | 510  | 860  | 360  | 735  | 250  | 240  | 608  | 475  |
| 30 Pfor  | 729  | 448  | 200  | 853  | 294  | 235  | 470  | 475  | 415  | 110   | 200  | 385  | 735  | 235  | 605  | 295  | 115  | 485  | 350  |
| 31 Wuor  | 40   | 365  | 85   | 725  | 105  | 175  | 345  | 395  | 285  | 175   | 325  | 350  | 610  | 400  | 480  | 140  | 205  | 355  | 305  |
| 32 Rege  | 249  | 570  | 809  | 925  | 314  | 385  | 540  | 600  | 490  | 210   | 525  | 550  | 810  | 550  | 675  | 170  | 380  | 560  | 510  |
| 33 Kobl  | 293  | 325  | 320  | 705  | 180  | 95   | 365  | 355  | 300  | 405   | 190  | 110  | 590  | 465  | 500  | 390  | 120  | 365  | 170  |
| 34 Gies  | 190  | 260  | 270  | 625  | 90   | 15   | 250  | 300  | 180  | 360   | 295  | 210  | 510  | 410  | 385  | 345  | 150  | 250  | 120  |
| 35 Harm  | 340  | 81   | 531  | 491  | 265  | 210  | 215  | 110  | 80   | 575   | 425  | 185  | 365  | 665  | 305  | 590  | 345  | 45   | 80   |
| 36 Sieg  | 250  | 234  | 320  | 664  | 150  | 60   | 290  | 265  | 230  | 420   | 355  | 230  | 550  | 470  | 450  | 385  | 210  | 285  | 60   |
| 37 Goet  | 236  | 89   | 336  | 454  | 151  | 185  | 80   | 120  | 100  | 450   | 465  | 395  | 340  | 580  | 215  | 435  | 315  | 125  | 260  |
| 38 Olde  | 506  | 200  | 611  | 346  | 421  | 415  | 215  | 150  | 255  | 710   | 620  | 375  | 230  | 850  | 185  | 645  | 525  | 190  | 340  |
| 39 Raur  | 250  | 585  | 215  | 941  | 314  | 330  | 565  | 615  | 500  | 130   | 295  | 475  | 825  | 225  | 700  | 315  | 205  | 570  | 450  |
| 40 Wolf  | 360  | 180  | 475  | 355  | 275  | 310  | 45   | 140  | 250  | 565   | 580  | 445  | 240  | 700  | 100  | 510  | 435  | 120  | 345  |
| 41 Hilf  | 322  | 110  | 423  | 380  | 238  | 275  | 30   | 75   | 180  | 535   | 555  | 425  | 265  | 665  | 160  | 500  | 405  | 50   | 290  |
| 42 Neuw  | 270  | 310  | 335  | 690  | 180  | 90   | 340  | 340  | 315  | 420   | 205  | 105  | 570  | 485  | 475  | 410  | 135  | 385  | 160  |
| 43 Goeop | 250  | 585  | 200  | 940  | 300  | 330  | 565  | 625  | 500  | 40    | 295  | 475  | 825  | 315  | 700  | 300  | 205  | 570  | 450  |
| 44 Asch  | 100  | 327  | 176  | 727  | 105  | 85   | 350  | 355  | 285  | 165   | 245  | 265  | 610  | 360  | 495  | 230  | 125  | 350  | 240  |
| 45 Kais  | 255  | 460  | 290  | 815  | 320  | 195  | 440  | 500  | 380  | 275   | 100  | 355  | 700  | 325  | 575  | 355  | 55   | 450  | 315  |
| 46 Neun  | 320  | 525  | 355  | 880  | 385  | 260  | 505  | 555  | 445  | 290   | 40   | 410  | 765  | 335  | 640  | 420  | 120  | 515  | 380  |
| 47 Ingo  | 235  | 560  | 110  | 915  | 300  | 370  | 540  | 605  | 455  | 115   | 465  | 445  | 800  | 495  | 675  | 170  | 375  | 525  | 610  |
| 48 Trife | 420  | 420  | 400  | 800  | 280  | 260  | 525  | 450  | 410  | 390   | 65   | 205  | 690  | 430  | 660  | 520  | 195  | 510  | 320  |
| 49 Bamb  | 120  | 445  | 40   | 805  | 142  | 255  | 555  | 515  | 365  | 265   | 405  | 430  | 690  | 480  | 690  | 60   | 265  | 435  | 385  |
| 50 With  | 561  | 255  | 666  | 401  | 476  | 470  | 265  | 205  | 310  | 765   | 675  | 430  | 285  | 905  | 240  | 700  | 580  | 245  | 390  |



(Fortsetzung Tabelle A 3)

|          | 1   | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   | 22   | 23   | 24   | 25   |
|----------|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|          | Reh | Hamb | Muen | Frei | Stut | Hann | Brem | Nuer | Mann | Wies | Bonn | Aach | Karl | Augs | Saar | Rhey | Kass | Brau | Kiel | Biel | Lueb | Mues | Darm | Heid | Osna |
| 51 Schw  | 401 | 510  | 310  | 160  | 205  | 345  | 460  | 145  | 200  | 200  | 335  | 420  | 235  | 255  | 340  | 423  | 190  | 335  | 605  | 310  | 575  | 360  | 163  | 185  | 419  |
| 52 Harf  | 166 | 210  | 635  | 290  | 540  | 95   | 155  | 470  | 405  | 300  | 270  | 285  | 420  | 580  | 445  | 268  | 135  | 155  | 325  | 15   | 295  | 95   | 310  | 415  | 55   |
| 53 Erla  | 458 | 625  | 185  | 205  | 180  | 450  | 565  | 20   | 250  | 255  | 375  | 465  | 230  | 155  | 380  | 468  | 290  | 450  | 720  | 435  | 660  | 570  | 235  | 230  | 629  |
| 54 Flan  | 555 | 180  | 975  | 690  | 895  | 345  | 295  | 825  | 755  | 720  | 680  | 685  | 825  | 935  | 885  | 683  | 500  | 335  | 85   | 425  | 160  | 500  | 710  | 775  | 418  |
| 55 Fuld  | 338 | 425  | 375  | 85   | 270  | 260  | 375  | 210  | 165  | 120  | 270  | 345  | 290  | 320  | 405  | 351  | 105  | 245  | 520  | 225  | 490  | 275  | 105  | 175  | 334  |
| 56 Wetz  | 206 | 460  | 480  | 65   | 285  | 295  | 390  | 280  | 140  | 105  | 135  | 225  | 205  | 425  | 270  | 245  | 140  | 285  | 555  | 280  | 525  | 250  | 85   | 105  | 310  |
| 57 Salz  | 310 | 230  | 585  | 300  | 505  | 60   | 170  | 435  | 370  | 330  | 380  | 390  | 430  | 545  | 495  | 375  | 105  | 35   | 325  | 135  | 295  | 230  | 325  | 390  | 195  |
| 58 Mind  | 205 | 230  | 530  | 395  | 605  | 60   | 105  | 515  | 475  | 435  | 300  | 305  | 600  | 655  | 605  | 295  | 305  | 120  | 325  | 45   | 295  | 125  | 415  | 485  | 70   |
| 59 Pade  | 155 | 290  | 555  | 245  | 455  | 165  | 210  | 365  | 325  | 300  | 260  | 270  | 385  | 500  | 450  | 210  | 55   | 225  | 395  | 55   | 365  | 80   | 265  | 335  | 140  |
| 60 Heith | 510 | 720  | 160  | 295  | 85   | 555  | 665  | 160  | 220  | 310  | 460  | 550  | 165  | 95   | 310  | 550  | 405  | 540  | 815  | 525  | 785  | 590  | 295  | 210  | 685  |
| 61 Saal  | 350 | 730  | 455  | 230  | 250  | 565  | 680  | 415  | 160  | 205  | 270  | 305  | 170  | 400  | 25   | 355  | 420  | 555  | 825  | 455  | 795  | 455  | 210  | 180  | 515  |
| 62 Duer  | 110 | 500  | 635  | 230  | 430  | 365  | 350  | 450  | 300  | 200  | 55   | 30   | 360  | 580  | 300  | 55   | 320  | 420  | 595  | 260  | 565  | 200  | 250  | 300  | 205  |
| 63 Neum  | 455 | 65   | 860  | 575  | 780  | 235  | 185  | 700  | 645  | 605  | 555  | 570  | 700  | 820  | 770  | 550  | 385  | 240  | 30   | 300  | 60   | 360  | 595  | 660  | 305  |
| 64 Base  | 590 | 850  | 405  | 345  | 270  | 685  | 800  | 445  | 270  | 375  | 510  | 600  | 210  | 365  | 395  | 655  | 535  | 675  | 945  | 660  | 915  | 685  | 325  | 260  | 745  |
| 65 Luen  | 310 | 55   | 735  | 450  | 655  | 130  | 140  | 585  | 515  | 480  | 485  | 500  | 580  | 695  | 645  | 450  | 260  | 115  | 150  | 240  | 90   | 315  | 470  | 535  | 280  |
| 66 Bayr  | 515 | 685  | 140  | 260  | 270  | 500  | 630  | 80   | 300  | 300  | 435  | 520  | 335  | 215  | 440  | 540  | 370  | 635  | 780  | 490  | 750  | 555  | 260  | 355  | 650  |
| 67 Worm  | 270 | 585  | 365  | 85   | 160  | 420  | 530  | 280  | 25   | 45   | 190  | 275  | 90   | 310  | 135  | 275  | 270  | 410  | 680  | 330  | 650  | 360  | 60   | 420  |      |
| 68 Hame  | 210 | 300  | 625  | 315  | 525  | 45   | 140  | 435  | 395  | 350  | 315  | 330  | 455  | 570  | 520  | 125  | 95   | 310  | 60   | 280  | 165  | 325  | 405  | 110  |      |
| 69 Lued  | 70  | 390  | 580  | 185  | 405  | 255  | 295  | 410  | 260  | 245  | 125  | 215  | 345  | 545  | 370  | 120  | 200  | 310  | 485  | 150  | 455  | 110  | 205  | 275  | 170  |

|          | 26   | 27   | 28   | 29  | 30   | 31   | 32   | 33   | 34   | 35   | 36    | 37   | 38   | 39   | 40   | 41   | 42   | 43   | 44   | 45   | 46   | 47   | 48   | 49   | 50   |
|----------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|          | Heil | Breh | Frei | Ulm | Pfor | Muer | Rege | Kobl | Gies | Hann | Stieg | Goet | Olde | Reut | Wolf | Hild | Neuw | Geop | Asch | Kais | Neun | Ingo | Trie | Bamb | Wilh |
| 51 Schw  | 163  | 557  | 375  | 443 | 229  | 40   | 249  | 293  | 190  | 340  | 250   | 236  | 505  | 250  | 360  | 322  | 270  | 250  | 100  | 255  | 320  | 235  | 420  | 120  | 561  |
| 52 Harf  | 490  | 250  | 610  | 575 | 448  | 365  | 570  | 325  | 260  | 81   | 234   | 89   | 200  | 585  | 180  | 110  | 310  | 585  | 327  | 460  | 525  | 560  | 420  | 445  | 255  |
| 53 Erla  | 167  | 662  | 370  | 190 | 200  | 85   | 809  | 320  | 270  | 531  | 320   | 336  | 611  | 215  | 475  | 423  | 335  | 200  | 176  | 290  | 355  | 110  | 400  | 40   | 666  |
| 54 Flan  | 650  | 397  | 965  | 975 | 853  | 725  | 925  | 705  | 625  | 491  | 664   | 454  | 346  | 941  | 355  | 380  | 690  | 940  | 727  | 815  | 880  | 915  | 800  | 805  | 401  |
| 55 Fuld  | 250  | 472  | 440  | 320 | 294  | 105  | 314  | 180  | 90   | 265  | 150   | 151  | 421  | 314  | 275  | 238  | 180  | 300  | 105  | 320  | 385  | 300  | 280  | 142  | 476  |
| 56 Wetz  | 230  | 520  | 345  | 375 | 235  | 175  | 385  | 95   | 15   | 210  | 60    | 185  | 415  | 330  | 310  | 275  | 90   | 330  | 85   | 195  | 260  | 370  | 260  | 255  | 470  |
| 57 Salz  | 475  | 265  | 590  | 600 | 470  | 345  | 540  | 365  | 250  | 215  | 290   | 80   | 215  | 565  | 45   | 30   | 340  | 565  | 350  | 440  | 505  | 540  | 525  | 555  | 265  |
| 58 Mind  | 520  | 205  | 540  | 605 | 475  | 395  | 600  | 355  | 300  | 110  | 265   | 120  | 150  | 615  | 140  | 75   | 340  | 625  | 355  | 500  | 555  | 605  | 450  | 515  | 205  |
| 59 Pade  | 410  | 210  | 525  | 535 | 415  | 285  | 430  | 300  | 180  | 80   | 230   | 100  | 255  | 500  | 250  | 180  | 315  | 500  | 285  | 380  | 445  | 455  | 410  | 365  | 310  |
| 60 Heith | 145  | 865  | 290  | 40  | 110  | 175  | 210  | 405  | 360  | 575  | 420   | 450  | 710  | 130  | 565  | 535  | 420  | 40   | 165  | 275  | 290  | 115  | 390  | 265  | 765  |
| 61 Saal  | 215  | 775  | 310  | 330 | 200  | 325  | 525  | 190  | 295  | 425  | 355   | 465  | 620  | 295  | 580  | 555  | 205  | 295  | 245  | 100  | 40   | 465  | 65   | 405  | 675  |
| 62 Duer  | 385  | 460  | 500  | 510 | 385  | 350  | 550  | 110  | 210  | 185  | 230   | 395  | 375  | 475  | 445  | 425  | 105  | 475  | 265  | 355  | 410  | 445  | 205  | 430  | 430  |
| 63 Neum  | 735  | 185  | 850  | 860 | 735  | 610  | 810  | 590  | 510  | 365  | 550   | 340  | 230  | 825  | 240  | 265  | 570  | 825  | 610  | 700  | 765  | 800  | 690  | 690  | 285  |
| 64 Base  | 675  | 895  | 65   | 360 | 235  | 400  | 550  | 465  | 410  | 665  | 470   | 580  | 850  | 225  | 700  | 665  | 485  | 315  | 360  | 325  | 335  | 495  | 430  | 480  | 905  |
| 65 Luen  | 610  | 240  | 725  | 735 | 605  | 460  | 675  | 500  | 385  | 305  | 450   | 215  | 185  | 700  | 100  | 160  | 475  | 700  | 495  | 575  | 640  | 675  | 660  | 690  | 240  |
| 66 Bayr  | 260  | 830  | 460  | 250 | 295  | 140  | 170  | 390  | 345  | 590  | 385   | 435  | 645  | 315  | 510  | 500  | 410  | 300  | 230  | 355  | 420  | 170  | 520  | 60   | 700  |
| 67 Worm  | 115  | 625  | 230  | 240 | 115  | 205  | 380  | 120  | 150  | 345  | 210   | 315  | 525  | 205  | 435  | 405  | 135  | 205  | 125  | 55   | 120  | 375  | 195  | 265  | 580  |
| 68 Hame  | 480  | 255  | 595  | 608 | 485  | 355  | 560  | 355  | 250  | 45   | 285   | 125  | 190  | 570  | 120  | 50   | 385  | 570  | 360  | 450  | 510  | 525  | 510  | 435  | 245  |
| 69 Lued  | 350  | 350  | 465  | 475 | 350  | 305  | 510  | 170  | 120  | 80   | 60    | 260  | 340  | 450  | 345  | 290  | 160  | 450  | 240  | 315  | 380  | 610  | 320  | 385  | 390  |



(Fortsetzung Tabelle A 3)

|          | 51   | 52   | 53   | 54   | 55   | 56   | 57   | 58   | 59   | 60    | 61   | 62   | 63   | 64   | 65   | 66   | 67   | 68   | 69   |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|          | Schw | Herf | Erla | Flen | Fuld | Wetz | Salz | Mind | Pade | Heith | Saal | Duer | Neum | Base | Luen | Bayr | Worm | Hane | Lued |
| 51 Schw  |      | 325  | 125  | 690  | 100  | 185  | 315  | 395  | 245  | 215   | 365  | 390  | 575  | 440  | 450  | 180  | 245  | 315  | 310  |
| 52 Herf  | 325  |      | 450  | 410  | 240  | 295  | 135  | 30   | 70   | 540   | 470  | 275  | 275  | 675  | 225  | 505  | 345  | 40   | 180  |
| 53 Erla  | 125  | 450  |      | 805  | 190  | 260  | 430  | 495  | 345  | 180   | 405  | 430  | 690  | 435  | 565  | 60   | 275  | 415  | 380  |
| 54 Flen  | 690  | 410  | 805  |      | 605  | 640  | 470  | 405  | 480  | 820   | 910  | 665  | 70   | 999  | 235  | 865  | 765  | 390  | 570  |
| 55 Fuld  | 100  | 240  | 190  | 605  |      | 105  | 360  | 315  | 160  | 275   | 430  | 325  | 490  | 505  | 500  | 200  | 165  | 230  | 210  |
| 56 Wetz  | 165  | 295  | 260  | 640  | 105  |      | 265  | 350  | 195  | 350   | 295  | 190  | 525  | 410  | 400  | 315  | 150  | 265  | 120  |
| 57 Salz  | 315  | 135  | 430  | 410  | 360  | 265  |      | 105  | 190  | 520   | 520  | 420  | 295  | 655  | 190  | 615  | 375  | 100  | 300  |
| 58 Mind  | 395  | 30   | 495  | 405  | 315  | 350  | 105  |      | 100  | 570   | 630  | 315  | 295  | 605  | 190  | 575  | 480  | 40   | 275  |
| 59 Pade  | 245  | 70   | 345  | 480  | 160  | 195  | 190  | 100  |      | 460   | 475  | 265  | 355  | 590  | 295  | 425  | 345  | 140  | 125  |
| 60 Heith | 215  | 540  | 180  | 820  | 275  | 350  | 520  | 570  | 460  |       | 335  | 515  | 785  | 355  | 655  | 240  | 245  | 530  | 480  |
| 61 Saal  | 365  | 470  | 405  | 910  | 430  | 295  | 520  | 630  | 475  | 335   |      | 325  | 795  | 375  | 670  | 465  | 160  | 545  | 415  |
| 62 Duer  | 390  | 275  | 430  | 665  | 325  | 190  | 420  | 315  | 265  | 515   | 325  |      | 565  | 565  | 495  | 490  | 245  | 320  | 130  |
| 63 Neum  | 575  | 275  | 690  | 70   | 490  | 525  | 295  | 295  | 355  | 785   | 795  | 565  |      | 915  | 110  | 750  | 650  | 280  | 470  |
| 64 Base  | 440  | 475  | 435  | 999  | 505  | 410  | 655  | 605  | 590  | 355   | 375  | 565  | 915  |      | 790  | 540  | 292  | 660  | 530  |
| 65 Luen  | 450  | 225  | 565  | 235  | 500  | 400  | 150  | 190  | 295  | 655   | 670  | 495  | 110  | 790  |      | 750  | 525  | 175  | 325  |
| 66 Bayr  | 180  | 505  | 60   | 865  | 200  | 315  | 615  | 575  | 425  | 240   | 465  | 490  | 750  | 540  | 750  |      | 325  | 495  | 445  |
| 67 Worm  | 245  | 345  | 275  | 765  | 165  | 150  | 375  | 480  | 345  | 245   | 160  | 245  | 650  | 295  | 525  | 525  |      | 395  | 270  |
| 68 Hane  | 315  | 40   | 415  | 390  | 230  | 265  | 100  | 40   | 140  | 530   | 545  | 320  | 280  | 660  | 175  | 495  | 395  |      | 125  |
| 69 Lued  | 310  | 180  | 380  | 570  | 210  | 120  | 300  | 275  | 125  | 480   | 415  | 130  | 470  | 530  | 325  | 445  | 270  |      | 125  |

Tabelle A 4 Wohnbevölkerung der Stadtregionen und Übrigen Gemeinden in der Bundesrepublik Deutschland

| Stichtag   | Stadtregionen      |                                        | Übrige Gemeinden   |                                        | Bundesgebiet (ohne Berlin) |                                        | Quelle:                                                                                                                                            |
|------------|--------------------|----------------------------------------|--------------------|----------------------------------------|----------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|            | Einwohner in 1.000 | Prozentualer Anteil an der Bevölkerung | Einwohner in 1.000 | Prozentualer Anteil an der Bevölkerung | Einwohner in 1.000         | Prozentualer Anteil an der Bevölkerung |                                                                                                                                                    |
| 17.5.1939  | 22.875,9           | 56,84                                  | 17.373,1           | 43,16                                  | 40.249,0                   | 100,0                                  | Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, a.a.O.<br><br>Handwörterbuch der Raumforschung und Raumordnung, Hannover 1970, S. 3215-3218. |
| 13.9.1950  | 24.999,6           | 51,39                                  | 23.652,4           | 48,61                                  | 48.652,0                   | 100,0                                  |                                                                                                                                                    |
| 25.9.1955  | 28.072,7           | 55,07                                  | 22.904,4           | 44,93                                  | 50.977,1                   | 100,0                                  |                                                                                                                                                    |
| 6.6.1961   | 30.401,1           | 56,32                                  | 23.576,3           | 43,68                                  | 53.977,4                   | 100,0                                  | Statistisches Jahrbuch Deutscher Gemeinden, 57. Jahrgang, 1970, S. 34 ff.                                                                          |
| 31.12.1961 | 30.396,3           | 55,88                                  | 24.003,7           | 44,12                                  | 54.400,0                   | 100,0                                  |                                                                                                                                                    |
| 31.12.1964 | 31.816,8           | 56,43                                  | 24.570,9           | 43,57                                  | 56.387,7                   | 100,0                                  |                                                                                                                                                    |
| 31.12.1965 | 32.210,3           | 56,41                                  | 24.889,7           | 43,59                                  | 57.100,0                   | 100,0                                  |                                                                                                                                                    |
| 31.12.1966 | 32.443,7           | 56,32                                  | 25.163,8           | 43,68                                  | 57.607,5                   | 100,0                                  |                                                                                                                                                    |
| 31.12.1967 | 32.478,5           | 56,21                                  | 25.307,0           | 43,79                                  | 57.785,5                   | 100,0                                  |                                                                                                                                                    |
| 31.12.1968 | 32.802,0           | 56,24                                  | 25.519,6           | 43,76                                  | 58.321,6                   | 100,0                                  |                                                                                                                                                    |

Tabelle A 5 Absolute und relative Veränderung der Wohnbevölkerung von Stadtregionen und Übrigen Gemeinden

| Zeitraum              | Stadtregionen                              |                                         |                                                      | Übrige Gemeinden                           |                                         |                                                      | Bundesgebiet (ohne Berlin)                 |                                         |
|-----------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------|
|                       | Absolute Veränderung der Einwohner in 1000 | Relative Veränderung der Einwohner in % | Prozentualer Anteil an der Veränderung der Einwohner | Absolute Veränderung der Einwohner in 1000 | Relative Veränderung der Einwohner in % | Prozentualer Anteil an der Veränderung der Einwohner | Absolute Veränderung der Einwohner in 1000 | Relative Veränderung der Einwohner in % |
| 17.5.1939-13.9.1950   | 2.123,7                                    | 9,29                                    | 25,27                                                | 6.279,3                                    | 36,14                                   | 74,73                                                | 8.403,0                                    | 20,88                                   |
| 13.9.1950-25.9.1955   | 3.073,1                                    | 12,29                                   | 132,17                                               | -748,0                                     | -3,16                                   | -32,17                                               | 2.325,1                                    | 4,78                                    |
| 25.9.1955-6.6.1961    | 2.328,4                                    | 8,29                                    | 77,61                                                | 671,9                                      | 2,93                                    | 22,39                                                | 3.000,3                                    | 5,89                                    |
| 6.6.1961-31.12.1964   | 1.415,7                                    | 4,67                                    | 58,74                                                | 994,6                                      | 4,22                                    | 41,26                                                | 2.410,3                                    | 4,47                                    |
| 31.12.1964-31.12.1965 | 393,5                                      | 1,24                                    | 55,21                                                | 318,8                                      | 1,30                                    | 44,79                                                | 712,8                                      | 1,26                                    |
| 31.12.1965-31.12.1967 | 268,2                                      | 0,85                                    | 39,13                                                | 480,3                                      | 1,93                                    | 60,87                                                | 685,5                                      | 1,20                                    |
| 31.12.1967-31.12.1968 | 323,3                                      | 1,00                                    | 60,31                                                | 212,8                                      | 0,84                                    | 39,69                                                | 536,1                                      | 0,93                                    |
| 17.5.1939-6.6.1961    | 7.525,2                                    | 32,90                                   | 54,82                                                | 6.203,2                                    | 35,71                                   | 45,18                                                | 13.728,4                                   | 34,11                                   |
| 6.6.1961-31.12.1968   | 2.400,9                                    | 7,89                                    | 55,27                                                | 1.943,3                                    | 8,24                                    | 44,73                                                | 4.344,2                                    | 8,05                                    |
| 17.5.1939-31.12.1968  | 9.926,1                                    | 43,39                                   | 54,92                                                | 8.146,5                                    | 46,89                                   | 45,08                                                | 18.072,6                                   | 44,90                                   |

Tabelle A 6

Wohnbevölkerung in den einzelnen Stadtregionen  
der Bundesrepublik Deutschland nach der Abgren-  
zung von 1961

| Stadt-<br>region | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>17.5.<br>1939 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>13.9.<br>1950 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>25.9.<br>1956 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>6.6.<br>1961 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>31.12.<br>1961 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>31.12.<br>1964 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>31.12.<br>1966 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>31.12.<br>1968 |
|------------------|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 1 Rhei           | 7031,1                                               | 7186,4                                               | 8411,8                                               | 9066,8                                              | 9051,3                                                | 9358,2                                                | 9423,7                                                | 9405,1                                                |
| 2 Hamb           | 1868,2                                               | 1921,2                                               | 2064,9                                               | 2187,8                                              | 2188,0                                                | 2263,7                                                | 2290,7                                                | 2297,8                                                |
| 3 Muen           | 1021,0                                               | 1124,0                                               | 1281,7                                               | 1449,8                                              | 1449,9                                                | 1602,8                                                | 1679,7                                                | 1761,6                                                |
| 4 Fran           | 1036,8                                               | 1142,3                                               | 1320,3                                               | 1474,9                                              | 1474,8                                                | 1579,8                                                | 1641,4                                                | 1677,0                                                |
| 5 Stut           | 917,3                                                | 1087,8                                               | 1300,3                                               | 1469,0                                              | 1469,0                                                | 1563,8                                                | 1618,1                                                | 1655,4                                                |
| 6 Hann           | 611,3                                                | 680,7                                                | 784,3                                                | 852,6                                               | 855,7                                                 | 890,9                                                 | 904,1                                                 | 907,3                                                 |
| 7 Brem           | 602,2                                                | 693,4                                                | 745,5                                                | 812,6                                               | 813,1                                                 | 848,2                                                 | 870,0                                                 | 882,3                                                 |
| 8 Nuer           | 659,7                                                | 680,6                                                | 761,0                                                | 812,5                                               | 812,5                                                 | 849,5                                                 | 867,1                                                 | 877,8                                                 |
| 9 Mann           | 659,1                                                | 638,6                                                | 731,7                                                | 802,0                                               | 802,0                                                 | 845,5                                                 | 866,8                                                 | 872,6                                                 |
| 10 Wies          | 475,8                                                | 516,6                                                | 584,8                                                | 635,8                                               | 635,8                                                 | 677,5                                                 | 702,0                                                 | 716,2                                                 |
| 11 Bonn          | 289,6                                                | 359,8                                                | 417,5                                                | 464,3                                               | 464,5                                                 | 496,6                                                 | 521,6                                                 | 539,9                                                 |
| 12 Aach          | 370,9                                                | 364,6                                                | 409,2                                                | 444,8                                               | 444,8                                                 | 463,5                                                 | 471,0                                                 | 472,5                                                 |
| 13 Karl          | 210,0                                                | 346,5                                                | 382,4                                                | 417,6                                               | 417,6                                                 | 445,5                                                 | 457,6                                                 | 468,1                                                 |
| 14 Augs          | 363,8                                                | 307,3                                                | 335,7                                                | 363,8                                               | 363,8                                                 | 383,4                                                 | 395,9                                                 | 403,1                                                 |
| 15 Saar          | 343,7                                                | 347,6                                                | 366,0                                                | 383,3                                               | 383,3                                                 | 393,6                                                 | 395,9                                                 | 391,9                                                 |
| 16 Rhey          | 300,4                                                | 313,9                                                | 352,5                                                | 370,4                                               | 370,4                                                 | 380,3                                                 | 384,4                                                 | 384,1                                                 |
| 17 Kass          | 309,0                                                | 298,6                                                | 322,6                                                | 341,7                                               | 341,7                                                 | 361,5                                                 | 369,4                                                 | 374,6                                                 |
| 18 Brau          | 272,4                                                | 346,0                                                | 354,6                                                | 369,4                                               | 369,4                                                 | 375,6                                                 | 374,3                                                 | 373,8                                                 |
| 19 Kiel          | 318,8                                                | 339,6                                                | 338,0                                                | 357,0                                               | 357,0                                                 | 362,3                                                 | 365,7                                                 | 368,6                                                 |
| 20 Biele         | 210,9                                                | 268,5                                                | 302,0                                                | 321,5                                               | 321,5                                                 | 329,3                                                 | 335,3                                                 | 337,4                                                 |
| 21 Lueb          | 176,9                                                | 281,4                                                | 268,7                                                | 175,3                                               | 175,3                                                 | 181,2                                                 | 286,6                                                 | 188,4                                                 |
| 22 Mues          | 177,0                                                | 171,9                                                | 208,0                                                | 239,9                                               | 240,0                                                 | 257,4                                                 | 268,3                                                 | 277,1                                                 |
| 23 Darm          | 180,3                                                | 186,4                                                | 219,4                                                | 240,8                                               | 240,8                                                 | 253,4                                                 | 260,9                                                 | 265,9                                                 |
| 24 Heide         | 155,6                                                | 213,0                                                | 224,2                                                | 238,7                                               | 238,7                                                 | 251,3                                                 | 259,0                                                 | 262,4                                                 |
| 25 Osnab         | 162,7                                                | 194,3                                                | 216,3                                                | 233,7                                               | 233,7                                                 | 245,8                                                 | 149,5                                                 | 252,8                                                 |
| 26 Heil          | 159,1                                                | 171,8                                                | 196,1                                                | 213,6                                               | 213,6                                                 | 229,8                                                 | 238,0                                                 | 246,0                                                 |
| 27 Biele         | 167,8                                                | 203,2                                                | 212,0                                                | 223,0                                               | 222,8                                                 | 226,9                                                 | 226,9                                                 | 231,3                                                 |
| 28 Frei          | 147,2                                                | 152,7                                                | 175,7                                                | 198,3                                               | 198,3                                                 | 212,7                                                 | 221,5                                                 | 229,1                                                 |
| 29 Ulm           | 136,9                                                | 159,1                                                | 190,0                                                | 204,4                                               | 204,4                                                 | 214,8                                                 | 217,3                                                 | 221,7                                                 |
| 30 Pfor          | 156,0                                                | 152,2                                                | 177,1                                                | 195,1                                               | 195,1                                                 | 207,5                                                 | 215,1                                                 | 220,1                                                 |
| 31 Muer          | 160,6                                                | 150,4                                                | 173,9                                                | 191,9                                               | 191,9                                                 | 202,6                                                 | 206,9                                                 | 209,5                                                 |
| 32 Regi          | 131,3                                                | 164,8                                                | 170,0                                                | 179,6                                               | 179,6                                                 | 186,2                                                 | 189,5                                                 | 193,5                                                 |
| 33 Kobl          | 150,1                                                | 132,7                                                | 154,7                                                | 173,4                                               | 173,4                                                 | 179,9                                                 | 183,0                                                 | 184,5                                                 |
| 34 Gies          | 106,5                                                | 137,3                                                | 147,9                                                | 159,1                                               | 159,1                                                 | 169,2                                                 | 173,9                                                 | 178,3                                                 |
| 35 Hamm          | 119,0                                                | 137,4                                                | 149,5                                                | 157,9                                               | 162,7                                                 | 161,4                                                 | 163,2                                                 | 169,0                                                 |
| Stadt-<br>region | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>17.5.<br>1939 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>13.9.<br>1950 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>25.9.<br>1956 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>6.6.<br>1961 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>31.12.<br>1961 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>31.12.<br>1964 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>31.12.<br>1966 | Ein-<br>wohner<br>in<br>1.000<br>am<br>31.12.<br>1968 |
| 36 Sieg          | 106,6                                                | 122,9                                                | 138,2                                                | 150,4                                               | 150,8                                                 | 156,8                                                 | 161,3                                                 | 161,9                                                 |
| 37 Goe           | 91,9                                                 | 144,7                                                | 136,5                                                | 146,1                                               | 146,3                                                 | 154,0                                                 | 158,2                                                 | 161,9                                                 |
| 38 Olde          | 94,7                                                 | 148,1                                                | 143,5                                                | 149,7                                               | 149,7                                                 | 153,4                                                 | 156,1                                                 | 159,2                                                 |
| 39 Reut          | 84,9                                                 | 98,8                                                 | 120,3                                                | 133,4                                               | 133,4                                                 | 142,5                                                 | 148,9                                                 | 153,5                                                 |
| 40 Wolf          | 32,3                                                 | 73,1                                                 | 94,5                                                 | 117,6                                               | 117,6                                                 | 140,5                                                 | 146,2                                                 | 152,7                                                 |
| 41 Hild          | 102,6                                                | 127,6                                                | 133,7                                                | 144,2                                               | 144,2                                                 | 149,9                                                 | 149,1                                                 | 149,7                                                 |
| 42 Neuw          | 105,1                                                | 118,5                                                | 132,3                                                | 139,1                                               | 139,1                                                 | 145,6                                                 | 147,8                                                 | 149,3                                                 |
| 43 Goep          | 80,8                                                 | 114,0                                                | 127,6                                                | 136,7                                               | 136,7                                                 | 142,5                                                 | 145,9                                                 | 147,9                                                 |
| 44 Asch          | 91,4                                                 | 105,6                                                | 117,1                                                | 125,3                                               | 125,3                                                 | 134,2                                                 | 136,9                                                 | 141,8                                                 |
| 45 Kais          | 108,9                                                | 105,3                                                | 131,8                                                | 136,5                                               | 136,5                                                 | 138,9                                                 | 140,8                                                 | 139,7                                                 |
| 46 Neun          | 111,6                                                | 124,9                                                | 128,1                                                | 130,0                                               | 133,0                                                 | 137,0                                                 | 138,8                                                 | 137,9                                                 |
| 47 Ingo          | 70,2                                                 | 89,2                                                 | 96,6                                                 | 107,5                                               | 107,5                                                 | 124,2                                                 | 128,3                                                 | 134,0                                                 |
| 48 Trite         | 125,7                                                | 114,7                                                | 127,9                                                | 132,2                                               | 132,2                                                 | 133,8                                                 | 134,3                                                 | 133,8                                                 |
| 49 Bam           | 94,0                                                 | 123,1                                                | 124,7                                                | 128,7                                               | 128,7                                                 | 132,0                                                 | 133,1                                                 | 133,4                                                 |
| 50 Wilh          | 128,4                                                | 125,1                                                | 120,7                                                | 123,3                                               | 123,3                                                 | 125,5                                                 | 128,1                                                 | 130,6                                                 |
| 51 Schw          | 95,2                                                 | 103,2                                                | 111,3                                                | 119,1                                               | 119,1                                                 | 125,3                                                 | 128,7                                                 | 130,1                                                 |
| 52 Herf          | 89,1                                                 | 112,5                                                | 117,6                                                | 122,3                                               | 122,3                                                 | 124,2                                                 | 120,6                                                 | 126,6                                                 |
| 53 Erla          | 52,5                                                 | 76,6                                                 | 89,2                                                 | 102,5                                               | 102,4                                                 | 112,4                                                 | 119,8                                                 | 124,5                                                 |
| 54 Flen          | 81,1                                                 | 121,4                                                | 110,6                                                | 118,8                                               | 119,1                                                 | 119,8                                                 | 121,6                                                 | 122,1                                                 |
| 55 Fulda         | 78,2                                                 | 103,0                                                | 107,2                                                | 110,6                                               | 110,9                                                 | 115,7                                                 | 119,0                                                 | 121,1                                                 |
| 56 Metz          | 68,2                                                 | 92,9                                                 | 100,6                                                | 109,2                                               | 109,2                                                 | 114,5                                                 | 116,8                                                 | 118,7                                                 |
| 57 Salz          | 45,6                                                 | 100,7                                                | 100,3                                                | 110,2                                               | 110,3                                                 | 114,8                                                 | 116,7                                                 | 117,0                                                 |
| 58 Mind          | 75,0                                                 | 102,4                                                | 106,9                                                | 110,4                                               | 110,4                                                 | 114,2                                                 | 116,0                                                 | 116,6                                                 |
| 59 Pader         | 70,0                                                 | 78,5                                                 | 83,6                                                 | 92,1                                                | 92,1                                                  | 98,7                                                  | 103,4                                                 | 107,9                                                 |
| 60 Heide         | 52,8                                                 | 78,1                                                 | 87,6                                                 | 96,7                                                | 96,7                                                  | 103,7                                                 | 105,3                                                 | 105,9                                                 |
| 61 Saal          | 83,6                                                 | 85,4                                                 | 92,2                                                 | 101,0                                               | 101,0                                                 | 103,4                                                 | 104,3                                                 | 104,0                                                 |
| 62 Duer          | 76,1                                                 | 69,2                                                 | 80,1                                                 | 87,7                                                | 87,7                                                  | 94,6                                                  | 96,6                                                  | 98,2                                                  |
| 63 Neum          | 61,6                                                 | 91,2                                                 | 88,2                                                 | 93,1                                                | 93,1                                                  | 94,5                                                  | 94,9                                                  | 94,9                                                  |
| 64 Base          | 53,3                                                 | 59,9                                                 | 72,7                                                 | 83,0                                                | 83,0                                                  | 87,1                                                  | 89,7                                                  | 93,1                                                  |
| 65 Lue           | 55,7                                                 | 82,3                                                 | 79,6                                                 | 84,3                                                | 84,3                                                  | 87,5                                                  | 88,7                                                  | 89,7                                                  |
| 66 Bayr          | 63,1                                                 | 85,2                                                 | 83,2                                                 | 86,4                                                | 86,4                                                  | 87,9                                                  | 88,7                                                  | 89,4                                                  |
| 67 Worm          | 76,3                                                 | 72,7                                                 | 77,9                                                 | 83,9                                                | 83,9                                                  | 86,3                                                  | 87,6                                                  | 87,4                                                  |
| 68 Biele         | 52,9                                                 | 88,6                                                 | 86,1                                                 | 85,3                                                | 85,3                                                  | 85,7                                                  | 86,0                                                  | 86,0                                                  |
| 69 Lued          | 55,5                                                 | 69,0                                                 | 74,0                                                 | 79,3                                                | 79,3                                                  | 81,5                                                  | 82,4                                                  | 82,6                                                  |

Quelle: Vgl. Tabelle A 4.

Tabelle A 7

Absolute und relative Veränderung der Wohnbevölkerung in den einzelnen Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961) für die Jahre 1939-1950, 1950-1956 und 1956-1961

| Stadt-<br>region | Absolute<br>Veränderung der Einwohner<br>in 1.000 |                           |                          | Prozentuale<br>Veränderung der Einwohner |                           |                          | Stadt-<br>region                               | Absolute<br>Veränderung der Einwohner<br>in 1.000 |                           |                          | Prozentuale<br>Veränderung der Einwohner |                           |                          |
|------------------|---------------------------------------------------|---------------------------|--------------------------|------------------------------------------|---------------------------|--------------------------|------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------|--------------------------|------------------------------------------|---------------------------|--------------------------|
|                  | 17,5,39<br>bis<br>13,9,50                         | 13,9,50<br>bis<br>25,9,56 | 25,9,56<br>bis<br>6,6,61 | 17,5,39<br>bis<br>13,9,50                | 13,9,50<br>bis<br>25,9,56 | 25,9,56<br>bis<br>6,6,61 |                                                | 17,5,39<br>bis<br>13,9,50                         | 13,9,50<br>bis<br>25,9,56 | 25,9,56<br>bis<br>6,6,61 | 17,5,39<br>bis<br>13,9,50                | 13,9,50<br>bis<br>25,9,56 | 25,9,56<br>bis<br>6,6,61 |
|                  |                                                   |                           |                          |                                          |                           |                          |                                                |                                                   |                           |                          |                                          |                           |                          |
| 1 Rhei           | 155,3                                             | 1.225,4                   | 655,0                    | 2,21                                     | 17,05                     | 7,79                     | 36 Sieg                                        | 16,3                                              | 15,3                      | 12,2                     | 15,29                                    | 12,43                     | 8,83                     |
| 2 Hamb           | 53,0                                              | 143,7                     | 122,9                    | 2,84                                     | 7,48                      | 5,95                     | 37 Goet                                        | 52,8                                              | -6,2                      | 7,6                      | 57,45                                    | -4,28                     | 5,49                     |
| 3 Muen           | 103,0                                             | 157,7                     | 168,1                    | 10,09                                    | 14,03                     | 13,12                    | 38 Olde                                        | 53,4                                              | -4,6                      | 6,2                      | 56,39                                    | -3,11                     | 4,32                     |
| 4 Fran           | 105,5                                             | 178,0                     | 154,6                    | 10,18                                    | 15,58                     | 11,71                    | 39 Reut                                        | 13,9                                              | 21,5                      | 13,1                     | 16,37                                    | 21,76                     | 10,89                    |
| 5 Stut           | 170,5                                             | 212,5                     | 166,7                    | 18,59                                    | 19,53                     | 12,97                    | 40 Wolf                                        | 40,8                                              | 21,4                      | 23,1                     | 126,32                                   | 29,27                     | 24,44                    |
| 6 Hann           | 78,4                                              | 94,6                      | 68,3                     | 12,83                                    | 13,72                     | 8,71                     | 41 Hild                                        | 25,0                                              | 6,1                       | 10,5                     | 24,37                                    | 4,78                      | 7,85                     |
| 7 Brem           | 91,2                                              | 52,1                      | 67,1                     | 15,14                                    | 7,51                      | 9,00                     | 42 Neuw                                        | 13,4                                              | 13,8                      | 6,8                      | 12,75                                    | 11,65                     | 5,14                     |
| 8 Nuer           | 30,9                                              | 70,4                      | 51,5                     | 4,68                                     | 10,19                     | 6,77                     | 43 Goepl                                       | 33,2                                              | 13,6                      | 9,1                      | 41,09                                    | 11,93                     | 7,13                     |
| 9 Mann           | -20,5                                             | 93,1                      | 70,3                     | -3,11                                    | 14,58                     | 9,61                     | 44 Asch                                        | 14,2                                              | 11,5                      | 8,2                      | 15,54                                    | 10,89                     | 7,00                     |
| 10 Wies          | 40,8                                              | 68,2                      | 51,0                     | 8,58                                     | 13,20                     | 8,72                     | 45 Keits                                       | -3,6                                              | 26,5                      | 4,7                      | -3,31                                    | 25,17                     | 3,57                     |
| 11 Bonn          | 70,2                                              | 57,7                      | 46,8                     | 24,24                                    | 16,04                     | 11,21                    | 46 Neun                                        | 13,3                                              | 3,2                       | 1,9                      | 11,92                                    | 2,56                      | 1,48                     |
| 12 Aech          | -6,3                                              | 44,6                      | 35,6                     | -1,70                                    | 12,23                     | 8,70                     | 47 Ingo                                        | 19,0                                              | 7,4                       | 10,9                     | 27,07                                    | 8,30                      | 11,28                    |
| 13 Karl          | 36,5                                              | 35,9                      | 35,2                     | 11,77                                    | 10,36                     | 9,21                     | 48 Trie                                        | -11,0                                             | 13,2                      | 4,3                      | -8,75                                    | 11,51                     | 3,36                     |
| 14 Augsburg      | 43,5                                              | 28,4                      | 28,1                     | 16,49                                    | 9,24                      | 8,37                     | 49 Barb                                        | 29,1                                              | 1,6                       | 4,0                      | 30,96                                    | 1,30                      | 3,21                     |
| 15 Saar          | 3,9                                               | 18,4                      | 17,3                     | 1,13                                     | 5,29                      | 4,73                     | 50 Wilh                                        | -3,3                                              | -4,4                      | 2,6                      | -2,57                                    | -3,52                     | 2,15                     |
| 16 Rhay          | 13,5                                              | 39,6                      | 17,9                     | 4,49                                     | 12,30                     | 5,08                     | 51 Schw                                        | 8,0                                               | 8,1                       | 7,8                      | 8,40                                     | 7,85                      | 7,01                     |
| 17 Kass          | -10,4                                             | 24,0                      | 19,1                     | -3,37                                    | 8,04                      | 5,92                     | 52 Herf                                        | 23,4                                              | 5,1                       | 4,7                      | 26,26                                    | 4,53                      | 4,00                     |
| 18 Brau          | 73,6                                              | 8,6                       | 14,8                     | 27,02                                    | 2,49                      | 4,17                     | 53 Erla                                        | 24,1                                              | 12,6                      | 13,3                     | 45,90                                    | 16,45                     | 14,91                    |
| 19 Kiel          | 20,8                                              | -1,6                      | 19,0                     | 6,52                                     | -0,47                     | 5,62                     | 54 Flen                                        | 40,3                                              | -10,8                     | 8,2                      | 49,69                                    | -8,90                     | 7,41                     |
| 20 Lueb          | 104,5                                             | -12,7                     | 6,6                      | 59,07                                    | -4,51                     | 2,46                     | 55 Fulda                                       | 24,8                                              | 4,2                       | 3,4                      | 31,71                                    | 4,08                      | 3,17                     |
| 21 Biele         | 57,6                                              | 33,5                      | 19,5                     | 27,31                                    | 12,48                     | 6,46                     | 56 Metz                                        | 24,7                                              | 7,7                       | 8,6                      | 36,22                                    | 8,29                      | 8,55                     |
| 22 Mues          | -5,1                                              | 36,1                      | 31,9                     | -2,88                                    | 21,00                     | 15,34                    | 57 Salz                                        | 56,1                                              | -0,4                      | 9,9                      | 120,83                                   | -0,40                     | 9,87                     |
| 23 Darm          | 6,1                                               | 33,0                      | 21,4                     | 3,38                                     | 17,70                     | 9,75                     | 58 Mind                                        | 27,4                                              | 3,5                       | 4,5                      | 36,52                                    | 3,42                      | 4,25                     |
| 24 Heide         | 57,4                                              | 11,2                      | 14,5                     | 36,39                                    | 5,26                      | 6,47                     | 59 Pader                                       | 8,5                                               | 5,1                       | 8,5                      | 12,44                                    | 6,50                      | 10,17                    |
| 25 Osnab         | 31,6                                              | 22,0                      | 17,4                     | 19,42                                    | 11,32                     | 8,04                     | 60 Heide                                       | 25,3                                              | 9,5                       | 9,1                      | 47,92                                    | 12,16                     | 10,39                    |
| 26 Heil          | 12,7                                              | 24,3                      | 17,5                     | 7,98                                     | 14,14                     | 8,92                     | 61 Saal                                        | 1,8                                               | 6,8                       | 8,8                      | 2,15                                     | 7,96                      | 9,54                     |
| 27 Brau          | 35,4                                              | 8,8                       | 11,0                     | 21,10                                    | 4,33                      | 5,19                     | 62 Duer                                        | -29,9                                             | 10,9                      | 7,6                      | -9,07                                    | 15,75                     | 9,49                     |
| 28 Frei          | 5,5                                               | 23,0                      | 22,6                     | 3,74                                     | 15,06                     | 12,86                    | 63 Neum                                        | 29,6                                              | -3,0                      | 4,9                      | 48,05                                    | -3,29                     | 5,96                     |
| 29 Ulm           | 22,2                                              | 30,9                      | 14,4                     | 16,22                                    | 19,42                     | 7,58                     | 64 Base                                        | 6,6                                               | 12,8                      | 10,3                     | 12,38                                    | 21,37                     | 14,17                    |
| 30 Pfor          | -3,8                                              | 24,9                      | 18,0                     | -2,44                                    | 16,36                     | 10,16                    | 65 Luen                                        | 26,6                                              | -2,7                      | 4,7                      | 47,76                                    | -3,28                     | 5,90                     |
| 31 Nuer          | -10,2                                             | 23,5                      | 18,0                     | -6,35                                    | 15,63                     | 10,35                    | 66 Bayr                                        | 22,1                                              | -2,0                      | 3,2                      | 35,02                                    | -2,35                     | 3,85                     |
| 32 Raga          | 33,5                                              | 5,2                       | 9,6                      | 25,51                                    | 3,16                      | 5,65                     | 67 Worm                                        | -3,6                                              | 5,2                       | 6,0                      | -4,72                                    | 7,15                      | 7,70                     |
| 33 Kobl          | -17,4                                             | 22,0                      | 18,7                     | -11,59                                   | 16,58                     | 12,09                    | 68 Hame                                        | 35,7                                              | -2,5                      | -0,8                     | 67,49                                    | -2,82                     | -0,93                    |
| 34 Gies          | 28,8                                              | 10,6                      | 11,2                     | 26,54                                    | 7,72                      | 7,57                     | 69 Lued                                        | 13,5                                              | 5,0                       | 5,3                      | 24,32                                    | 7,25                      | 7,16                     |
| 35 Hamm          | 18,4                                              | 12,1                      | 8,4                      | 15,46                                    | 8,81                      | 5,62                     |                                                |                                                   |                           |                          |                                          |                           |                          |
| 1 - 69           | 2.123,7                                           | 3.073,1                   | 2.328,4                  | 9,29                                     | 12,29                     | 8,29                     | Legende: 1 - 69: Stadtregionen 1-69            |                                                   |                           |                          |                                          |                           |                          |
| ÜdGdn            | 6.279,3                                           | -748,0                    | 671,9                    | 36,14                                    | -3,16                     | 2,93                     | ÜdGdn: Übrige Gemeinden                        |                                                   |                           |                          |                                          |                           |                          |
| BRD*             | 8.403,0                                           | 2.325,1                   | 3.000,3                  | 20,88                                    | 4,78                      | 5,89                     | BRD*: Bundesrepublik Deutschland (ohne Berlin) |                                                   |                           |                          |                                          |                           |                          |

Quelle: Vgl. Tabelle A 4.

Tabelle A 8

Absolute und relative Veränderung der Wohnbevölkerung in den einzelnen Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961) für die Jahre 1961-1964, 1964-1967 und 1967-1969

| Stadt-region | Absolute Veränderung der Einwohner in 1.000 |                       |                       | Prozentuale Veränderung der Einwohner |                       |                       |
|--------------|---------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|---------------------------------------|-----------------------|-----------------------|
|              | 6.6.61 bis 31.12.64                         | 31.12.64 bis 31.12.66 | 31.12.66 bis 31.12.68 | 6.6.61 bis 31.12.64                   | 31.12.64 bis 31.12.66 | 31.12.66 bis 31.12.68 |
|              | 6.6.61 bis 31.12.64                         | 31.12.64 bis 31.12.66 | 31.12.66 bis 31.12.68 | 6.6.61 bis 31.12.64                   | 31.12.64 bis 31.12.66 | 31.12.66 bis 31.12.68 |
| 1 Rhei       | 291,4                                       | 65,5                  | -18,6                 | 3,21                                  | 0,70                  | -0,20                 |
| 2 Hamb       | 75,9                                        | 27,0                  | 7,1                   | 3,47                                  | 1,19                  | 0,31                  |
| 3 Muen       | 153,0                                       | 79,6                  | 81,9                  | 10,55                                 | 4,80                  | 4,88                  |
| 4 Fran       | 105,0                                       | 61,5                  | 35,6                  | 7,12                                  | 3,89                  | 2,17                  |
| 5 Stut       | 94,8                                        | 54,3                  | 37,3                  | 6,45                                  | 3,47                  | 2,31                  |
| 6 Hann       | 38,3                                        | 13,2                  | 3,2                   | 4,49                                  | 1,48                  | 0,35                  |
| 7 Brem       | 35,6                                        | 21,8                  | 12,3                  | 4,38                                  | 2,57                  | 1,41                  |
| 8 Muer       | 37,0                                        | 17,6                  | 10,7                  | 4,55                                  | 2,07                  | 1,23                  |
| 9 Menn       | 43,5                                        | 21,3                  | 5,8                   | 5,42                                  | 2,52                  | 0,67                  |
| 10 Wies      | 41,7                                        | 24,5                  | 14,2                  | 6,56                                  | 3,62                  | 2,02                  |
| 11 Bonn      | 34,3                                        | 23,0                  | 18,3                  | 7,39                                  | 4,61                  | 3,51                  |
| 12 Aech      | 18,7                                        | 7,5                   | 1,5                   | 4,20                                  | 1,62                  | 0,32                  |
| 13 Karl      | 27,9                                        | 12,1                  | 10,5                  | 6,68                                  | 2,72                  | 2,29                  |
| 14 Augs      | 19,6                                        | 12,5                  | 7,2                   | 5,39                                  | 3,26                  | 1,82                  |
| 15 Saar      | 10,3                                        | 2,3                   | -4,0                  | 2,69                                  | 0,58                  | -1,01                 |
| 16 Rhei      | 9,9                                         | 4,1                   | -0,3                  | 2,67                                  | 1,08                  | -0,08                 |
| 17 Kass      | 19,8                                        | 7,9                   | 5,2                   | 5,79                                  | 2,19                  | 1,41                  |
| 18 Brau      | 6,2                                         | -1,3                  | -0,5                  | 1,68                                  | -0,35                 | -0,13                 |
| 19 Kiel      | 5,3                                         | 3,4                   | 2,9                   | 1,48                                  | 0,94                  | 0,79                  |
| 20 Biele     | 7,8                                         | 6,0                   | 2,1                   | 2,43                                  | 1,82                  | 0,63                  |
| 21 Lueb      | 5,9                                         | 5,4                   | 1,8                   | 2,14                                  | 1,92                  | 0,63                  |
| 22 Mues      | 17,5                                        | 10,9                  | 8,8                   | 7,29                                  | 4,23                  | 3,28                  |
| 23 Darm      | 12,6                                        | 7,5                   | 5,0                   | 5,23                                  | 2,96                  | 1,92                  |
| 24 Heide     | 12,6                                        | 7,7                   | 3,4                   | 5,26                                  | 3,06                  | 1,31                  |
| 25 Osnä      | 12,1                                        | 3,7                   | 3,3                   | 5,18                                  | 1,51                  | 1,32                  |
| 26 Heil      | 16,2                                        | 9,0                   | 7,2                   | 7,58                                  | 3,92                  | 3,02                  |
| 27 Bröh      | 3,9                                         | 4,4                   | 2,3                   | 1,75                                  | 1,94                  | 0,99                  |
| 28 Freie     | 14,4                                        | 8,8                   | 7,6                   | 7,26                                  | 4,14                  | 3,43                  |
| 29 Ulm       | 10,4                                        | 2,5                   | 4,4                   | 5,09                                  | 1,16                  | 2,02                  |
| 30 Pfor      | 12,4                                        | 7,6                   | 5,0                   | 6,36                                  | 2,66                  | 2,32                  |
| 31 Muer      | 10,7                                        | 4,3                   | 2,6                   | 5,58                                  | 2,12                  | 1,26                  |
| 32 Rege      | 6,6                                         | 3,4                   | 3,9                   | 3,67                                  | 1,83                  | 2,06                  |
| 33 Kobl      | 6,5                                         | 3,1                   | 1,5                   | 3,75                                  | 1,72                  | 0,82                  |
| 34 Gies      | 10,1                                        | 4,7                   | 4,4                   | 6,35                                  | 2,78                  | 2,53                  |
| 35 Hamm      | 3,5                                         | 1,8                   | 5,8                   | 2,22                                  | 1,12                  | 3,55                  |
| 36 Sieg      | 6,4                                         | 4,5                   | 0,6                   | 4,26                                  | 2,87                  | 0,37                  |
| 37 Goet      | 7,9                                         | 4,2                   | 3,7                   | 5,41                                  | 2,73                  | 2,34                  |
| 38 Olde      | 3,7                                         | 2,7                   | 3,1                   | 2,47                                  | 1,76                  | 1,99                  |
| 39 Raut      | 9,1                                         | 6,4                   | 4,6                   | 6,82                                  | 4,49                  | 3,09                  |
| 40 Wolf      | 22,9                                        | 5,7                   | 6,5                   | 19,47                                 | 4,06                  | 4,45                  |
| 41 Hild      | 5,7                                         | -0,8                  | 0,6                   | 3,95                                  | -0,53                 | 0,40                  |
| 42 Neuw      | 6,5                                         | 2,2                   | 1,5                   | 4,67                                  | 1,51                  | 1,01                  |
| 43 Goep      | 5,8                                         | 3,4                   | 2,0                   | 4,24                                  | 2,39                  | 1,37                  |
| 44 Asch      | 8,9                                         | 4,7                   | 2,9                   | 7,10                                  | 3,50                  | 2,09                  |
| 45 Kais      | 2,4                                         | 1,9                   | -1,1                  | 1,76                                  | 1,37                  | -0,78                 |
| 46 Neun      | 7,0                                         | 1,8                   | -0,9                  | 5,38                                  | 1,31                  | -0,65                 |
| 47 Ingo      | 16,7                                        | 4,1                   | 5,7                   | 15,53                                 | 3,30                  | 4,44                  |
| 48 Trie      | 1,6                                         | 0,5                   | -0,5                  | 1,21                                  | 0,37                  | -0,37                 |
| 49 Bamb      | 3,3                                         | 1,1                   | 0,3                   | 2,56                                  | 0,83                  | 0,23                  |
| 50 Wilh      | 2,2                                         | 2,6                   | 2,5                   | 1,78                                  | 2,07                  | 1,95                  |
| 51 Schw      | 6,2                                         | 3,4                   | 1,4                   | 5,21                                  | 2,71                  | 1,09                  |
| 52 Herf      | 1,9                                         | -3,6                  | 6,0                   | 1,55                                  | -2,90                 | 4,98                  |
| 53 Erla      | 9,9                                         | 7,4                   | 4,7                   | 9,66                                  | 6,58                  | 3,92                  |
| 54 Flen      | 1,0                                         | 1,8                   | 0,5                   | 0,84                                  | 1,50                  | 0,41                  |
| 55 Fuld      | 5,1                                         | 3,3                   | 2,1                   | 4,61                                  | 2,85                  | 1,76                  |
| 56 Metz      | 5,3                                         | 2,3                   | 1,9                   | 4,85                                  | 2,01                  | 1,63                  |
| 57 Salz      | 4,6                                         | 1,9                   | 0,3                   | 4,17                                  | 1,66                  | 0,26                  |
| 58 Mind      | 3,8                                         | 1,8                   | 0,6                   | 3,44                                  | 1,58                  | 0,52                  |
| 59 Pade      | 6,6                                         | 4,7                   | 4,5                   | 7,17                                  | 4,76                  | 4,35                  |
| 60 Heith     | 7,0                                         | 1,6                   | 0,6                   | 7,24                                  | 1,54                  | 0,57                  |
| 61 Saa       | 2,4                                         | 0,9                   | -0,3                  | 2,38                                  | 0,87                  | -0,29                 |
| 62 Duar      | 6,9                                         | 2,0                   | 1,6                   | 7,37                                  | 2,11                  | 1,66                  |
| 63 Neum      | 1,4                                         | 0,4                   | 0,0                   | 1,50                                  | 0,42                  | 0,00                  |
| 64 Base      | 4,1                                         | 2,6                   | 3,3                   | 4,94                                  | 2,99                  | 3,68                  |
| 65 Luen      | 3,2                                         | 1,2                   | 1,0                   | 3,80                                  | 1,37                  | 1,13                  |
| 66 Bayr      | 1,5                                         | 0,8                   | 0,7                   | 1,74                                  | 0,91                  | 0,79                  |
| 67 Worm      | 2,4                                         | 1,3                   | -0,2                  | 2,86                                  | 1,51                  | -0,23                 |
| 68 Hame      | 0,4                                         | 0,3                   | 0,0                   | 0,47                                  | 0,35                  | 0,00                  |
| 69 Lued      | 2,2                                         | 0,9                   | 0,2                   | 2,77                                  | 1,10                  | 0,24                  |
| 1 - 69       | 1.415,7                                     | 626,9                 | 358,3                 | 4,67                                  | 1,97                  | 1,10                  |
| ÜGndn        | 994,6                                       | 592,9                 | 355,8                 | 4,22                                  | 2,41                  | 1,41                  |
| BRD*         | 2.410,3                                     | 1.219,8               | 714,1                 | 4,47                                  | 2,16                  | 1,24                  |

Legende: 1 - 69: Stadtregionen 1-69

ÜGndn: Übrige Gemeinden

BRD\*: Bundesrepublik Deutschland (ohne Berlin)



**Tabelle A 9** Absolute und relative Veränderung der Wohnbevölkerung in den einzelnen Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961) für die Jahre 1939-1961, 1961-1969 und 1939-1969

| Stadt-<br>region | Absolute<br>Veränderung der Einwohner<br>in 1.000 |                           |                            | Prozentuale<br>Veränderung der Einwohner |                           |                            | Stadt-<br>region                    | Absolute<br>Veränderung der Einwohner<br>in 1.000 |                           |                            | Prozentuale<br>Veränderung der Einwohner |       |        |
|------------------|---------------------------------------------------|---------------------------|----------------------------|------------------------------------------|---------------------------|----------------------------|-------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------|----------------------------|------------------------------------------|-------|--------|
|                  | 17.5.39<br>bis<br>6.6.61                          | 6.6.61<br>bis<br>31.12.68 | 17.5.39<br>bis<br>31.12.68 | 17.5.39<br>bis<br>6.6.61                 | 6.6.61<br>bis<br>31.12.68 | 17.5.39<br>bis<br>31.12.68 |                                     | 17.5.39<br>bis<br>6.6.61                          | 6.6.61<br>bis<br>31.12.68 | 17.5.39<br>bis<br>31.12.68 |                                          |       |        |
|                  |                                                   |                           |                            |                                          |                           |                            |                                     |                                                   |                           |                            |                                          |       |        |
| 1 Rhei           | 2.035,7                                           | 338,3                     | 2.374,0                    | 28,95                                    | 3,73                      | 33,76                      | 36 Sieg                             | 43,8                                              | 11,5                      | 55,3                       | 41,09                                    | 7,65  | 51,83  |
| 2 Hamb           | 319,6                                             | 110,0                     | 429,6                      | 17,11                                    | 5,03                      | 23,00                      | 37 Goet                             | 54,2                                              | 15,8                      | 70,0                       | 58,98                                    | 10,81 | 76,17  |
| 3 Muen           | 428,8                                             | 311,3                     | 740,6                      | 42,00                                    | 21,51                     | 72,54                      | 38 Olde                             | 55,0                                              | 9,5                       | 64,5                       | 58,08                                    | 6,35  | 68,11  |
| 4 Fran           | 438,1                                             | 202,1                     | 640,2                      | 42,26                                    | 13,70                     | 61,75                      | 39 Reut                             | 48,5                                              | 20,1                      | 68,6                       | 57,13                                    | 15,07 | 80,80  |
| 5 Stut           | 551,7                                             | 186,4                     | 738,1                      | 40,14                                    | 12,69                     | 80,46                      | 40 Wolf                             | 85,3                                              | 35,1                      | 120,4                      | 264,09                                   | 29,85 | 37,76  |
| 6 Hann           | 241,3                                             | 54,7                      | 296,0                      | 39,47                                    | 6,42                      | 48,42                      | 41 Hild                             | 41,6                                              | 5,5                       | 47,1                       | 40,55                                    | 3,81  | 45,91  |
| 7 Bren           | 210,4                                             | 69,7                      | 280,1                      | 34,94                                    | 8,58                      | 46,51                      | 42 Neuw                             | 34,0                                              | 10,0                      | 44,2                       | 32,35                                    | 7,91  | 42,06  |
| 8 Duern          | 152,8                                             | 65,3                      | 218,1                      | 23,16                                    | 8,04                      | 33,06                      | 43 Goep                             | 55,9                                              | 11,2                      | 67,1                       | 69,18                                    | 8,19  | 83,04  |
| 9 Mann           | 142,9                                             | 70,6                      | 213,5                      | 21,63                                    | 8,80                      | 32,39                      | 44 Asch                             | 33,9                                              | 16,5                      | 50,4                       | 37,09                                    | 13,17 | 55,14  |
| 10 Wies          | 160,0                                             | 80,4                      | 240,4                      | 33,63                                    | 12,65                     | 50,53                      | 45 Kais                             | 27,6                                              | 3,2                       | 30,8                       | 25,34                                    | 2,34  | 28,28  |
| 11 Bonn          | 174,7                                             | 75,6                      | 250,3                      | 60,32                                    | 16,28                     | 86,43                      | 46 Neun                             | 18,4                                              | 7,9                       | 26,3                       | 16,49                                    | 6,08  | 23,57  |
| 12 Aach          | 73,9                                              | 27,7                      | 101,6                      | 19,92                                    | 6,23                      | 27,35                      | 47 Ingo                             | 37,3                                              | 26,5                      | 63,8                       | 53,13                                    | 24,65 | 90,88  |
| 13 Karl          | 107,6                                             | 50,5                      | 158,1                      | 34,71                                    | 12,09                     | 51,00                      | 48 Trie                             | 6,5                                               | 1,6                       | 8,1                        | 5,17                                     | 1,21  | 6,44   |
| 14 Augs          | 100,0                                             | 39,3                      | 139,3                      | 37,91                                    | 10,80                     | 52,81                      | 49 Bam                              | 34,7                                              | 4,7                       | 39,4                       | 36,91                                    | 3,65  | 41,91  |
| 15 Saar          | 39,6                                              | 8,6                       | 48,2                       | 11,52                                    | 2,24                      | 14,02                      | 50 Wilh                             | -5,1                                              | 7,3                       | 2,2                        | -3,97                                    | 5,92  | 1,71   |
| 16 Rhey          | 70,0                                              | 13,7                      | 83,7                       | 23,30                                    | 3,70                      | 27,86                      | 51 Schw                             | 23,9                                              | 11,0                      | 34,9                       | 25,11                                    | 9,24  | 36,66  |
| 17 Kass          | 32,7                                              | 32,9                      | 65,6                       | 10,58                                    | 9,63                      | 21,21                      | 52 Herf                             | 33,2                                              | 4,3                       | 37,5                       | 37,26                                    | 3,52  | 42,09  |
| 18 Brau          | 97,0                                              | 4,4                       | 101,4                      | 35,61                                    | 1,19                      | 37,22                      | 53 Erla                             | 50,0                                              | 22,0                      | 72,0                       | 95,24                                    | 21,46 | 137,14 |
| 19 Kiel          | 38,2                                              | 11,6                      | 49,8                       | 11,98                                    | 3,25                      | 15,62                      | 54 Flan                             | 37,7                                              | 3,3                       | 41,0                       | 46,49                                    | 2,78  | 50,55  |
| 20 Biele         | 110,6                                             | 15,9                      | 126,5                      | 52,44                                    | 4,95                      | 59,91                      | 55 Fulda                            | 32,4                                              | 10,5                      | 42,9                       | 41,43                                    | 9,49  | 54,86  |
| 21 Luab          | 98,4                                              | 13,1                      | 111,5                      | 55,62                                    | 4,76                      | 63,03                      | 56 Metz                             | 41,0                                              | 9,5                       | 50,5                       | 60,12                                    | 8,70  | 74,05  |
| 22 Mues          | 62,9                                              | 37,2                      | 100,1                      | 35,54                                    | 15,51                     | 56,55                      | 57 Salz                             | 64,6                                              | 6,8                       | 71,4                       | 141,67                                   | 6,17  | 156,53 |
| 23 Darm          | 60,5                                              | 25,1                      | 85,6                       | 33,56                                    | 10,42                     | 47,43                      | 58 Mind                             | 35,4                                              | 6,2                       | 41,6                       | 47,20                                    | 5,62  | 55,47  |
| 24 Heide         | 83,1                                              | 23,7                      | 106,8                      | 53,41                                    | 9,93                      | 68,64                      | 59 Pader                            | 22,1                                              | 15,8                      | 37,9                       | 31,57                                    | 17,16 | 54,14  |
| 25 Osnab         | 71,0                                              | 19,1                      | 90,1                       | 43,64                                    | 8,17                      | 55,33                      | 60 Heith                            | 43,9                                              | 9,2                       | 53,1                       | 83,14                                    | 9,51  | 100,57 |
| 26 Heil          | 54,5                                              | 32,4                      | 86,9                       | 34,26                                    | 15,17                     | 54,62                      | 61 Saa                              | 17,4                                              | 3,0                       | 20,4                       | 20,81                                    | 2,97  | 24,40  |
| 27 Brau          | 55,2                                              | 10,6                      | 65,8                       | 32,90                                    | 4,75                      | 39,21                      | 62 Duern                            | 11,6                                              | 10,5                      | 22,1                       | 15,24                                    | 11,97 | 29,04  |
| 28 Frei          | 51,1                                              | 30,8                      | 81,9                       | 34,71                                    | 15,53                     | 55,64                      | 63 Neum                             | 31,5                                              | 1,8                       | 33,3                       | 51,14                                    | 1,93  | 54,06  |
| 29 Ulm           | 67,5                                              | 17,3                      | 84,8                       | 49,31                                    | 8,46                      | 61,94                      | 64 Bese                             | 29,7                                              | 10,0                      | 39,7                       | 55,72                                    | 12,05 | 74,43  |
| 30 Pfor          | 39,1                                              | 25,0                      | 64,1                       | 25,36                                    | 12,81                     | 41,08                      | 65 Luan                             | 28,6                                              | 5,4                       | 34,0                       | 51,35                                    | 6,41  | 61,04  |
| 31 Duern         | 31,1                                              | 17,6                      | 48,9                       | 19,49                                    | 9,17                      | 30,45                      | 66 Bayr                             | 23,3                                              | 3,0                       | 26,3                       | 36,93                                    | 3,47  | 41,63  |
| 32 Rega          | 48,3                                              | 13,9                      | 62,2                       | 36,79                                    | 7,74                      | 47,37                      | 67 Worm                             | 7,6                                               | 3,5                       | 11,1                       | 9,96                                     | 4,17  | 14,58  |
| 33 Kob           | 23,3                                              | 11,1                      | 34,4                       | 15,52                                    | 6,40                      | 22,92                      | 68 Hame                             | 32,4                                              | 0,7                       | 33,1                       | 61,25                                    | 0,82  | 62,57  |
| 34 Gies          | 50,6                                              | 19,2                      | 69,8                       | 46,64                                    | 12,07                     | 64,33                      | 69 Lued                             | 23,8                                              | 3,3                       | 27,1                       | 42,83                                    | 4,16  | 48,83  |
| 1 - 69           | 7.525,2                                           | 2.400,9                   | 9.926,1                    | 32,90                                    | 7,89                      | 43,39                      | Legende: 1 - 69: Stadtregionen 1-69 |                                                   |                           |                            |                                          |       |        |
| ÜGndn            | 6.203,2                                           | 1.943,3                   | 8.146,5                    | 35,71                                    | 8,24                      | 46,89                      | ÜGndn : Übrige Gemeinden            |                                                   |                           |                            |                                          |       |        |
| BRD*             | 13.728,4                                          | 4.344,2                   | 18.072,6                   | 34,11                                    | 8,05                      | 44,90                      | BRD* : Bundesrepublik (ohne Berlin) |                                                   |                           |                            |                                          |       |        |

Tabelle A 10

Potentiale (1) der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961)

| Stadt-region | Potential 1 (in 1.000) |            |            |            | Stadt-region | Potential 1 (in 1.000) |            |            |            |
|--------------|------------------------|------------|------------|------------|--------------|------------------------|------------|------------|------------|
|              | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |              | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |
| 1 Rhei       | 440.375,06             | 756.191,63 | 819.647,91 | 855.911,51 | 36 Sieg      | 13.083,17              | 24.457,39  | 26.561,19  | 28.137,24  |
| 2 Harb       | 115.959,18             | 181.832,90 | 195.835,60 | 204.214,25 | 37 Goet      | 8.659,73               | 16.112,36  | 19.913,42  | 21.514,44  |
| 3 Muen       | 53.331,18              | 102.225,75 | 118.683,15 | 135.086,23 | 38 Olde      | 8.496,46               | 17.524,25  | 18.687,24  | 19.898,51  |
| 4 Fran       | 121.029,07             | 227.496,69 | 255.623,84 | 280.468,17 | 39 Reut      | 7.215,67               | 15.826,20  | 17.855,47  | 20.080,88  |
| 5 Stut       | 73.899,46              | 157.733,25 | 176.968,80 | 194.909,04 | 40 Wolf      | 2.984,64               | 13.911,34  | 17.275,22  | 19.197,67  |
| 6 Hann       | 57.099,00              | 105.136,93 | 114.043,00 | 119.011,33 | 41 Hild      | 11.015,56              | 20.601,18  | 22.321,09  | 22.835,47  |
| 7 Brem       | 50.123,61              | 88.496,57  | 96.037,74  | 102.314,01 | 42 Neuw      | 12.919,02              | 22.459,36  | 24.587,83  | 25.919,32  |
| 8 Nuer       | 46.879,55              | 79.397,81  | 87.710,72  | 94.603,73  | 43 Goep      | 7.209,28               | 17.063,88  | 18.802,63  | 20.381,91  |
| 9 Mann       | 74.083,62              | 122.435,77 | 135.828,01 | 145.666,02 | 44 Asch      | 11.091,46              | 20.447,88  | 23.086,33  | 25.376,71  |
| 10 Wies      | 60.213,34              | 107.514,95 | 120.465,17 | 132.044,97 | 45 Kais      | 10.037,28              | 16.562,23  | 17.719,18  | 18.444,27  |
| 11 Bonn      | 36.846,45              | 76.949,64  | 86.060,63  | 95.166,82  | 46 Neun      | 11.195,25              | 17.048,87  | 18.337,33  | 18.926,65  |
| 12 Aach      | 41.955,84              | 65.815,42  | 71.465,57  | 74.448,69  | 47 Ingo      | 5.377,08               | 11.110,86  | 13.572,10  | 15.291,65  |
| 13 Kar1      | 30.879,24              | 56.071,61  | 63.009,34  | 68.853,33  | 48 Trie      | 10.478,69              | 14.270,89  | 15.318,06  | 15.752,39  |
| 14 Augs      | 18.777,06              | 35.428,55  | 39.681,94  | 43.814,09  | 49 Bamb      | 7.266,74               | 13.305,35  | 14.368,70  | 15.093,20  |
| 15 Saar      | 28.909,41              | 42.316,15  | 45.485,03  | 46.675,70  | 50 Wilt      | 8.728,74               | 11.059,09  | 11.721,13  | 12.511,41  |
| 16 Rhei      | 57.225,96              | 91.653,59  | 97.758,91  | 100.243,30 | 51 Schw      | 7.679,34               | 12.822,54  | 14.181,94  | 15.267,20  |
| 17 Kass      | 29.433,28              | 43.398,65  | 47.969,74  | 51.127,58  | 52 Herf      | 10.970,84              | 20.227,99  | 21.357,48  | 22.300,06  |
| 18 Brau      | 32.420,16              | 46.133,29  | 47.038,44  | 48.136,42  | 53 Erla      | 5.413,68               | 13.863,09  | 15.992,79  | 18.374,51  |
| 19 Kie1      | 21.041,55              | 30.668,51  | 32.357,85  | 33.709,06  | 54 Flae      | 4.123,63               | 7.829,92   | 8.193,56   | 8.560,18   |
| 20 Bie1      | 24.985,40              | 50.291,70  | 53.613,99  | 56.267,52  | 55 Fu1d      | 7.265,09               | 13.741,48  | 15.068,17  | 16.346,23  |
| 21 Lueb      | 13.954,39              | 27.525,70  | 29.221,69  | 30.662,60  | 56 Metz      | 8.150,19               | 17.471,11  | 19.240,57  | 20.645,58  |
| 22 Mues      | 24.186,87              | 42.968,91  | 47.850,21  | 52.486,67  | 57 Salz      | 4.436,34               | 14.042,96  | 15.261,49  | 15.948,70  |
| 23 Darm      | 30.525,66              | 55.085,06  | 61.317,73  | 67.219,39  | 58 Mind      | 7.948,79               | 15.609,82  | 16.800,96  | 17.572,36  |
| 24 Heid      | 21.899,74              | 43.888,15  | 48.662,53  | 52.696,02  | 59 Pad       | 7.783,75               | 13.480,63  | 15.055,62  | 16.871,43  |
| 25 Osn       | 17.328,90              | 32.778,39  | 35.849,22  | 37.714,81  | 60 Heih      | 4.153,75               | 10.479,44  | 11.863,49  | 12.636,16  |
| 26 Heil      | 15.316,03              | 28.108,68  | 31.874,25  | 35.513,47  | 61 Saal      | 7.009,59               | 10.908,05  | 11.671,51  | 12.055,93  |
| 27 Breh      | 12.183,63              | 21.031,75  | 22.297,94  | 23.538,10  | 62 Duer      | 9.957,54               | 14.993,81  | 16.857,26  | 17.900,01  |
| 28 Frei      | 8.390,19               | 15.207,37  | 17.156,60  | 19.175,61  | 63 Neum      | 5.425,19               | 10.373,03  | 10.918,57  | 11.218,28  |
| 29 Ulm       | 10.155,95              | 20.935,70  | 23.261,81  | 25.075,76  | 64 Base      | 2.634,21               | 5.494,35   | 6.065,83   | 6.723,11   |
| 30 Pfor      | 19.322,24              | 34.104,08  | 28.347,19  | 42.519,36  | 65 Luen      | 5.571,67               | 10.790,84  | 11.650,76  | 12.216,14  |
| 31 Muer      | 14.317,23              | 22.967,33  | 25.538,63  | 27.423,44  | 66 Bayr      | 4.320,55               | 7.944,16   | 8.526,81   | 9.033,26   |
| 32 Raga      | 7.998,60               | 14.697,22  | 16.093,86  | 17.436,91  | 67 Worm      | 10.272,89              | 14.908,45  | 16.134,55  | 16.941,92  |
| 33 Kob1      | 17.709,00              | 27.135,34  | 29.478,27  | 31.137,55  | 68 Hame      | 5.777,40               | 12.411,51  | 12.960,15  | 13.346,89  |
| 34 Gies      | 12.153,91              | 23.904,06  | 26.682,31  | 29.087,35  | 69 Lued      | 8.915,33               | 16.681,07  | 17.833,85  | 18.422,86  |
| 35 Hamm      | 18.530,92              | 33.213,07  | 34.261,58  | 36.562,08  |              |                        |            |            |            |

## Legende:

$$\text{Potential (1): } P_i^1 = E_i \cdot \sum_{j=1}^{69} E_j / d_{ij}$$

 $P_i^1$  = Potential (1) am Ort i

 $d_{ij}$  = einfache Entfernung in Straßenkilometern von Stadtregion i nach Stadtregion j  
wobei  $i \neq j$ 
 $E_i$  = Bevölkerung der Stadtregion i

 $E_j$  = Bevölkerung der Stadtregion j

Quelle: Eigene Berechnungen nach den Tabelle A 3 und A 6.



Tabelle A 11

## Potentiale (2) der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961)

| Stadtregion | Potential 2 (in 1.000) |            |            |            | Stadtregion | Potential 2 (in 1.000) |            |            |            |
|-------------|------------------------|------------|------------|------------|-------------|------------------------|------------|------------|------------|
|             | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |             | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |
| 1 Rhei      | 2.791,49               | 4.758,55   | 5.128,69   | 5.333,82   | 36 Sieg     | 90,36                  | 169,50     | 134,25     | 134,71     |
| 2 Ruhr      | 569,70                 | 4.758,55   | 967,89     | 1.006,96   | 37 Goe      | 51,40                  | 107,28     | 117,95     | 127,33     |
| 3 Muen      | 221,09                 | 904,95     | 509,18     | 584,86     | 38 Olde     | 62,82                  | 129,69     | 137,99     | 147,56     |
| 4 Fran      | 1.409,20               | 435,31     | 3.010,74   | 3.336,54   | 39 Raut     | 63,02                  | 149,46     | 169,60     | 132,60     |
| 5 Stut      | £27,56                 | 2.665,52   | 1.524,90   | 1.699,09   | 40 Wolf     | 25,67                  | 126,54     | 157,95     | 173,16     |
| 6 Bonn      | 379,52                 | 739,55     | 799,29     | 828,09     | 41 Hild     | 124,31                 | 249,86     | 270,02     | 274,69     |
| 7 Essen     | 276,11                 | 493,56     | 533,21     | 567,18     | 42 Neuw     | 149,35                 | 249,49     | 272,80     | 282,53     |
| 8 Muen      | 281,94                 | 539,86     | 606,31     | 670,72     | 43 Goe      | 66,96                  | 171,53     | 190,12     | 207,82     |
| 9 Muen      | 1.016,66               | 1.755,57   | 1.950,36   | 2.100,57   | 44 Aach     | 128,43                 | 242,42     | 275,95     | 336,76     |
| 10 Wies     | 774,36                 | 1.403,92   | 1.583,23   | 1.754,23   | 45 Kais     | 73,24                  | 117,71     | 126,03     | 131,11     |
| 11 Bonn     | 289,60                 | 598,46     | 667,81     | 734,60     | 46 Neun     | 214,77                 | 295,07     | 313,39     | 316,60     |
| 12 Aach     | 327,86                 | 506,33     | 549,40     | 570,05     | 47 Ingo     | 32,34                  | 67,98      | 84,12      | 96,38      |
| 13 Karl     | 269,80                 | 490,94     | 554,39     | 610,54     | 48 Trie     | 49,71                  | 67,30      | 71,07      | 72,31      |
| 14 Augs     | 121,48                 | 236,71     | 270,01     | 304,45     | 49 Bam      | 43,86                  | 80,86      | 87,62      | 92,68      |
| 15 Saar     | 322,00                 | 443,53     | 471,78     | 477,41     | 50 Wilt     | 36,81                  | 47,67      | 50,33      | 53,76      |
| 16 Rhey     | 906,30                 | 1.439,04   | 1.530,15   | 1.558,38   | 51 Schw     | 39,21                  | 64,78      | 71,90      | 77,69      |
| 17 Kass     | 149,09                 | 226,54     | 250,44     | 267,57     | 52 Herf     | 150,35                 | 299,53     | 313,39     | 325,99     |
| 18 Brau     | 161,12                 | 349,83     | 380,15     | 391,15     | 53 Erla     | 104,17                 | 255,05     | 293,14     | 335,96     |
| 19 Kiel     | 131,63                 | 192,83     | 201,71     | 208,68     | 54 Flon     | 15,08                  | 27,89      | 28,93      | 30,06      |
| 20 Biele    | 242,07                 | 498,97     | 527,16     | 552,25     | 55 Fuld     | 40,01                  | 76,65      | 84,50      | 92,32      |
| 21 Lueb     | 112,50                 | 212,40     | 224,27     | 234,01     | 56 Metz     | 85,63                  | 191,54     | 212,56     | 230,56     |
| 22 Mues     | 220,21                 | 391,99     | 434,28     | 474,43     | 57 Salz     | 36,99                  | 125,60     | 136,29     | 141,28     |
| 23 Darm     | 812,26                 | 1.496,23   | 1.673,72   | 1.861,96   | 58 Mind     | 63,60                  | 130,11     | 139,21     | 145,19     |
| 24 Heid     | 561,44                 | 1.071,17   | 1.189,81   | 1.285,93   | 59 Pade     | 51,18                  | 88,62      | 98,73      | 110,53     |
| 25 Osna     | 113,64                 | 218,54     | 238,29     | 250,55     | 60 Heit     | 27,27                  | 73,13      | 83,07      | 88,97      |
| 26 Heil     | 118,21                 | 226,54     | 258,27     | 290,07     | 61 Saa      | 73,44                  | 104,42     | 110,52     | 112,15     |
| 27 Brau     | 61,15                  | 105,01     | 110,92     | 117,02     | 62 Duer     | 102,23                 | 151,36     | 170,00     | 180,16     |
| 28 Frei     | 27,12                  | 50,35      | 57,03      | 64,21      | 63 Neum     | 60,36                  | 109,46     | 114,16     | 116,74     |
| 29 Ulm      | 60,34                  | 132,71     | 148,43     | 161,20     | 64 Base     | 7,88                   | 16,65      | 18,51      | 20,75      |
| 30 Pfor     | 354,39                 | 670,24     | 758,15     | 848,37     | 65 Lued     | 49,73                  | 93,17      | 100,24     | 104,61     |
| 31 Muen     | 80,54                  | 130,21     | 145,17     | 156,73     | 66 Bayr     | 21,34                  | 39,60      | 42,72      | 45,61      |
| 32 Rega     | 33,91                  | 62,83      | 69,56      | 76,24      | 67 Worm     | 153,28                 | 216,20     | 234,70     | 246,99     |
| 33 Kobl     | 177,25                 | 273,61     | 297,75     | 314,94     | 68 Hame     | 49,81                  | 111,02     | 115,51     | 119,42     |
| 34 Gies     | 111,45                 | 233,12     | 261,11     | 286,33     | 69 Lued     | 96,42                  | 179,29     | 190,98     | 195,88     |
| 35 Hamm     | 199,97                 | 359,00     | 369,69     | 393,44     |             |                        |            |            |            |

## Legende:

$$\text{Potential (2): } P_i^2 = E_i \cdot \sum_{j=1}^{69} \frac{E_j}{d_{ij}^2}$$

 $P_i^2$  = Potential (2) am Ort i

 $d_{ij}$  = einfache Entfernung in Straßenkilometern von Stadtregion i nach Stadtregion j wobei i ≠ j

 $E_i$  = Bevölkerung der Stadtregion i

 $E_j$  = Bevölkerung der Stadtregion j

Quelle: Eigene Berechnungen nach den Tabellen A 3 und A 6.

**Tabelle A 12** Potentiale (3) der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961)

| Stadt-region | Potential 3 (in 1.000) |            |            |            | Stadt-region | Potential 3 (in 1.000) |            |            |            |
|--------------|------------------------|------------|------------|------------|--------------|------------------------|------------|------------|------------|
|              | 17.5.1989              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |              | 17.5.1989              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |
| 1 Rhei       | 62,31                  | 83,55      | 87,59      | 91,01      | 36 Sieg      | 122,41                 | 162,18     | 169,40     | 173,80     |
| 2 Hamb       | 61,50                  | 83,10      | 96,51      | 88,87      | 37 Goet      | 93,22                  | 123,80     | 129,31     | 132,89     |
| 3 Muen       | 52,07                  | 70,51      | 74,05      | 76,69      | 38 Olde      | 89,26                  | 117,06     | 121,82     | 124,99     |
| 4 Fran       | 116,44                 | 154,26     | 161,80     | 167,26     | 39 Raut      | 84,82                  | 118,64     | 125,30     | 130,82     |
| 5 Stut       | 80,38                  | 107,37     | 113,17     | 117,74     | 40 Wolf      | 88,56                  | 118,29     | 122,96     | 125,72     |
| 6 Hann       | 91,74                  | 122,87     | 128,01     | 131,17     | 41 Hild      | 105,09                 | 142,87     | 148,91     | 152,54     |
| 7 Brem       | 82,65                  | 108,84     | 113,23     | 115,96     | 42 Neuw      | 122,64                 | 161,46     | 168,87     | 173,84     |
| 8 Nuern      | 70,85                  | 97,73      | 103,25     | 107,77     | 43 Goep      | 89,05                  | 124,83     | 131,95     | 137,81     |
| 9 Mann       | 112,15                 | 152,66     | 160,65     | 166,93     | 44 Asch      | 121,08                 | 163,19     | 172,03     | 178,96     |
| 10 Wies      | 126,28                 | 169,10     | 177,81     | 184,37     | 45 Kais      | 91,95                  | 121,42     | 127,57     | 132,03     |
| 11 Bonn      | 126,99                 | 165,66     | 172,60     | 176,27     | 46 Neun      | 100,13                 | 128,19     | 133,85     | 137,25     |
| 12 Aach      | 112,88                 | 147,97     | 154,19     | 157,57     | 47 Ingo      | 76,42                  | 103,36     | 109,28     | 114,12     |
| 13 Karl      | 99,40                  | 134,27     | 141,44     | 147,09     | 48 Trier     | 83,18                  | 109,46     | 114,48     | 117,73     |
| 14 Augs      | 71,01                  | 97,38      | 103,50     | 108,69     | 49 Bamb      | 77,13                  | 103,38     | 108,85     | 113,14     |
| 15 Saar      | 83,92                  | 110,40     | 115,56     | 119,10     | 50 Wilh      | 67,61                  | 89,70      | 93,40      | 95,80      |
| 16 Rhay      | 190,26                 | 247,44     | 257,06     | 260,98     | 51 Schw      | 80,37                  | 107,66     | 113,18     | 117,35     |
| 17 Kass      | 94,56                  | 127,01     | 132,70     | 136,49     | 52 Herf      | 122,48                 | 165,40     | 171,96     | 176,15     |
| 18 Brau      | 87,06                  | 119,47     | 125,24     | 128,78     | 53 Erla      | 102,90                 | 135,38     | 142,28     | 147,59     |
| 19 Kieł      | 65,63                  | 85,90      | 89,31      | 91,45      | 54 Flan      | 50,56                  | 65,74      | 68,39      | 70,11      |
| 20 Biele     | 117,88                 | 156,43     | 162,81     | 166,77     | 55 Fuld      | 92,50                  | 123,91     | 130,23     | 134,93     |
| 21 Lueb      | 78,47                  | 99,98      | 103,92     | 106,32     | 56 Wetz      | 119,15                 | 159,99     | 168,04     | 173,93     |
| 22 Mues      | 136,24                 | 179,05     | 185,90     | 189,42     | 57 Salz      | 94,43                  | 127,32     | 132,94     | 136,31     |
| 23 Darm      | 169,02                 | 228,76     | 241,98     | 252,80     | 58 Mind      | 105,15                 | 141,39     | 147,12     | 150,71     |
| 24 Heid      | 140,51                 | 183,86     | 193,64     | 200,82     | 59 Pade      | 110,75                 | 146,37     | 152,54     | 156,36     |
| 25 Osna      | 106,07                 | 140,26     | 145,85     | 149,19     | 60 Heith     | 78,48                  | 108,37     | 114,40     | 119,32     |
| 26 Heil      | 96,06                  | 131,59     | 138,70     | 144,36     | 61 Saał      | 83,67                  | 108,00     | 112,88     | 115,96     |
| 27 Breh      | 72,23                  | 94,40      | 98,27      | 100,76     | 62 Ouer      | 130,61                 | 170,97     | 178,20     | 182,28     |
| 28 Fret      | 56,83                  | 76,69      | 80,66      | 83,70      | 63 Neum      | 87,65                  | 111,42     | 115,54     | 118,21     |
| 29 Ulm       | 74,02                  | 102,43     | 108,30     | 113,11     | 64 Base      | 49,27                  | 66,20      | 69,64      | 72,29      |
| 30 Pfor      | 123,66                 | 174,80     | 184,81     | 193,18     | 65 Luan      | 99,16                  | 128,01     | 133,15     | 136,19     |
| 31 Nuern     | 88,87                  | 119,79     | 126,05     | 130,90     | 66 Bayr      | 68,31                  | 91,95      | 97,01      | 101,04     |
| 32 Rego      | 60,74                  | 81,79      | 86,43      | 90,11      | 67 Worm      | 134,39                 | 177,69     | 186,96     | 193,84     |
| 33 Kobł      | 117,71                 | 156,49     | 163,86     | 168,78     | 68 Hane      | 108,16                 | 145,50     | 151,46     | 155,20     |
| 34 Gies      | 111,65                 | 150,25     | 157,70     | 163,14     | 69 Lued      | 160,31                 | 210,35     | 218,82     | 223,04     |
| 35 Hamm      | 155,30                 | 204,14     | 212,18     | 216,34     |              |                        |            |            |            |

Legende:

$$\text{Potential (3)} : P_i^3 = \sum_{j=1}^{69} E_j / d_{ij}$$

$P_i^3$  = Potential (3) am Ort i

$d_{ij}$  = einfache Entfernung in Straßenkilometern von Stadtregion i nach Stadtregion j wobei  $i \neq j$

$E_j$  = Bevölkerung der Stadtregion j

Quelle: Eigene Berechnungen nach den Tabellen A 3 und A 6.

Tabelle A 13

Potentiale (4) der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961)

| Stadt-region | Potential 4 (in 1.000) |            |            |            | Stadt-region | Potential 4 (in 1.000) |            |            |            |
|--------------|------------------------|------------|------------|------------|--------------|------------------------|------------|------------|------------|
|              | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |              | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |
| 1 Rhe1       | 0,40                   | 0,53       | 0,55       | 0,57       | 36 Stieg     | 0,85                   | 1,13       | 1,18       | 1,20       |
| 2 Hamb       | 0,30                   | 0,41       | 0,43       | 0,44       | 37 Goet      | 0,56                   | 0,73       | 0,77       | 0,79       |
| 3 Musn       | 0,22                   | 0,30       | 0,32       | 0,33       | 38 Olde      | 0,66                   | 0,87       | 0,90       | 0,93       |
| 4 Fran       | 1,36                   | 1,81       | 1,91       | 1,99       | 39 Reut      | 0,74                   | 1,12       | 1,19       | 1,25       |
| 5 Stut       | 0,68                   | 0,92       | 0,98       | 1,03       | 40 Wolf      | 0,79                   | 1,09       | 1,12       | 1,13       |
| 6 Hann       | 0,62                   | 0,86       | 0,90       | 0,91       | 41 Hild      | 1,21                   | 1,73       | 1,80       | 1,83       |
| 7 Brem       | 0,46                   | 0,61       | 0,63       | 0,64       | 42 Neuw      | 1,42                   | 1,79       | 1,87       | 1,93       |
| 8 Nuer       | 0,43                   | 0,66       | 0,71       | 0,76       | 43 Goepl     | 0,83                   | 1,25       | 1,33       | 1,41       |
| 9 Mann       | 1,54                   | 2,19       | 2,31       | 2,41       | 44 Asch      | 1,41                   | 1,93       | 2,06       | 2,16       |
| 10 Wies      | 1,63                   | 2,21       | 2,34       | 2,45       | 45 Kais      | 0,67                   | 0,86       | 0,91       | 0,94       |
| 11 Bonn      | 1,00                   | 1,29       | 1,34       | 1,36       | 46 Neun      | 1,92                   | 2,22       | 2,29       | 2,30       |
| 12 Aach      | 0,88                   | 1,14       | 1,19       | 1,21       | 47 Ingo      | 0,46                   | 0,63       | 0,68       | 0,72       |
| 13 Karl      | 0,87                   | 1,18       | 1,24       | 1,30       | 48 Trie      | 0,40                   | 0,51       | 0,53       | 0,54       |
| 14 Augs      | 0,46                   | 0,65       | 0,70       | 0,76       | 49 BamB      | 0,47                   | 0,63       | 0,66       | 0,69       |
| 15 Saar      | 0,94                   | 1,16       | 1,20       | 1,22       | 50 With      | 0,29                   | 0,39       | 0,40       | 0,41       |
| 16 Rhey      | 3,02                   | 3,89       | 4,02       | 4,06       | 51 Schw      | 0,41                   | 0,54       | 0,57       | 0,60       |
| 17 Kass      | 0,48                   | 0,66       | 0,69       | 0,71       | 52 Herf      | 1,69                   | 2,45       | 2,52       | 2,58       |
| 18 Brau      | 0,59                   | 0,95       | 1,01       | 1,05       | 53 Erla      | 1,98                   | 2,49       | 2,61       | 2,70       |
| 19 Kiel      | 0,41                   | 0,54       | 0,56       | 0,57       | 54 Flen      | 0,19                   | 0,23       | 0,24       | 0,25       |
| 20 Stiel     | 1,15                   | 1,55       | 1,60       | 1,64       | 55 Fuld      | 0,51                   | 0,69       | 0,73       | 0,76       |
| 21 Lueb      | 0,64                   | 0,77       | 0,80       | 0,81       | 56 Wetz      | 1,26                   | 1,75       | 1,86       | 1,94       |
| 22 Mues      | 1,24                   | 1,63       | 1,69       | 1,71       | 57 Salz      | 0,81                   | 1,14       | 1,19       | 1,21       |
| 23 Darm      | 4,51                   | 6,21       | 6,63       | 7,00       | 58 Mind      | 0,85                   | 1,18       | 1,22       | 1,25       |
| 24 Heid      | 3,61                   | 4,49       | 4,73       | 4,90       | 59 Pade      | 0,73                   | 0,96       | 1,00       | 1,02       |
| 25 Osna      | 0,70                   | 0,94       | 0,97       | 0,99       | 60 Heth      | 0,52                   | 0,76       | 0,80       | 0,84       |
| 26 Heil      | 0,74                   | 1,06       | 1,12       | 1,18       | 61 Saa1      | 0,88                   | 1,03       | 1,07       | 1,08       |
| 27 Breh      | 0,36                   | 0,47       | 0,49       | 0,50       | 62 Duer      | 1,34                   | 1,73       | 1,80       | 1,83       |
| 28 Frei      | 0,18                   | 0,25       | 0,27       | 0,28       | 63 Neum      | 0,96                   | 1,18       | 1,21       | 1,23       |
| 29 Ulm       | 0,44                   | 0,65       | 0,69       | 0,73       | 64 Base      | 0,15                   | 0,20       | 0,21       | 0,22       |
| 30 Pfor      | 2,27                   | 3,44       | 3,65       | 3,85       | 65 Luen      | 0,89                   | 1,11       | 1,15       | 1,17       |
| 31 Muer      | 0,50                   | 0,68       | 0,72       | 0,75       | 66 Bayr      | 0,34                   | 0,46       | 0,49       | 0,51       |
| 32 Rege      | 0,26                   | 0,35       | 0,37       | 0,39       | 67 Worm      | 2,01                   | 2,58       | 2,72       | 2,83       |
| 33 Kob1      | 1,18                   | 1,58       | 1,66       | 1,71       | 68 Hame      | 0,94                   | 1,30       | 1,36       | 1,38       |
| 34 Gies      | 1,03                   | 1,47       | 1,54       | 1,61       | 69 Lued      | 1,74                   | 2,26       | 2,34       | 2,37       |
| 35 Hamm      | 1,68                   | 2,21       | 2,29       | 2,33       |              |                        |            |            |            |

Legende:

$$\text{Potential (4)} : P_i^4 = \sum_{j=1}^{69} E_j / d_{ij}^2$$

$P_i^4$  = Potential (4) am Ort i

$d_{ij}$  = einfache Entfernung in Straßenkilometern von Stadtregion i nach Stadtregion j  
wobei  $i \neq j$

$E_j$  = Bevölkerung der Stadtregion j

Quelle: Eigene Berechnungen nach den Tabellen A 3 und A 6.

Tabelle A 14

Potentiale (5) der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961)

| Stadt-region | Potential 5 (in 1.000) |               |               |               | Stadt-region | Potential 5 (in 1.000) |            |            |            |
|--------------|------------------------|---------------|---------------|---------------|--------------|------------------------|------------|------------|------------|
|              | 17.5.1939              | 31.12.1961    | 31.12.1964    | 31.12.1968    |              | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1968 |
| 1 Rhei       | 6.651,642,11           | 11.512,474,06 | 12.503,056,90 | 13.073,256,42 | 36 Sieg      | 171,318,73             | 321,378,96 | 349,365,69 | 370,913,51 |
| 2 Hamb       | 2.018,629,20           | 3.179,450,90  | 3.435,853,89  | 3.590,451,73  | 37 Boet      | 129,556,74             | 273,878,90 | 301,377,99 | 326,029,42 |
| 3 Muen       | 1.004,937,08           | 1.965,773,32  | 2.274,496,84  | 2.577,644,63  | 38 Olde      | 126,448,23             | 263,552,62 | 281,770,65 | 300,428,53 |
| 4 Fran       | 1.543,102,03           | 2.907,124,45  | 3.259,751,48  | 3.565,995,91  | 39 Reut      | 107,994,47             | 229,752,18 | 258,001,68 | 288,173,60 |
| 5 Stut       | 1.131,985,16           | 2.403,295,51  | 2.685,507,50  | 2.940,689,33  | 40 Wolf      | 43,060,21              | 207,912,87 | 259,136,82 | 289,308,51 |
| 6 Hann       | 834,499,39             | 1.551,568,81  | 1.686,908,59  | 1.765,841,71  | 41 Hild      | 146,434,00             | 274,969,61 | 298,538,19 | 306,455,26 |
| 7 Brem       | 778,324,09             | 1.388,398,05  | 1.511,157,48  | 1.614,256,02  | 42 Neuw      | 165,391,85             | 289,814,45 | 317,339,67 | 355,016,81 |
| 8 Nuer       | 789,659,12             | 1.312,342,78  | 1.442,189,15  | 1.544,469,86  | 43 Gosp      | 104,895,30             | 240,431,50 | 263,595,93 | 283,784,37 |
| 9 Mann       | 952,762,12             | 1.558,291,55  | 1.724,028,86  | 1.841,189,53  | 44 Asch      | 139,787,36             | 256,065,30 | 287,900,56 | 314,732,31 |
| 10 Wies      | 737,793,80             | 1.313,534,25  | 1.467,174,41  | 1.601,328,71  | 45 Kais      | 147,605,49             | 245,653,09 | 262,394,08 | 272,699,32 |
| 11 Bonn      | 465,743,06             | 982,151,99    | 1.100,583,53  | 1.222,089,97  | 46 Neun      | 151,120,30             | 237,588,54 | 256,218,91 | 265,722,32 |
| 12 Aach      | 556,706,59             | 881,995,60    | 959,636,15    | 1.003,898,25  | 47 Ingo      | 86,943,17              | 178,349,69 | 216,552,99 | 242,118,64 |
| 13 Karl      | 431,078,62             | 778,263,70    | 871,658,46    | 948,048,10    | 48 Trie      | 167,640,12             | 233,560,09 | 247,379,52 | 254,753,21 |
| 14 Saar      | 308,707,71             | 573,501,33    | 636,657,11    | 695,437,95    | 49 Bamb      | 118,148,73             | 216,040,24 | 232,652,14 | 243,383,86 |
| 15 Augsburg  | 442,441,47             | 656,155,65    | 705,914,35    | 725,313,20    | 50 Wilth     | 153,297,62             | 195,254,48 | 207,451,93 | 221,888,66 |
| 16 Rhey      | 553,421,31             | 896,774,26    | 959,856,72    | 991,391,82    | 51 Schw      | 124,791,97             | 208,581,54 | 230,190,71 | 247,108,73 |
| 17 Kass      | 442,688,91             | 653,806,01    | 723,169,40    | 771,347,76    | 52 Herf      | 138,717,29             | 253,432,63 | 268,548,51 | 281,128,92 |
| 18 Brau      | 363,817,89             | 659,925,82    | 702,065,34    | 719,129,35    | 53 Erla      | 70,641,44              | 183,327,20 | 211,221,08 | 242,388,86 |
| 19 Kiel      | 358,862,14             | 530,971,49    | 562,428,04    | 588,052,93    | 54 Flan      | 82,939,59              | 160,363,59 | 168,391,28 | 176,443,51 |
| 20 Bfel      | 327,382,71             | 660,761,06    | 706,465,45    | 743,398,44    | 55 Fuld      | 109,856,65             | 207,826,43 | 227,826,43 | 245,911,56 |
| 21 Lueb      | 213,824,86             | 434,704,13    | 463,268,40    | 488,048,95    | 56 Metz      | 106,524,05             | 227,223,87 | 249,662,43 | 267,109,33 |
| 22 Mues      | 291,469,28             | 521,492,52    | 582,806,17    | 642,458,52    | 57 Salz      | 62,945,56              | 202,790,69 | 220,617,86 | 231,247,56 |
| 23 Darm      | 301,571,33             | 539,051,37    | 596,241,81    | 648,300,92    | 58 Mind      | 109,542,11             | 214,762,17 | 231,838,78 | 243,166,81 |
| 24 Heid      | 241,368,79             | 491,410,12    | 543,193,20    | 586,723,07    | 59 Pade      | 107,394,18             | 187,182,52 | 209,641,05 | 235,266,92 |
| 25 Osna      | 240,743,23             | 457,238,42    | 501,488,40    | 529,210,34    | 60 Heith     | 65,987,56              | 163,009,38 | 183,757,39 | 194,584,48 |
| 26 Heil      | 218,767,85             | 395,259,48    | 446,584,33    | 495,040,64    | 61 Saal      | 106,908,47             | 170,533,39 | 182,790,96 | 189,487,01 |
| 27 Breh      | 203,630,84             | 356,355,61    | 378,811,40    | 400,770,65    | 62 Duer      | 122,104,98             | 185,691,52 | 209,149,00 | 222,851,02 |
| 28 Freil     | 162,677,03             | 293,263,77    | 330,029,39    | 367,566,10    | 63 Neum      | 77,017,98              | 152,113,50 | 160,962,70 | 166,036,18 |
| 29 Ulm       | 165,866,41             | 334,381,64    | 369,604,01    | 395,767,06    | 64 Base      | 55,023,54              | 114,446,45 | 126,010,25 | 139,130,15 |
| 30 Pfor      | 227,752,16             | 387,427,03    | 433,306,70    | 476,787,45    | 65 Luen      | 76,872,70              | 152,787,57 | 165,454,55 | 174,140,28 |
| 31 Muer      | 219,363,94             | 351,075,15    | 389,016,99    | 416,210,31    | 66 Bayr      | 74,944,31              | 137,278,57 | 146,759,70 | 154,648,48 |
| 32 Rego      | 147,039,06             | 269,246,15    | 293,279,69    | 315,809,65    | 67 Worm      | 120,866,48             | 176,801,42 | 190,828,56 | 199,787,83 |
| 33 Kobl      | 232,746,86             | 357,152,26    | 387,814,85    | 409,648,59    | 68 Hame      | 78,191,23              | 168,036,36 | 176,238,34 | 181,717,23 |
| 34 Gies      | 164,630,15             | 321,812,01    | 358,563,51    | 389,925,82    | 69 Lued      | 98,930,24              | 186,591,42 | 200,072,40 | 207,820,28 |
| 35 Hamm      | 207,352,64             | 374,142,89    | 387,038,92    | 415,016,32    |              |                        |            |            |            |

Legende:

$$\text{Potential (5): } P_i^5 = E_i \cdot \sum_{j=1}^{69} \frac{E_j}{\sqrt{d_{ij}}}$$

$P_i^5$  = Potential (5) am Ort i

$d_{ij}$  = einfache Entfernung in Straßenkilometern von Stadtregion i nach Stadtregion j wobei  $i \neq j$

$E_i$  = Bevölkerung der Stadtregion i

$E_j$  = Bevölkerung der Stadtregion j

Quelle: Eigene Berechnungen nach den Tabellen A 3 und A 6.

**Tabelle A 15** Potentiale (6) der Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961)

| Stadt-region | Potential 6 (in 1.000) |            |            |            | Stadt-region | Potential 6 (in 1.000) |            |            |            |
|--------------|------------------------|------------|------------|------------|--------------|------------------------|------------|------------|------------|
|              | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1969 |              | 17.5.1939              | 31.12.1961 | 31.12.1964 | 31.12.1969 |
| 1 Riei       | 946,03                 | 1.271,91   | 1.336,05   | 1.390,02   | 36 Stcg      | 1.607,12               | 2.131,16   | 2.228,10   | 2.291,00   |
| 2 Hamb       | 1.080,52               | 1.453,13   | 1.517,80   | 1.562,56   | 37 Goet      | 1.409,76               | 1.872,04   | 1.957,00   | 2.013,77   |
| 3 Muen       | 1.013,65               | 1.355,80   | 1.419,08   | 1.463,24   | 38 Olde      | 1.335,25               | 1.760,54   | 1.836,84   | 1.887,11   |
| 4 Fran       | 1.488,33               | 1.971,20   | 2.063,26   | 2.126,41   | 39 Reut      | 1.272,02               | 1.722,28   | 1.810,54   | 1.877,35   |
| 5 Stut       | 1.234,04               | 1.636,01   | 1.717,30   | 1.776,42   | 40 Wolf      | 1.333,13               | 1.767,97   | 1.844,39   | 1.894,62   |
| 6 Hann       | 1.365,12               | 1.813,22   | 1.893,38   | 1.946,26   | 41 Hild      | 1.427,23               | 1.906,86   | 1.991,58   | 2.047,13   |
| 7 Brem       | 1.292,47               | 1.707,54   | 1.781,61   | 1.829,60   | 42 Neuw      | 1.573,66               | 2.083,50   | 2.179,53   | 2.243,92   |
| 8 Nuern      | 1.197,00               | 1.615,19   | 1.697,69   | 1.759,48   | 43 Goep      | 1.298,21               | 1.758,83   | 1.849,80   | 1.918,76   |
| 9 Mann       | 1.445,55               | 1.943,01   | 2.039,06   | 2.110,00   | 44 Asch      | 1.529,40               | 2.043,62   | 2.145,31   | 2.219,55   |
| 10 Wies      | 1.550,64               | 2.065,96   | 2.165,57   | 2.235,87   | 45 Kais      | 1.355,42               | 1.800,98   | 1.889,09   | 1.952,04   |
| 11 Bonn      | 1.608,23               | 2.114,43   | 2.207,35   | 2.263,55   | 46 Neun      | 1.354,12               | 1.786,38   | 1.870,21   | 1.926,92   |
| 12 Aach      | 1.500,96               | 1.982,90   | 2.070,41   | 2.124,65   | 47 Ingo      | 1.238,51               | 1.659,07   | 1.743,58   | 1.806,86   |
| 13 Kar1      | 1.390,58               | 1.863,66   | 1.956,58   | 2.025,31   | 48 Trier     | 1.333,65               | 1.766,72   | 1.848,88   | 1.903,99   |
| 14 Augs      | 1.170,23               | 1.576,42   | 1.660,56   | 1.725,22   | 49 BamB      | 1.256,90               | 1.678,63   | 1.762,52   | 1.824,47   |
| 15 Saar      | 1.287,29               | 1.711,86   | 1.793,48   | 1.850,76   | 50 WiTh      | 1.193,91               | 1.583,57   | 1.653,00   | 1.698,76   |
| 16 Rhei      | 1.042,28               | 2.421,10   | 2.523,95   | 2.581,08   | 51 Schw      | 1.310,84               | 1.751,31   | 1.837,12   | 1.899,38   |
| 17 Kass      | 1.432,65               | 1.913,39   | 2.000,47   | 2.059,12   | 52 Herf      | 1.556,87               | 2.072,22   | 2.161,23   | 2.220,61   |
| 18 Brau      | 1.335,60               | 1.786,48   | 1.869,16   | 1.923,83   | 53 Erla      | 1.345,55               | 1.790,30   | 1.879,19   | 1.944,49   |
| 19 Kiel      | 1.125,67               | 1.487,32   | 1.552,38   | 1.595,37   | 54 Flern     | 1.022,68               | 1.346,46   | 1.405,60   | 1.445,07   |
| 20 Biele     | 1.552,31               | 2.055,24   | 2.145,36   | 2.203,31   | 55 Fuld      | 1.404,82               | 1.874,00   | 1.965,15   | 2.030,65   |
| 21 Lueb      | 1.208,73               | 1.579,02   | 1.647,47   | 1.692,26   | 56 Metz      | 1.561,94               | 2.080,80   | 2.180,46   | 2.250,29   |
| 22 Mues      | 1.046,72               | 2.172,89   | 2.264,20   | 2.318,51   | 57 Saiz      | 1.380,39               | 1.838,54   | 1.921,76   | 1.976,47   |
| 23 Darm      | 1.672,61               | 2.238,59   | 2.352,97   | 2.438,14   | 58 Mind      | 1.460,56               | 1.945,31   | 2.030,11   | 2.085,48   |
| 24 Heid      | 1.551,15               | 2.058,69   | 2.161,53   | 2.235,99   | 59 Pade      | 1.534,20               | 2.032,38   | 2.122,20   | 2.180,42   |
| 25 Gena      | 1.479,68               | 1.956,52   | 2.040,23   | 2.093,40   | 60 Heilh     | 1.249,76               | 1.685,72   | 1.772,01   | 1.837,44   |
| 26 Heil      | 1.375,03               | 1.850,47   | 1.943,36   | 2.012,36   | 61 Saa1      | 1.278,81               | 1.688,45   | 1.767,80   | 1.821,99   |
| 27 Breh      | 1.213,53               | 1.599,44   | 1.669,51   | 1.715,63   | 62 Duern     | 1.604,53               | 2.117,35   | 2.210,88   | 2.269,36   |
| 28 Frei      | 1.105,14               | 1.478,89   | 1.551,62   | 1.604,39   | 63 Neum      | 1.250,28               | 1.633,87   | 1.703,31   | 1.749,59   |
| 29 Ulm       | 1.211,59               | 1.635,92   | 1.720,69   | 1.785,15   | 64 Base      | 1.032,34               | 1.378,87   | 1.446,73   | 1.496,02   |
| 30 Pfor      | 1.459,95               | 1.985,79   | 2.088,22   | 2.166,23   | 65 Luen      | 1.380,12               | 1.812,43   | 1.890,91   | 1.941,36   |
| 31 Wuert     | 1.365,90               | 1.829,47   | 1.920,12   | 1.986,68   | 66 Bayr      | 1.187,71               | 1.588,87   | 1.669,62   | 1.729,85   |
| 32 Raga      | 1.119,87               | 1.498,31   | 1.575,08   | 1.632,09   | 67 Worm      | 1.584,10               | 2.107,29   | 2.211,22   | 2.285,90   |
| 33 Kob1      | 1.550,61               | 2.069,70   | 2.155,71   | 2.220,32   | 68 Hane      | 1.478,10               | 1.969,95   | 2.056,41   | 2.112,99   |
| 34 Gies      | 1.517,33               | 2.022,70   | 2.119,17   | 2.186,91   | 69 Lued      | 1.782,53               | 2.352,98   | 2.454,88   | 2.515,98   |
| 35 Hamm      | 1.742,46               | 2.299,59   | 2.398,01   | 2.455,72   |              |                        |            |            |            |

Legende:

$$\text{Potential (6)} : P_i^6 = \sum_{j=1}^{69} E_j / \sqrt{d_{ij}}$$

$P_i^6$  = Potential (6) am Ort i

$d_{ij}$  = einfache Entfernung in Straßenkilometern von Stadtregion i nach Stadtregion j wobei  $i \neq j$

$E_j$  = Bevölkerung der Stadtregion j

Quelle: Eigene Berechnungen nach den Tabellen A 3 und A 6.



Tabelle A 16

Absolute und relative Veränderung der Potentiale (1) und (2) für die Stadtregionen der Bundesrepublik Deutschland (Abgrenzung 1961) in den Jahren 1961-1969

| Stadt-region | Absolute Veränderung des Potentials (1) | Prozen-tuale Veränderung des Potentials (1) | Absolute Veränderung des Potentials (2) | Prozen-tuale Veränderung des Potentials (2) | Stadt-region | Absolute Veränderung des Potentials (1) | Prozen-tuale Veränderung des Potentials (1) | Absolute Veränderung des Potentials (2) | Prozen-tuale Veränderung des Potentials (2) |
|--------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------|--------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------|
|              | 31.12.1961 bis 31.12.1968               | 31.12.1961 bis 31.12.1968                   | 31.12.1961 bis 31.12.1968               | 31.12.1961 bis 31.12.1968                   |              | 31.12.1961 bis 31.12.1968               | 31.12.1961 bis 31.12.1968                   | 31.12.1961 bis 31.12.1968               | 31.12.1961 bis 31.12.1968                   |
|              |                                         |                                             |                                         |                                             |              |                                         |                                             |                                         |                                             |
| 1 Rhei       | 99,719,88                               | 13,19                                       | 575,27                                  | 12,09                                       | 36 Sieg      | 3,679,85                                | 15,05                                       | 24,87                                   | 14,64                                       |
| 2 Hamb       | 22,381,34                               | 12,31                                       | 102,00                                  | 11,27                                       | 37 Goet      | 3,402,07                                | 18,78                                       | 20,09                                   | 18,73                                       |
| 3 Muen       | 32,870,47                               | 32,15                                       | 149,55                                  | 34,35                                       | 38 Olde      | 2,374,26                                | 13,55                                       | 17,86                                   | 13,77                                       |
| 4 Fran       | 52,989,48                               | 23,29                                       | 671,01                                  | 25,17                                       | 39 Reut      | 4,254,67                                | 26,88                                       | 43,14                                   | 28,87                                       |
| 5 Stut       | 37,175,78                               | 23,57                                       | 348,46                                  | 25,80                                       | 40 Wolf      | 5,286,32                                | 38,00                                       | 44,61                                   | 34,71                                       |
| 6 Hann       | 13,874,39                               | 13,20                                       | 88,53                                   | 11,97                                       | 41 Hild      | 2,234,29                                | 10,85                                       | 24,82                                   | 9,94                                        |
| 7 Brem       | 13,817,44                               | 15,61                                       | 73,61                                   | 14,92                                       | 42 Neuw      | 3,459,95                                | 15,41                                       | 39,03                                   | 15,65                                       |
| 8 Nuern      | 15,205,92                               | 19,15                                       | 130,85                                  | 24,24                                       | 43 Goep      | 3,318,02                                | 19,44                                       | 36,28                                   | 21,16                                       |
| 9 Mann       | 23,230,24                               | 18,97                                       | 344,99                                  | 19,65                                       | 44 Asch      | 4,928,83                                | 24,10                                       | 64,33                                   | 26,54                                       |
| 10 Wies      | 24,530,02                               | 22,82                                       | 350,30                                  | 24,95                                       | 45 Kais      | 1,882,03                                | 11,36                                       | 13,39                                   | 11,38                                       |
| 11 Bonn      | 18,217,17                               | 23,67                                       | 136,14                                  | 22,75                                       | 46 Neun      | 1,877,78                                | 11,01                                       | 21,53                                   | 7,30                                        |
| 12 Aach      | 8,633,26                                | 13,12                                       | 63,72                                   | 12,59                                       | 47 Ingo      | 4,180,79                                | 37,63                                       | 28,40                                   | 41,78                                       |
| 13 Karlsruhe | 12,781,72                               | 22,80                                       | 119,59                                  | 24,36                                       | 48 Trier     | 1,281,50                                | 8,86                                        | 5,51                                    | 8,19                                        |
| 14 Augs      | 8,385,53                                | 23,67                                       | 67,74                                   | 28,62                                       | 49 Bamberg   | 1,787,84                                | 13,44                                       | 11,81                                   | 14,62                                       |
| 15 Saar      | 4,359,55                                | 10,30                                       | 33,88                                   | 7,64                                        | 50 Witten    | 1,452,31                                | 13,13                                       | 6,11                                    | 12,82                                       |
| 16 Regi      | 8,589,70                                | 9,37                                        | 119,34                                  | 8,29                                        | 51 Schw      | 2,444,65                                | 19,07                                       | 12,91                                   | 19,94                                       |
| 17 Kass      | 7,728,93                                | 17,81                                       | 41,02                                   | 18,11                                       | 52 Herf      | 2,072,07                                | 10,24                                       | 27,45                                   | 9,17                                        |
| 18 Brau      | 4,003,13                                | 9,07                                        | 41,32                                   | 11,81                                       | 53 Erla      | 4,511,41                                | 32,54                                       | 80,91                                   | 31,73                                       |
| 19 Kiel      | 3,040,54                                | 9,91                                        | 15,85                                   | 8,22                                        | 54 Flae      | 730,26                                  | 9,33                                        | 2,17                                    | 7,81                                        |
| 20 Biele     | 5,975,81                                | 11,88                                       | 53,27                                   | 10,68                                       | 55 Fulda     | 2,604,74                                | 18,96                                       | 15,67                                   | 20,46                                       |
| 21 Lueb      | 3,136,90                                | 11,40                                       | 21,61                                   | 10,18                                       | 56 Metz      | 3,174,46                                | 18,17                                       | 39,02                                   | 20,37                                       |
| 22 Muen      | 9,517,75                                | 22,15                                       | 82,44                                   | 21,03                                       | 57 Saiz      | 1,905,73                                | 13,57                                       | 15,67                                   | 12,48                                       |
| 23 Damm      | 12,134,33                               | 22,03                                       | 365,73                                  | 24,44                                       | 58 Mind      | 1,962,54                                | 12,57                                       | 15,07                                   | 11,59                                       |
| 24 Heide     | 8,807,86                                | 20,07                                       | 214,75                                  | 20,05                                       | 59 Pader     | 3,390,79                                | 25,15                                       | 21,90                                   | 24,72                                       |
| 25 Osnab     | 4,936,42                                | 15,06                                       | 32,01                                   | 14,65                                       | 60 Heide     | 2,156,71                                | 20,58                                       | 15,84                                   | 21,67                                       |
| 26 Heide     | 7,404,79                                | 26,34                                       | 63,53                                   | 28,05                                       | 61 Saal      | 1,151,87                                | 10,55                                       | 7,73                                    | 7,40                                        |
| 27 Brau      | 2,506,35                                | 11,42                                       | 12,01                                   | 11,44                                       | 62 Duern     | 2,905,20                                | 19,38                                       | 28,80                                   | 19,03                                       |
| 28 Frei      | 3,968,23                                | 26,09                                       | 13,86                                   | 27,54                                       | 63 Neum      | 845,25                                  | 8,15                                        | 7,27                                    | 6,65                                        |
| 29 Ulm       | 4,140,27                                | 19,78                                       | 28,48                                   | 21,47                                       | 64 Base      | 1,228,75                                | 22,36                                       | 4,10                                    | 24,63                                       |
| 30 Pfor      | 8,415,27                                | 24,68                                       | 178,42                                  | 26,58                                       | 65 Luen      | 1,425,30                                | 13,21                                       | 11,44                                   | 12,29                                       |
| 31 Nuern     | 4,436,10                                | 19,30                                       | 26,52                                   | 20,37                                       | 66 Bayr      | 1,089,09                                | 13,71                                       | 6,00                                    | 15,17                                       |
| 32 Regi      | 2,739,63                                | 18,64                                       | 13,40                                   | 21,34                                       | 67 Worm      | 2,033,46                                | 13,64                                       | 30,79                                   | 14,24                                       |
| 33 Kobl      | 4,002,21                                | 14,75                                       | 41,32                                   | 15,10                                       | 68 Hane      | 935,37                                  | 7,54                                        | 7,40                                    | 6,67                                        |
| 34 Gies      | 5,183,28                                | 21,68                                       | 53,21                                   | 22,83                                       | 69 Lued      | 1,741,78                                | 10,44                                       | 16,58                                   | 9,25                                        |
| 35 Hamm      | 3,349,00                                | 10,08                                       | 34,43                                   | 9,59                                        |              |                                         |                                             |                                         |                                             |

Quelle: Eigene Berechnungen nach den Tabelle A 10 und A 11.



Tabelle A 17

Potentialberechnung für die Stadtregion  
Frankfurt/Offenbach am 31.12.1968

| Stadt-<br>region | Potential (3)                   |                                  | Potential (4)                   |                                  |
|------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
|                  | Kumulierte<br>Werte<br>in 1.000 | Beitrag<br>der Stadt<br>in 1.000 | Kumulierte<br>Werte<br>in 1.000 | Beitrag<br>der Stadt<br>in 1.000 |
| 1 Rhei           | 41,8304                         | 41,8304                          | 0,1858                          | 0,1858                           |
| 2 Hanb           | 46,3059                         | 4,5055                           | 0,1946                          | 0,0088                           |
| 3 Meun           | 50,5508                         | 4,2448                           | 0,2348                          | 0,0132                           |
| 4 Fran           | -                               | -                                | -                               | -                                |
| 5 Stut           | 58,0753                         | 7,5245                           | 0,2390                          | 0,0342                           |
| 6 Hann           | 60,6676                         | 2,5923                           | 0,2465                          | 0,0074                           |
| 7 Brem           | 62,5856                         | 1,9180                           | 0,2506                          | 0,0042                           |
| 8 Nuer           | 66,4870                         | 3,9013                           | 0,2680                          | 0,0173                           |
| 9 Mann           | 78,1216                         | 11,6347                          | 0,4231                          | 0,1551                           |
| 10 Wifes         | 96,0266                         | 17,9050                          | 0,8707                          | 0,4476                           |
| 11 Bonn          | 99,1118                         | 3,0851                           | 0,8883                          | 0,0176                           |
| 12 Aach          | 100,9291                        | 1,8173                           | 0,8953                          | 0,0070                           |
| 13 Karl          | 104,2727                        | 3,3436                           | 0,9192                          | 0,0239                           |
| 14 Augs          | 105,3924                        | 1,1197                           | 0,9223                          | 0,0031                           |
| 15 Saar          | 107,3041                        | 1,9117                           | 0,9317                          | 0,0093                           |
| 16 Rhei          | 108,7481                        | 1,4440                           | 0,9371                          | 0,0054                           |
| 17 Pass          | 110,7196                        | 1,9716                           | 0,9475                          | 0,0104                           |
| 18 Erna          | 111,8355                        | 1,1150                           | 0,9508                          | 0,0033                           |
| 19 Kiel          | 112,4447                        | 0,6093                           | 0,9518                          | 0,0010                           |
| 20 Biele         | 113,6716                        | 1,2269                           | 0,9563                          | 0,0045                           |
| 21 Lueb          | 114,1732                        | 0,5016                           | 0,9571                          | 0,0009                           |
| 22 Mues          | 115,0004                        | 0,8272                           | 0,9596                          | 0,0025                           |
| 23 Darm          | 128,2954                        | 13,2950                          | 1,6243                          | 0,6648                           |
| 24 Heid          | 131,2109                        | 2,9156                           | 1,6567                          | 0,0324                           |
| 25 Osna          | 131,8525                        | 0,6416                           | 1,6584                          | 0,0016                           |
| 26 Heil          | 133,3434                        | 1,4909                           | 1,6674                          | 0,0090                           |
| 27 Breh          | 133,7497                        | 0,4063                           | 1,6681                          | 0,0007                           |
| 28 Frei          | 134,5679                        | 0,8182                           | 1,6710                          | 0,0029                           |
| 29 Ulm           | 135,3324                        | 0,7645                           | 1,6737                          | 0,0026                           |
| 30 Pfor          | 136,6425                        | 1,3101                           | 1,6815                          | 0,0078                           |
| 31 Wuer          | 138,3884                        | 1,7458                           | 1,6960                          | 0,0145                           |
| 32 Rego          | 138,9837                        | 0,5954                           | 1,6979                          | 0,0018                           |
| 33 Kobl          | 140,5212                        | 1,5375                           | 1,7107                          | 0,0128                           |
| 34 Gies          | 143,2643                        | 2,7431                           | 1,7529                          | 0,0422                           |
| 35 Hamm          | 143,8256                        | 0,5615                           | 1,7547                          | 0,0019                           |

| Stadt-<br>region | Potential (3)                   |                                  | Potential (4)                   |                                  |
|------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
|                  | Kumulierte<br>Werte<br>in 1.000 | Beitrag<br>der Stadt<br>in 1.000 | Kumulierte<br>Werte<br>in 1.000 | Beitrag<br>der Stadt<br>in 1.000 |
| 36 Steg          | 145,1210                        | 1,2952                           | 1,7651                          | 0,0104                           |
| 37 Goet          | 145,8070                        | 0,6860                           | 1,7680                          | 0,0029                           |
| 38 Olde          | 146,1246                        | 0,3178                           | 1,7686                          | 0,0006                           |
| 39 Raurt         | 146,7040                        | 0,5792                           | 1,7708                          | 0,0022                           |
| 40 Wolf          | 147,1282                        | 0,4242                           | 1,7720                          | 0,0012                           |
| 41 Hild          | 147,5916                        | 0,4635                           | 1,7734                          | 0,0014                           |
| 42 Neuw          | 148,6976                        | 1,1059                           | 1,7816                          | 0,0082                           |
| 43 Goep          | 149,2557                        | 0,5581                           | 1,7837                          | 0,0021                           |
| 44 Asch          | 153,0881                        | 3,8324                           | 1,8873                          | 0,1036                           |
| 45 Kais          | 154,1627                        | 1,0746                           | 1,8956                          | 0,0083                           |
| 46 Neun          | 154,8699                        | 0,7072                           | 1,8992                          | 0,0036                           |
| 47 Ingo          | 155,2953                        | 0,4254                           | 1,9006                          | 0,0014                           |
| 48 Trier         | 155,9815                        | 0,6862                           | 1,9041                          | 0,0035                           |
| 49 Bamb          | 156,6485                        | 0,6670                           | 1,9074                          | 0,0033                           |
| 50 Wilh          | 156,8834                        | 0,2349                           | 1,9078                          | 0,0004                           |
| 51 Schw          | 157,6965                        | 0,8131                           | 1,9129                          | 0,0051                           |
| 52 Herf          | 158,1330                        | 0,4366                           | 1,9144                          | 0,0015                           |
| 53 Erla          | 158,7403                        | 0,6073                           | 1,9174                          | 0,0030                           |
| 54 Flen          | 158,9173                        | 0,1770                           | 1,9176                          | 0,0003                           |
| 55 Fuld          | 160,3420                        | 1,4247                           | 1,9344                          | 0,0168                           |
| 56 Metz          | 162,1682                        | 1,8262                           | 1,9625                          | 0,0281                           |
| 57 Salz          | 162,5582                        | 0,3900                           | 1,9638                          | 0,0013                           |
| 58 Mind          | 162,8534                        | 0,2952                           | 1,9645                          | 0,0007                           |
| 59 Pader         | 163,2938                        | 0,4404                           | 1,9663                          | 0,0018                           |
| 60 Heith         | 163,6527                        | 0,3590                           | 1,9676                          | 0,0012                           |
| 61 Saar          | 164,1049                        | 0,4522                           | 1,9695                          | 0,0020                           |
| 62 Duer          | 164,5319                        | 0,4270                           | 1,9714                          | 0,0019                           |
| 63 Neum          | 164,6969                        | 0,1650                           | 1,9717                          | 0,0003                           |
| 64 Base          | 164,9665                        | 0,2696                           | 1,9724                          | 0,0008                           |
| 65 Luen          | 165,1658                        | 0,1993                           | 1,9729                          | 0,0004                           |
| 66 Bayr          | 165,5097                        | 0,3438                           | 1,9742                          | 0,0013                           |
| 67 Worm          | 166,5379                        | 1,0282                           | 1,9863                          | 0,0121                           |
| 68 Hame          | 166,8109                        | 0,2730                           | 1,9872                          | 0,0009                           |
| 69 Lued          | 167,2574                        | 0,4465                           | 1,9896                          | 0,0024                           |

Stadtregion Frankfurt/Offenbach:

Einwohner 1.677,0  
 Potential (1) 280.490,6593  
 Potential (2) 3.336,5553  
 Potential (3) 167,2574  
 Potential (4) 1,9896

- Alle Angaben in 1.000 -

Quelle:

Eigene Berechnungen nach den Tabellen A 3 und A 6.

Tabelle A 18

Potentialberechnung für die Stadtregion  
Heilbronn am 31.12.1968

| Stadt-<br>region | Potential (3)                   |                                  | Potential (4)                   |                                  |
|------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
|                  | Kumulierte<br>Werte<br>in 1.000 | Beitrag<br>der Stadt<br>in 1.000 | Kumulierte<br>Werte<br>in 1.000 | Beitrag<br>der Stadt<br>in 1.000 |
| 1 Rhei           | 23,1084                         | 23,1084                          | 0,0568                          | 0,0568                           |
| 2 Hamb           | 26,5379                         | 3,4296                           | 0,0619                          | 0,0051                           |
| 3 Muen           | 32,9205                         | 6,3826                           | 0,0850                          | 0,0231                           |
| 4 Fran           | 43,0842                         | 10,1636                          | 0,1466                          | 0,0616                           |
| 5 Stut           | 71,6255                         | 28,5414                          | 0,6387                          | 0,4921                           |
| 6 Hann           | 73,4222                         | 1,7966                           | 0,6423                          | 0,0036                           |
| 7 Bres           | 74,8568                         | 1,4346                           | 0,6446                          | 0,0023                           |
| 8 Nuer           | 79,8161                         | 4,9593                           | 0,6726                          | 0,0280                           |
| 9 Mann           | 89,5117                         | 9,6956                           | 0,7803                          | 0,1077                           |
| 10 Wies          | 93,6042                         | 4,0926                           | 0,8037                          | 0,0234                           |
| 11 Bonn          | 95,2403                         | 1,6361                           | 0,8087                          | 0,0050                           |
| 12 Aach          | 96,3391                         | 1,0988                           | 0,8142                          | 0,0026                           |
| 13 Kar1          | 103,3257                        | 6,9866                           | 0,9155                          | 0,1043                           |
| 14 Augsburg      | 105,1333                        | 1,8076                           | 0,9236                          | 0,0081                           |
| 15 Saar          | 107,1960                        | 2,0626                           | 0,9345                          | 0,0109                           |
| 16 Rhei          | 107,9995                        | 0,8036                           | 0,9362                          | 0,0017                           |
| 17 Kass          | 109,0547                        | 1,0552                           | 0,9391                          | 0,0030                           |
| 18 Brau          | 109,8099                        | 0,7552                           | 0,9407                          | 0,0015                           |
| 19 Kie1          | 110,2917                        | 0,4816                           | 0,9413                          | 0,0006                           |
| 20 Bie1          | 111,0020                        | 0,7103                           | 0,9428                          | 0,0015                           |
| 21 Lueb          | 111,3944                        | 0,3924                           | 0,9433                          | 0,0005                           |
| 22 Mues          | 111,9599                        | 0,5655                           | 0,9445                          | 0,0012                           |
| 23 Darm          | 113,7937                        | 1,8338                           | 0,9571                          | 0,0126                           |
| 24 Heid          | 117,2924                        | 3,4987                           | 1,0088                          | 0,0466                           |
| 25 Osn           | 117,7829                        | 0,4605                           | 1,0046                          | 0,0008                           |
| 26 Heil          | -                               | -                                | -                               | -                                |
| 27 Breh          | 118,0809                        | 0,3281                           | 1,0051                          | 0,0005                           |
| 28 Frei          | 119,1616                        | 1,0807                           | 1,0102                          | 0,0051                           |
| 29 Ulm           | 119,9534                        | 0,7918                           | 1,0130                          | 0,0028                           |
| 30 Pfor          | 123,2862                        | 3,3348                           | 1,0535                          | 0,0505                           |
| 31 Nuer          | 124,9915                        | 1,7033                           | 1,0774                          | 0,0138                           |
| 32 Reg           | 125,6801                        | 0,6886                           | 1,0798                          | 0,0025                           |
| 33 K bi          | 126,3816                        | 0,7015                           | 1,0825                          | 0,0027                           |
| 34 Gies          | 127,1568                        | 0,7752                           | 1,0859                          | 0,0034                           |
| 35 Hamm          | 127,5067                        | 0,3499                           | 1,0866                          | 0,0007                           |

| Stadt-<br>region | Potential (3)                   |                                  | Potential (4)                   |                                  |
|------------------|---------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
|                  | Kumulierte<br>Werte<br>in 1.000 | Beitrag<br>der Stadt<br>in 1.000 | Kumulierte<br>Werte<br>in 1.000 | Beitrag<br>der Stadt<br>in 1.000 |
| 36 Sieg          | 128,0650                        | 0,5583                           | 1,0885                          | 0,0019                           |
| 37 Goet          | 128,4688                        | 0,4037                           | 1,0895                          | 0,0010                           |
| 38 Olde          | 128,7114                        | 0,2427                           | 1,0899                          | 0,0004                           |
| 39 Reut          | 130,2017                        | 1,4903                           | 1,1044                          | 0,0145                           |
| 40 Wolf          | 130,4954                        | 0,2937                           | 1,1049                          | 0,0006                           |
| 41 Hild          | 130,8021                        | 0,3068                           | 1,1056                          | 0,0006                           |
| 42 Neuw          | 131,3392                        | 0,5371                           | 1,1075                          | 0,0019                           |
| 43 Goep          | 132,7751                        | 1,4359                           | 1,1214                          | 0,0139                           |
| 44 Asch          | 133,8027                        | 1,0275                           | 1,1289                          | 0,0074                           |
| 45 Kats          | 134,7661                        | 0,9634                           | 1,1355                          | 0,0066                           |
| 46 Neun          | 135,4228                        | 0,6567                           | 1,1386                          | 0,0031                           |
| 47 Ingo          | 135,7457                        | 0,3229                           | 1,1394                          | 0,0008                           |
| 48 Trie          | 136,2412                        | 0,4955                           | 1,1413                          | 0,0015                           |
| 49 Bam           | 136,8994                        | 0,6571                           | 1,1445                          | 0,0032                           |
| 50 Wilh          | 137,0820                        | 0,1837                           | 1,1448                          | 0,0003                           |
| 51 Schw          | 137,8802                        | 0,7982                           | 1,1496                          | 0,0049                           |
| 52 Harf          | 138,1386                        | 0,2584                           | 1,1502                          | 0,0005                           |
| 53 Erla          | 138,8841                        | 0,7455                           | 1,1546                          | 0,0045                           |
| 54 Flan          | 139,0277                        | 0,1436                           | 1,1548                          | 0,0002                           |
| 55 Fuld          | 139,5121                        | 0,4844                           | 1,1567                          | 0,0019                           |
| 56 Metz          | 140,0282                        | 0,5161                           | 1,1590                          | 0,0022                           |
| 57 Saiz          | 140,2745                        | 0,2463                           | 1,1595                          | 0,0005                           |
| 58 Mind          | 140,4988                        | 0,2242                           | 1,1599                          | 0,0004                           |
| 59 Pade          | 140,7619                        | 0,2632                           | 1,1606                          | 0,0005                           |
| 60 Heih          | 141,4923                        | 0,7303                           | 1,1656                          | 0,0050                           |
| 61 Saal          | 141,9760                        | 0,4837                           | 1,1679                          | 0,0022                           |
| 62 Duer          | 142,2311                        | 0,2551                           | 1,1685                          | 0,0007                           |
| 63 Neum          | 142,3602                        | 0,1291                           | 1,1687                          | 0,0002                           |
| 64 Basse         | 142,6984                        | 0,3382                           | 1,1699                          | 0,0012                           |
| 65 Luen          | 142,8454                        | 0,1470                           | 1,1702                          | 0,0002                           |
| 66 Bayr          | 143,1893                        | 0,3438                           | 1,1715                          | 0,0013                           |
| 67 Worm          | 143,9493                        | 0,7600                           | 1,1781                          | 0,0066                           |
| 68 Hame          | 144,1284                        | 0,1732                           | 1,1785                          | 0,0004                           |
| 69 Lued          | 144,3644                        | 0,2360                           | 1,1792                          | 0,0007                           |

Stadtregion Heilbronn:

|               |             |
|---------------|-------------|
| Einwohner     | 246,0       |
| Potential (1) | 35,513,6481 |
| Potential (2) | 290,0726    |
| Potential (3) | 144,3644    |
| Potential (4) | 1,1792      |

- Alle Angaben in 1.000 -

Quelle:

Eigene Berechnungen nach den Tabellen A 3 und A 6.

Tabelle A 19 Konzentration der Wohnbevölkerung in Stadtregionen (Abgrenzung 1961) am 17.5.1939 und 31.12.1968

| Stadt-region | Einwohner in 1.000 am 17.5.1939 | Kumulierter Anteil an der Gesamtbevölkerung der Stadt-regionen in Prozent | Kumulierter Anteil an der Gesamtbevölkerung der BRD in Prozent | Stadt-region | Einwohner in 1.000 am 31.12.1968 | Kumulierter Anteil an der Gesamtbevölkerung der Stadt-regionen in Prozent | Kumulierter Anteil an der Gesamtbevölkerung der BRD in Prozent | Stadt-region | Fläche in qkm am 6.6.1961 | Kumulierter Anteil an der Gesamtbevölkerung der Stadt-regionen in Prozent | Kumulierter Anteil an der Gesamtbevölkerung der BRD in Prozent |
|--------------|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|--------------|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| 1 Rhei       | 7.031,1                         | 30,74                                                                     | 17,47                                                          | 1 Rhei       | 9.405,1                          | 28,67                                                                     | 16,13                                                          | 1 Rhei       | 6.437,5                   | 14,90                                                                     | 2,60                                                           |
| 2 Hamb       | 1.868,2                         | 38,91                                                                     | 22,11                                                          | 2 Hamb       | 2.297,8                          | 35,68                                                                     | 20,07                                                          | 2 Hamb       | 1.969,3                   | 19,46                                                                     | 3,39                                                           |
| 3 Fran       | 1.036,8                         | 43,44                                                                     | 24,69                                                          | 3 Muen       | 1.761,6                          | 41,05                                                                     | 23,09                                                          | 3 Fran       | 1.784,7                   | 23,59                                                                     | 4,11                                                           |
| 4 Muen       | 1.021,0                         | 47,90                                                                     | 27,23                                                          | 4 Fran       | 1.677,0                          | 46,16                                                                     | 25,97                                                          | 4 Stut       | 1.833,9                   | 27,83                                                                     | 4,85                                                           |
| 5 Stut       | 917,3                           | 51,91                                                                     | 29,51                                                          | 5 Stut       | 1.655,4                          | 51,21                                                                     | 28,81                                                          | 5 Muen       | 1.969,8                   | 32,39                                                                     | 5,64                                                           |
| 6 Muen       | 659,7                           | 54,79                                                                     | 31,15                                                          | 6 Hann       | 907,3                            | 53,98                                                                     | 30,37                                                          | 6 Hann       | 1.107,6                   | 34,95                                                                     | 6,09                                                           |
| 7 Muen       | 659,1                           | 57,67                                                                     | 32,79                                                          | 7 Brem       | 882,3                            | 56,67                                                                     | 31,88                                                          | 7 Brem       | 1.659,2                   | 38,79                                                                     | 6,76                                                           |
| 8 Hann       | 611,3                           | 60,34                                                                     | 34,31                                                          | 8 Muen       | 877,8                            | 59,53                                                                     | 33,39                                                          | 8 Muen       | 1.232,7                   | 41,64                                                                     | 7,26                                                           |
| 9 Brem       | 602,2                           | 62,97                                                                     | 35,81                                                          | 9 Mann       | 872,6                            | 62,01                                                                     | 34,89                                                          | 9 Mann       | 1.014,6                   | 43,99                                                                     | 7,67                                                           |
| 10 Wies      | 475,8                           | 65,05                                                                     | 36,99                                                          | 10 Wies      | 716,2                            | 64,19                                                                     | 36,12                                                          | 10 Wies      | 1.044,2                   | 46,41                                                                     | 8,09                                                           |
| 11 Aach      | 370,9                           | 66,57                                                                     | 37,91                                                          | 11 Bonn      | 539,9                            | 65,84                                                                     | 37,05                                                          | 11 Bonn      | 615,4                     | 47,83                                                                     | 8,34                                                           |
| 12 Saar      | 343,7                           | 68,17                                                                     | 38,76                                                          | 12 Aach      | 472,5                            | 67,28                                                                     | 37,86                                                          | 12 Aach      | 467,0                     | 48,91                                                                     | 8,53                                                           |
| 13 Kiel      | 318,8                           | 69,56                                                                     | 39,55                                                          | 13 Karl      | 468,1                            | 68,71                                                                     | 38,66                                                          | 13 Karl      | 743,3                     | 50,63                                                                     | 8,83                                                           |
| 14 Karl      | 310,0                           | 70,92                                                                     | 40,32                                                          | 14 Augs      | 403,1                            | 69,94                                                                     | 39,35                                                          | 14 Saar      | 371,3                     | 51,49                                                                     | 8,98                                                           |
| 15 Kass      | 309,0                           | 72,27                                                                     | 41,09                                                          | 15 Saar      | 391,9                            | 71,13                                                                     | 40,02                                                          | 15 Rhey      | 358,1                     | 52,32                                                                     | 9,12                                                           |
| 16 Rhey      | 300,4                           | 73,58                                                                     | 41,84                                                          | 16 Rhey      | 394,1                            | 72,30                                                                     | 40,68                                                          | 16 Brau      | 610,4                     | 53,73                                                                     | 9,37                                                           |
| 17 Bonn      | 289,6                           | 74,85                                                                     | 42,56                                                          | 17 Kass      | 374,6                            | 73,44                                                                     | 41,32                                                          | 17 Augs      | 798,5                     | 55,58                                                                     | 9,69                                                           |
| 18 Brau      | 272,4                           | 76,04                                                                     | 43,24                                                          | 18 Brau      | 373,8                            | 74,58                                                                     | 41,96                                                          | 18 Kiel      | 517,0                     | 56,78                                                                     | 9,90                                                           |
| 19 Augs      | 263,8                           | 77,19                                                                     | 43,90                                                          | 19 Kiel      | 368,6                            | 75,70                                                                     | 42,59                                                          | 19 Kass      | 853,0                     | 58,75                                                                     | 10,24                                                          |
| 20 Biel      | 210,9                           | 78,11                                                                     | 44,42                                                          | 20 Biel      | 337,4                            | 76,73                                                                     | 43,17                                                          | 20 Biel      | 316,0                     | 59,48                                                                     | 10,37                                                          |
| 21 Darm      | 180,3                           | 78,90                                                                     | 44,90                                                          | 21 Lueb      | 288,4                            | 77,61                                                                     | 43,66                                                          | 21 Lueb      | 432,7                     | 60,48                                                                     | 10,55                                                          |
| 22 Mues      | 177,0                           | 79,67                                                                     | 45,34                                                          | 22 Mues      | 277,1                            | 78,45                                                                     | 44,14                                                          | 22 Darm      | 412,5                     | 61,44                                                                     | 10,72                                                          |
| 23 Lueb      | 176,9                           | 80,44                                                                     | 45,78                                                          | 23 Darm      | 265,9                            | 79,26                                                                     | 44,60                                                          | 23 Mues      | 545,3                     | 62,70                                                                     | 10,94                                                          |
| 24 Breh      | 167,8                           | 81,17                                                                     | 46,20                                                          | 24 Heid      | 262,4                            | 80,06                                                                     | 45,05                                                          | 24 Heid      | 368,4                     | 63,55                                                                     | 11,09                                                          |
| 25 Osne      | 162,7                           | 81,88                                                                     | 46,60                                                          | 25 Osna      | 252,8                            | 80,83                                                                     | 45,48                                                          | 25 Osna      | 420,5                     | 64,52                                                                     | 11,26                                                          |
| 26 Muer      | 160,6                           | 82,58                                                                     | 47,00                                                          | 26 Heil      | 246,0                            | 81,58                                                                     | 45,90                                                          | 26 Breh      | 801,3                     | 66,37                                                                     | 11,58                                                          |
| 27 Heil      | 159,1                           | 83,28                                                                     | 47,40                                                          | 27 Breh      | 233,6                            | 82,29                                                                     | 46,30                                                          | 27 Heil      | 619,5                     | 67,80                                                                     | 11,83                                                          |
| 28 Pfor      | 156,0                           | 83,96                                                                     | 47,79                                                          | 28 Frei      | 229,1                            | 82,99                                                                     | 46,69                                                          | 28 Ulm       | 593,2                     | 69,40                                                                     | 12,11                                                          |
| 29 Heid      | 155,6                           | 84,64                                                                     | 48,18                                                          | 29 Ulm       | 221,7                            | 83,67                                                                     | 47,07                                                          | 29 Frei      | 420,1                     | 70,37                                                                     | 12,28                                                          |
| 30 Kobl      | 150,1                           | 85,30                                                                     | 48,55                                                          | 30 Pfor      | 220,1                            | 84,34                                                                     | 47,45                                                          | 30 Pfor      | 516,8                     | 71,57                                                                     | 12,49                                                          |
| 31 Frei      | 147,2                           | 85,94                                                                     | 48,92                                                          | 31 Muer      | 209,5                            | 84,98                                                                     | 47,81                                                          | 31 Muer      | 469,8                     | 72,66                                                                     | 12,68                                                          |
| 32 Ulm       | 136,9                           | 86,54                                                                     | 49,26                                                          | 32 Rege      | 193,5                            | 85,57                                                                     | 48,14                                                          | 32 Rege      | 453,5                     | 73,71                                                                     | 12,86                                                          |
| 33 Rege      | 131,3                           | 87,11                                                                     | 49,59                                                          | 33 Kobl      | 184,5                            | 86,13                                                                     | 48,46                                                          | 33 Kobl      | 320,7                     | 74,45                                                                     | 12,99                                                          |
| 34 Wilt      | 128,4                           | 87,67                                                                     | 49,91                                                          | 34 Gies      | 178,3                            | 86,67                                                                     | 48,77                                                          | 34 Gies      | 497,1                     | 75,60                                                                     | 13,19                                                          |
| 35 Trie      | 125,7                           | 88,22                                                                     | 50,22                                                          | 35 Hamm      | 169,0                            | 87,19                                                                     | 49,06                                                          | 35 Hamm      | 166,5                     | 75,99                                                                     | 13,26                                                          |

Fortsetzung der Tabelle A 15 auf Seite 223.

(Fortsetzung Tabelle A 19)

| Stadt-<br>region | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>17.5.1939 | Kumulierter<br>Anteil an<br>der Gesamt-<br>bevölkerung<br>der Stadt-<br>regionen in<br>Prozent | Kumulierte<br>Anteil an<br>der Gesamt-<br>bevölkerung<br>der BRD in<br>Prozent | Stadt-<br>region | Einwohner<br>in 1.000<br>am<br>31.12.1968 | Kumulierter<br>Anteil an<br>der Gesamt-<br>bevölkerung<br>der Stadt-<br>regionen in<br>Prozent | Kumulierter<br>Anteil an<br>der Gesamt-<br>bevölkerung<br>der BRD in<br>Prozent | Stadt-<br>region | Fläche<br>in qkm<br>am<br>6.6.1961 | Kumulierter<br>Anteil an<br>der Gesamt-<br>fläche<br>der Stadt-<br>regionen in<br>Prozent | Kumulierter<br>Anteil an<br>der Gesamt-<br>fläche<br>der BRD in<br>Prozent |
|------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|------------------|-------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|------------------|------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| 36 Hamm          | 119,0                                    | 88,74                                                                                          | 50,52                                                                          | 36 Sieg          | 161,9                                     | 87,68                                                                                          | 49,34                                                                           | 36 Sieg          | 243,5                              | 76,55                                                                                     | 13,36                                                                      |
| 37 Neun          | 111,6                                    | 89,23                                                                                          | 50,80                                                                          | 37 Goet          | 161,9                                     | 88,17                                                                                          | 49,62                                                                           | 37 Olde          | 461,0                              | 77,62                                                                                     | 13,55                                                                      |
| 38 Kais          | 108,9                                    | 89,71                                                                                          | 51,07                                                                          | 38 Olde          | 159,2                                     | 88,66                                                                                          | 49,89                                                                           | 38 Goet          | 483,4                              | 78,74                                                                                     | 13,75                                                                      |
| 39 Gies          | 108,5                                    | 90,18                                                                                          | 51,34                                                                          | 39 Raut          | 153,5                                     | 89,13                                                                                          | 50,15                                                                           | 39 Hild          | 337,7                              | 79,52                                                                                     | 13,89                                                                      |
| 40 Sieg          | 106,6                                    | 90,65                                                                                          | 51,61                                                                          | 40 Wolf          | 152,7                                     | 89,60                                                                                          | 50,41                                                                           | 40 Neuw          | 310,4                              | 80,24                                                                                     | 14,02                                                                      |
| 41 Neuw          | 105,1                                    | 91,11                                                                                          | 51,87                                                                          | 41 Hild          | 149,7                                     | 90,06                                                                                          | 50,67                                                                           | 41 Goep          | 323,0                              | 80,99                                                                                     | 14,15                                                                      |
| 42 Hild          | 102,6                                    | 91,56                                                                                          | 52,13                                                                          | 42 Neuw          | 149,1                                     | 90,51                                                                                          | 50,93                                                                           | 42 Kais          | 446,0                              | 82,02                                                                                     | 14,33                                                                      |
| 43 Schw          | 95,2                                     | 91,98                                                                                          | 52,37                                                                          | 43 Goep          | 147,9                                     | 90,95                                                                                          | 51,18                                                                           | 43 Raut          | 235,3                              | 82,57                                                                                     | 14,43                                                                      |
| 44 Olde          | 94,7                                     | 92,39                                                                                          | 52,61                                                                          | 44 Asch          | 141,8                                     | 91,39                                                                                          | 51,42                                                                           | 44 Trie          | 248,8                              | 83,15                                                                                     | 14,53                                                                      |
| 45 Bamb          | 94,0                                     | 92,80                                                                                          | 52,84                                                                          | 45 Kais          | 139,7                                     | 91,82                                                                                          | 51,66                                                                           | 45 Neun          | 213,2                              | 83,64                                                                                     | 14,62                                                                      |
| 46 Goet          | 91,9                                     | 93,20                                                                                          | 53,07                                                                          | 46 Neun          | 137,9                                     | 92,24                                                                                          | 51,90                                                                           | 46 Bamb          | 347,3                              | 84,44                                                                                     | 14,76                                                                      |
| 47 Asch          | 91,4                                     | 93,60                                                                                          | 53,30                                                                          | 47 Ingo          | 134,0                                     | 92,65                                                                                          | 52,13                                                                           | 47 Asch          | 307,5                              | 85,15                                                                                     | 14,88                                                                      |
| 48 Herf          | 89,1                                     | 93,99                                                                                          | 53,52                                                                          | 48 Trie          | 133,8                                     | 93,06                                                                                          | 52,36                                                                           | 48 Wilh          | 196,8                              | 15,60                                                                                     | 14,96                                                                      |
| 49 Raut          | 84,9                                     | 94,36                                                                                          | 53,73                                                                          | 49 Bamb          | 133,4                                     | 93,47                                                                                          | 52,59                                                                           | 49 Herf          | 168,8                              | 85,99                                                                                     | 15,03                                                                      |
| 50 Saal          | 83,6                                     | 94,73                                                                                          | 53,94                                                                          | 50 Wilh          | 130,6                                     | 93,87                                                                                          | 52,81                                                                           | 50 Schw          | 542,1                              | 87,25                                                                                     | 15,25                                                                      |
| 51 Flen          | 81,1                                     | 95,09                                                                                          | 54,14                                                                          | 51 Schw          | 130,1                                     | 94,27                                                                                          | 53,03                                                                           | 51 Flen          | 216,0                              | 87,75                                                                                     | 15,34                                                                      |
| 52 Goep          | 80,8                                     | 95,44                                                                                          | 54,34                                                                          | 52 Herf          | 126,6                                     | 94,66                                                                                          | 53,25                                                                           | 52 Wolf          | 559,8                              | 89,05                                                                                     | 15,57                                                                      |
| 53 Fuld          | 78,2                                     | 95,78                                                                                          | 54,53                                                                          | 53 Erla          | 124,5                                     | 95,04                                                                                          | 53,46                                                                           | 53 Fuld          | 552,7                              | 90,33                                                                                     | 15,79                                                                      |
| 54 Norm          | 76,3                                     | 96,11                                                                                          | 54,72                                                                          | 54 Flen          | 122,1                                     | 95,41                                                                                          | 53,67                                                                           | 54 Mind          | 253,7                              | 90,92                                                                                     | 15,89                                                                      |
| 55 Duer          | 76,1                                     | 96,44                                                                                          | 54,91                                                                          | 55 Fuld          | 121,1                                     | 96,78                                                                                          | 53,88                                                                           | 55 Saal          | 212,7                              | 91,41                                                                                     | 15,98                                                                      |
| 56 Mind          | 75,0                                     | 96,77                                                                                          | 55,10                                                                          | 56 Metz          | 118,7                                     | 96,14                                                                                          | 54,08                                                                           | 56 Metz          | 380,5                              | 92,29                                                                                     | 16,13                                                                      |
| 57 Ingo          | 70,2                                     | 97,08                                                                                          | 55,27                                                                          | 57 Salz          | 117,0                                     | 96,50                                                                                          | 54,28                                                                           | 57 Ingo          | 439,8                              | 93,31                                                                                     | 16,31                                                                      |
| 58 Pade          | 70,0                                     | 97,39                                                                                          | 55,44                                                                          | 58 Mind          | 116,6                                     | 96,86                                                                                          | 54,48                                                                           | 58 Erla          | 193,2                              | 93,76                                                                                     | 16,39                                                                      |
| 59 Metz          | 68,2                                     | 97,69                                                                                          | 55,61                                                                          | 59 Pade          | 107,9                                     | 97,19                                                                                          | 54,67                                                                           | 59 Saal          | 175,4                              | 94,17                                                                                     | 16,46                                                                      |
| 60 Bayr          | 63,1                                     | 97,97                                                                                          | 55,77                                                                          | 60 Heih          | 105,9                                     | 97,51                                                                                          | 54,85                                                                           | 60 Heih          | 460,2                              | 95,24                                                                                     | 16,65                                                                      |
| 61 Neum          | 61,6                                     | 98,24                                                                                          | 55,92                                                                          | 61 Saal          | 104,0                                     | 97,83                                                                                          | 55,03                                                                           | 61 Neum          | 237,6                              | 95,79                                                                                     | 16,75                                                                      |
| 62 Luen          | 55,7                                     | 98,48                                                                                          | 56,06                                                                          | 62 Duer          | 98,2                                      | 98,13                                                                                          | 55,20                                                                           | 62 Pade          | 342,2                              | 96,58                                                                                     | 16,89                                                                      |
| 63 Lued          | 55,5                                     | 98,72                                                                                          | 56,20                                                                          | 63 Neum          | 94,9                                      | 98,42                                                                                          | 55,36                                                                           | 63 Duer          | 155,9                              | 96,94                                                                                     | 16,95                                                                      |
| 64 Base          | 55,3                                     | 98,95                                                                                          | 56,33                                                                          | 64 Base          | 93,0                                      | 98,70                                                                                          | 55,52                                                                           | 64 Bayr          | 250,3                              | 97,52                                                                                     | 17,05                                                                      |
| 65 Hame          | 52,9                                     | 98,18                                                                                          | 56,46                                                                          | 65 Luen          | 89,7                                      | 98,97                                                                                          | 55,67                                                                           | 65 Hame          | 323,2                              | 98,27                                                                                     | 17,18                                                                      |
| 66 Heih          | 52,8                                     | 99,41                                                                                          | 56,59                                                                          | 66 Bayr          | 89,4                                      | 99,24                                                                                          | 55,82                                                                           | 66 Luen          | 349,7                              | 99,08                                                                                     | 17,32                                                                      |
| 67 Erla          | 52,5                                     | 99,64                                                                                          | 56,72                                                                          | 67 Norm          | 87,4                                      | 99,51                                                                                          | 55,97                                                                           | 67 Norm          | 141,9                              | 99,41                                                                                     | 17,38                                                                      |
| 68 Salz          | 45,6                                     | 99,84                                                                                          | 56,83                                                                          | 68 Hame          | 86,0                                      | 99,77                                                                                          | 56,12                                                                           | 68 Base          | 146,3                              | 99,25                                                                                     | 17,44                                                                      |
| 69 Wolf          | 32,3                                     | 100,00                                                                                         | 56,91                                                                          | 69 Lued          | 82,6                                      | 100,00                                                                                         | 56,26                                                                           | 69 Lued          | 113,6                              | 100,00                                                                                    | 17,49                                                                      |

Quelle: Eigene Berechnungen nach Tabelle A 6. Vgl. auch Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, a.a.O.

Tabelle A 20

Korrelationsmatrizes für Einwohner und Potentialwerte der Stadtregionen am 31.12.1961

| (1) Linearer Ansatz: 68 Stadtregionen (ohne STR Salz) |         |        |        |         |         |         |        |  |
|-------------------------------------------------------|---------|--------|--------|---------|---------|---------|--------|--|
| $\Delta E$                                            | E       | P 1    | P 2    | P 3     | P 4     | P 5     | P 6    |  |
| $\Delta E$ 1,0000                                     |         |        |        |         |         |         |        |  |
| E 0,8293                                              | 1,0000  |        |        |         |         |         |        |  |
| P 1 0,7692                                            | 0,9226  | 1,0000 |        |         |         |         |        |  |
| P 2 0,5583                                            | 0,6358  | 0,8587 | 1,0000 |         |         |         |        |  |
| P 3 -0,1501                                           | -0,1671 | 0,0987 | 0,4092 | 1,0000  |         |         |        |  |
| P 4 -0,0636                                           | -0,1026 | 0,1145 | 0,5136 | 0,8298  | 1,0000  |         |        |  |
| P 5 0,8138                                            | 0,9825  | 0,9758 | 0,7449 | -0,0556 | -0,0199 | 1,0000  |        |  |
| P 6 -0,2052                                           | -0,2257 | 0,0373 | 0,3011 | 0,9681  | 0,6920  | -0,1107 | 1,0000 |  |

| (2) Linearer Ansatz: 67 Stadtregionen (ohne STR Rheil und Salz) |         |         |         |         |         |         |        |  |
|-----------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|--|
| $\Delta E$                                                      | E       | P 1     | P 2     | P 3     | P 4     | P 5     | P 6    |  |
| $\Delta E$ 1,0000                                               |         |         |         |         |         |         |        |  |
| E 0,8025                                                        | 1,0000  |         |         |         |         |         |        |  |
| P 1 0,8192                                                      | 0,9827  | 1,0000  |         |         |         |         |        |  |
| P 2 0,7512                                                      | 0,8443  | 0,9205  | 1,0000  |         |         |         |        |  |
| P 3 -0,2120                                                     | -0,2022 | -0,0957 | 0,1556  | 1,0000  |         |         |        |  |
| P 4 -0,1230                                                     | -0,1229 | -0,0333 | 0,2729  | 0,8305  | 1,0000  |         |        |  |
| P 5 0,8302                                                      | 0,9934  | 0,9953  | 0,8850  | -0,1633 | -0,0928 | 1,0000  |        |  |
| P 6 -0,3244                                                     | -0,3327 | -0,2305 | -0,0103 | 0,9621  | 0,6881  | -0,2338 | 1,0000 |  |

| (3) Linearer Ansatz: 68 Stadtregionen (ohne STR Salz) |         |        |        |         |         |         |        |  |
|-------------------------------------------------------|---------|--------|--------|---------|---------|---------|--------|--|
| $\% E$                                                | E       | P 1    | P 2    | P 3     | P 4     | P 5     | P 6    |  |
| $\% E$ 1,0000                                         |         |        |        |         |         |         |        |  |
| E 0,1161                                              | 1,0000  |        |        |         |         |         |        |  |
| P 1 0,1118                                            | 0,9226  | 1,0000 |        |         |         |         |        |  |
| P 2 0,0998                                            | 0,6358  | 0,8587 | 1,0000 |         |         |         |        |  |
| P 3 -0,0232                                           | -0,1671 | 0,0987 | 0,4092 | 1,0000  |         |         |        |  |
| P 4 0,0152                                            | -0,1026 | 0,1145 | 0,5136 | 0,8298  | 1,0000  |         |        |  |
| P 5 0,1122                                            | 0,9825  | 0,9758 | 0,7449 | -0,0556 | -0,0199 | 1,0000  |        |  |
| P 6 -0,0335                                           | -0,2257 | 0,0373 | 0,3011 | 0,9681  | 0,6920  | -0,1107 | 1,0000 |  |

| (4) Logarithmischer Ansatz: 67 Stadtregionen (ohne STR Rheil u. Salz) |         |        |        |        |        |         |        |  |
|-----------------------------------------------------------------------|---------|--------|--------|--------|--------|---------|--------|--|
| $\% E$                                                                | E       | P 1    | P 2    | P 3    | P 4    | P 5     | P 6    |  |
| $\% E$ 1,0000                                                         |         |        |        |        |        |         |        |  |
| E 0,1658                                                              | 1,0000  |        |        |        |        |         |        |  |
| P 1 0,1768                                                            | 0,9401  | 1,0000 |        |        |        |         |        |  |
| P 2 0,1502                                                            | 0,7386  | 0,9055 | 1,0000 |        |        |         |        |  |
| P 3 0,0447                                                            | -0,0979 | 0,2473 | 0,5442 | 1,0000 |        |         |        |  |
| P 4 0,0312                                                            | -0,0596 | 0,2567 | 0,6289 | 0,9186 | 1,0000 |         |        |  |
| P 5 0,1695                                                            | 0,9855  | 0,9811 | 0,8204 | 0,0631 | 0,0782 | 1,0000  |        |  |
| P 6 -0,0335                                                           | -0,2257 | 0,0373 | 0,3011 | 0,9681 | 0,6920 | -0,1107 | 1,0000 |  |

Legende:  $\Delta E$  = absolute Veränderung der Einwohner 31.12.1961-31.12.1968

$\% E$  = prozentuale Veränderung der Einwohner 31.12.1961-31.12.1968

P 1 = Potential (1) am 31.12.1961

P 2 = Potential (2) am 31.12.1961

P 3 = Potential (3) am 31.12.1961

P 4 = Potential (4) am 31.12.1961

P 5 = Potential (5) am 31.12.1961

P 6 = Potential (6) am 31.12.1961

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s



- Aitcheson, J.; Brown, J.A.C.: The Lognormal Distribution, Cambridge (Mass.) 1957.
- Alonso, W.: A Theory of the Urban Land Market, in: Papers of the Regional Science Association, 1960 (6), S. 149-158.
- Alonso, W.: The Economics of Urban Space, in: Papers of the Regional Science Association, 1972 (26), S. 67-83.
- Auerbach, F.: Das Gesetz der Bevölkerungskonzentration, in: Petermann's Mitteilungen, 1919 (59), S. 74-76.
- Beckmann, M.J.: City Hierarchies and the Distribution of City Size, in: Economic Development and Cultural Change, 1958 (6), S. 243-248.
- Beckmann, M.J.: Location Theory, Random House, New York 1968.
- Beckmann, M.J.; McPherson, J.C.: City Size Distribution in a Central Place Hierarchy - An Alternative Approach, in: Journal of Regional Science, 1970 (10), S. 25-33.
- Berry, B.J.L.; Garrison, W.L.: Recent Developments of Central Place Theory, in: Papers of the Regional Science Association, 1958 (4), S. 107-120.
- Berry, B.J.L.; Garrison, W.L.: Alternate Explanations of Urban Rank Size Relationships, in: Annals of American Geographers, 1958 (48), S. 83-91.
- Berry, B.J.L.: City Size Distributions and Economic Development, in: Economic Development and Cultural Change, 1961 (9), S. 573-588.
- Berry, B.J.L.: Cities as Systems within Systems of Cities, in: Papers of the Regional Science Association, 1964 (13), S. 147-163.
- Berry, B.J.L.: Geography of Market Centers and Retail Distribution, Prentice-Hall, Englewood Cliffs (N.J.), 1967.
- Bertalanffy, L.; Pirozynsky, W.J.: Ontogenetic and Evolutionary Allometry, in: Evolution, Vol. VI, No. 4, S. 387-392.
- Bronfenbrenner, M.: Income Distribution Theory, Chicago 1971.
- Bos, H.C.: Spatial Dispersion of Economic Activity, Rotterdam University Press, Rotterdam 1965.
- Böventer, E. von: The Relationship between Transportation Costs and Location Rent in Transportation Problems, in: Journal of Regional Science, 1961 (3), S. 27-40.
- Böventer, E. von: Die Struktur der Landschaft - Versuch einer Synthese und Weiterentwicklung der Modelle J.H. von Thürens, W. Christallers und A. Löschs, in: Optimales Wachstum und optimale Standortverteilung, Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F., Bd. 27, Berlin 1962. S. 77-133

- Böventer, E. von: Theorie des räumlichen Gleichgewichts, Tübingen 1963.
- Böventer, E. von: Bemerkungen zur optimalen Standortpolitik der Einzelunternehmung, in: Gestaltungsprobleme der Weltwirtschaft, Festschrift für Andreas Predöhl, Hrsg. H. Jürgensen, Göttingen 1964.
- Böventer, E. von: Optimal Spatial Structure and Regional Development, in: Kyklos, 1970 (23), S. 903-926.
- Böventer, E. von: City Size Systems - Theoretical Issues, Empirical Regularities and Planning Guides, in: Urban Studies, 1973 (10), S. 145-162.
- Böventer, E. von: Regional Growth Theory, in: Urban Studies, 1975 (12), S. 1-29.
- Bronstein, I.N.; Semendjajew, K.A.: Taschenbuch der Mathematik, 14. Aufl., Frankfurt 1974
- Brösse, U.: Eine Hypothese über räumliche Konzentrations- und Dekonzentrationsprozesse, in: Informationen, 1971 (23), S. 619-630.
- Buchanan, J.M.: An Economic Theory of Clubs, in: Economica, 1965 (32), S. 1-14.
- Carlberg, M.: Beobachtungen zum Auerbachschen Gesetz in der Bundesrepublik Deutschland, in: Beiträge zur Wirtschaftsforschung des Sozialökonomischen Seminars der Universität Hamburg, hektograph. Manuskript, Hamburg 1975.
- Carroll, J.D.: Spatial Interaction and the Urban-Metropolitan Regional Description, in: Papers of the Regional Science Association, 1954 (1), S. 1-9.
- Carrothers, G.A.P.: An Historical Review of the Gravity and Potential Concepts of Human Interactions, in: Journal of the American Institute of Planners, 1956 (22), S. 94-102.
- Champernowne, D.G.: A Model of Income Distribution, in: Economic Journal, 1953 (63), S. 318-351.
- Christaller, W.: Die zentralen Orte in Süddeutschland - Eine ökonomisch-geographische Untersuchung über die Gesetzmäßigkeiten der Verbreitung und Entwicklung der Siedlungen mit städtischen Funktionen, Jena 1933.
- Christaller, W.: Rapports Functionals entre les Agglomerations Urbaines et les Campagnes, in: Comptes Rendus du Congrès International de Géographie, 1938 (2), S. 123-137.
- Christaller, W.: Das Grundgerüst der räumlichen Ordnung in Europa - Die Systeme der europäischen zentralen Orte, in: Frankfurter Geographische Hefte, 1950 (24).

- Clark, C.: Condition of Economic Progress, 2d. ed., London 1951, S. 533-537.
- Clark, C.: Urban Population Densities, in: Journal of the Royal Statistical Society, 1951 (114), S. 490-496.
- Curry, L.: The Random Spatial Economy - An Exploration in Settlement Theory, in: Annals of the Association of American Geographers, 1964 (54), S. 138-146.
- Curry, L.: Central Places in the Random Spatial Economy, in: Journal of Regional Science, 1967 (7), S. 217-238.
- Dacey, M.F.: Another Explanation for Rank-Size Regularity, Philadelphia 1962.
- Dacey, M.F.: Some Observations on Place Populations, Hektogr. Manuskript, Department of regional Science, University of Pennsylvania, 1964.
- Dacey, M.F.: A Family of Density Functions of Lösch's Measurement on Town Distribution, in: Professional Geographer, 1964 (6), S. 5-8.
- Dacey, M.F.: Population of Places in a Central Place Hierarchy, in: Journal of Regional Science, 1966 (6), S. 27-33.
- Dacey, M.F.: Alternate Formulations of Central Place Population, in: Tijdschrift voor Economische en Sociale Geografie, 1970 (61), S. 10-15.
- Dacey, M.F.; Huff, J.: Some Properties of Population for Hierarchical Central Place Models, in: Tijdschrift voor Economische en Sociale Geografie, 1971 (2), S. 351-355.
- Dantzig, G.B.: Application of the Simplex Method to a Transportation Problem, in: T.C. Koopmans (ed.), Activity Analysis of Production and Allocation, John Wiley and Sons, New York 1951, S. 359-373.
- Dantzig, G.B.: Linear Programming and Extensions, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1963.
- Davis, E.; Swanson, J.G.: On the Distribution of City Growth Rates in a Theory of Regional Economic Growth, in: Economic Development and the Cultural Change, 1972 (20), S. 495-503.
- Dietrichs, B.: Die Theorie der zentralen Orte - Aussage und Anwendung heute, in: Raumforschung und Raumordnung, 1966 (6), S. 259-267.
- Dietrichs, B.: Entwicklungstendenzen in der räumlichen Struktur des Bundesgebietes, in: Informationen, 1967 (17), S. 101-119.
- Dorfman, R.; Samuelson, P.A.; Solow, R.H.: Linear Programming and Economic Analysis, McGraw-Hill, New York 1958.

- Duncan, O.D.; Reiss, A.J.: *Social Characteristics of Urban and Rural Communities*, Wiley, New York 1956.
- Dziewonski, K.: *General Theory of Rank-Size Distributions in Regional Settlement Systems - Reappraisal and Reformulation of the Rank-Size-Rule*, in: *Papers of the Regional Science Association*, 1972 (29) S. 73-86.
- El Shaks, S.: *Development, Primacy and the Structure of Cities*, unveröffentl. Dissertation, Harvard University, Cambridge (Mass.) 1965.
- Entschließung der Ministerkonferenz für Raumordnung vom 21.11.1968, *Abgrenzung und Entwicklung von Verdichtungsräumen*, in: *Bundesanzeiger*, 20. Jahrgang, Nr. 234 vom 14.12.1968.
- Evans, A.W.: *The Pure Theory of City Size in an Industrial Economy*, in: *Urban Studies*, 1972 (9), S. 29-48.
- Fano, P.L.: *Organisation, City Size Distribution and Central Places*, in: *Papers of the Regional Science Association*, 1969 (22), S. 29-38.
- Ford, L.R.; Fulkerson, D.R.: *Solving the Transportation Problem*, in: *Management Science*, 1956 (3), S. 24-32.
- Gradmann, R.: *Die städtischen Siedlungen des Königreichs Württemberg*, in: *Forschungen zur deutschen Landes- und Volkskunde*, 21. Bd., Heft 2, (2. Aufl.), Stuttgart 1926.
- Greenhut, M.L.: *Plant Location in Theory and Practice*, Chapel Hill 1956.
- Greenhut, M.L.: *A Theory of the Firm in Economic Space*, Appleton-Century-Crofts, New York 1970.
- Greenhut, M.L.; Ohta, H.: *Monopoly Output and Alternative Spatial Pricing Techniques*, in: *The American Economic Review*, 1972 (62), S. 705 ff.
- Greenhut, M.L.; Ohta, H.: *Discriminatory Prices and Outputs under Varying Market Conditions*, in: *Weltwirtschaftliches Archiv*, 1975 (111), S. 310-332.
- Hakimi, S.L.: *Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of Graphs*, in: *Operations Research*, 1964 (12), S. 450-459.
- Haldane, J.B.S.: *Moments of the Distribution of Powers and Products of Normal Variates*, in: *Biometrika*, 1942 (32), S. 226ff.
- Haran, E.G.P.; Vining, D.R.: *On the Implication of a Stationary Urban Population for the Size Distribution of Cities*, in: *Geographical Analysis*, 1973 (5), S. 298-308.
- Harris, C.D.: *Cities of the Soviet Union - Studies in Their Functions, Size, Density, and Growth*, 2d. ed., Washington, 1972.

- Henderson, J.V.: Hierarchy models of City Size - An Economic Evaluation, in: *Journal of Regional Science*, 1972 (12), S. 435-441.
- Higgs, R.: The Growth of Cities in a Midwestern Region, 1870-1900, in: *Journal of Regional Science*, 1969 (9), S. 369-375.
- Higgs, R.: Central Place Theory and Regional Urban Hierarchies - An Empirical Note, in: *Journal of Regional Science*, 1970 (10), S. 253-255.
- Hitchcock, F.L.: Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities, in: *Journal of Mathematics and Physics*, 1941 (21), S. 224-230.
- Hoover, E.M.: Spatial Price Discrimination, in: *Review of Economic Studies*, 1937 (4), S. 182-191.
- Hotelling, H.: Stability in Competition, in: *Economic Journal*, 1929 (39), S. 41-57.
- Houthakker, H.S.: On the Numerical Solution to the Transportation Problem, in: *Operations Research*, 1955 (3), S. 210-214.
- Isard, W.: Location and Space-Economy - A general Theory Relating to Industrial Location, Market Areas, Land Use, Trade, and Urban Structure, Cambridge (Mass.) 1956.
- Isard, W.; Bramhall, D.F.: Gravity, Potential, and Spatial Interaction Models, in: Isard, W. et al.: *Methods of Regional Analysis - An Introduction to Regional Science*, Cambridge (Mass.) 1960, S. 493-568.
- Istel, W.: *Entwicklungsachsen und Entwicklungsschwerpunkte - Ein Raumordnungsmodell*, Dissertation TU München, München 1971.
- Isbary, G.: Industriestädtische Gesellschaft, in: *Vierteljahresbericht der Planungsgemeinschaft Breisgau*, 1962 (3), S. 9ff.
- Jefferson, M.: The Law of the Primate City, in: *Geographical Review*, 1939 (29), S. 226-232.
- Johnson, N.O.: The Pareto Law, in: *Review of Economics and Statistics*, 1937.
- Keeping, E.S.: *Introduction to Statistical Interference*, Princeton, New Jersey, 1962.
- Kemeny, J.G.; Snell, J.L.: *Finite Markov Chains*, Princeton, New Jersey, 1960.
- Khumawala, B.M.: An Efficient Algorithm for the P-Median Problem with Maximum Distance Constraints, in: *Geographical Analysis*, 1973 (5), S. 309-321.
- Koopmans, T.C.: Optimum Utilisation of the Transportation System, in: *Econometrica*, 1949 (17), S. 136-146.



- Lalanne, L.: An Essay on the Theory of Railway Systems - Based on Observation on Facts and the Basic Law Governing Population Distribution, in: Comptes Rendus des Séances de l'Académie des Sciences, 1863 (57), S. 206-210.
- Launhardt, W.: Mathematische Begründung der Volkswirtschaftslehre, Leipzig 1885.
- Lauschmann, E.: Grundlagen einer Theorie der Regionapolitik, 2. Aufl., Hannover, 1973.
- Lefebvre, L.: Allocation in Space - Production, Transport, and Industrial Location, North-Holland, Amsterdam 1958.
- Lee, D.R.; Sallee, G.T.: Theoretical Patterns of Farm Shape and Central Place Location, in: Journal of Regional Science, 1974 (14), S. 423-430.
- Leontief, W.: The Theory of Limited and Unlimited Discrimination, in: Quarterly Journal of Economics, 1939, S. 490 ff.
- Linsky, A.S.: Some Generalisations Concerning Primate Cities, in: Annals of the Association of American Geographers, 1965 (55), S. 505-513.
- Lloyd, P.E.; Dicken, P.: Location in Space - A Theoretical Approach to Economic Geography, Harper and Row, New York 1972.
- Lösch, A.: Die räumliche Ordnung der Wirtschaft, Jena 1940.
- Madden, C.H.: Some Indicators of Stability in the Growth of Cities in the United States, in: Economic Development and Cultural Change, 1956 (4), S. 239.
- Madden, C.H.: Some Temporal Aspects of the Growth of Cities in the United States, in: Economic Development and Cultural Change, 1958 (6), S. 143-170.
- Medvedkov, Y.V.: An Application of Topology in Central Place Analysis, in: Papers of the Regional Science Association, 1968 (20), S. 77-84.
- Mehta, S.K.: Some Demographic and Economic Correlates of Primate Cities - A Case for Revaluation, in: Demography, 1964 (1), S. 136-147.
- Meinke, D.: Das Gravitations- und Potentialkonzept als Abgrenzungsmethode großstädtischer Einflußbereiche, in: Zeitschrift für Nationalökonomie und Statistik, 1971 (31), S. 453-473.
- Mills, E.S.: Urban Economics, Scott, Foresman, Glenview, Illinois, 1972.
- Möller, H.: Die Formen der regionalen Preisdifferenzierung, in: Weltwirtschaftliches Archiv, 1943 (57), S. 81-112.
- Möller, H.: Grundlagen einer Theorie der regionalen Preisdifferenzierung, in: Weltwirtschaftliches Archiv, 1943 (58), S. 335-391.



- Morse, R.M.: Latin American Cities - Aspects of Function and Structure, in: Comp. Studies Social History, 1962 (4), S. 473-493.
- Moshman, J.: Critical Values of the Lognormal Distribution, in: Journal of the American Statistical Association, 1953, S. 600-605.
- Muth, R.F.: The Spatial Structure of the Housing Market, in: Papers of the Regional Science Association, 1961 (7), S. 207-220.
- Newling, B.E.: Urban Growth and Spatial Structure - Mathematical Models and Empirical Evidence, in: Geographical Review, 1966 (56), S. 213-225.
- Olsson, G.; Persson, A.: The Spacing of Central Places in Sweden, in: Papers of the Regional Science Association, 1964 (12), S. 87-93.
- Olsson, G.: Central Place Systems, Spatial Interaction, and Stochastic Processes, in: Papers of the Regional Science Association, 1967 (18), S. 13-45.
- Ott, A.E.: Grundzüge der Preistheorie, Göttingen 1970,
- Palander, T.: Beiträge zur Standorttheorie, Diss. Stockholm, Uppsala 1935.
- Pareto, V.F.D.: Cours d'économie politique professé à l'Université de Lausanne, Vol. 2, Paris 1896/97.
- Parr, J.B.: City Hierarchies and the Distribution of City Size - A Reconsideration of Beckmann's Contribution, in: Journal of Regional Science, 1969 (9), S. 239-253.
- Parr, J.B.: Models of City Size in an Urban System, in: Papers of the Regional Science Association, 1970 (25), S. 221-253.
- Parr, J.B.; Suzuki, K.: Settlement Populations and the Lognormal Distribution, in: Urban Studies, 1973 (10), S. 335-352.
- Parr, J.B.: Structure and Size in the Urban System of Lösch, in: Economic Geography, 1973 (49), S. 185-212.
- Parr, J.B.: Growth Poles, Regional Development, and Central Place Theory, in: Papers of the Regional Science Association, 1974 (31), S. 173-212.
- Parr, J.B.; Denike, K.G.; Mulligan, G.: City-Size Models and the Economic Base - A Recent Controversy, in: Journal of Regional Science, 1975 (15), S. 1-8.
- Pauly, M.V.: Clubs, Commonality, and the Core, in: Economica, 1968, Vol. 35, S. 314-324.
- Pauly, M.V.: Cores and Clubs, in: Public Choice, 1970 (9), S. 53-65.

- Quandt, R.E.: Statistical Discrimination among Alternative Hypotheses and some Economic Regularities, in: Journal of Regional Science, 1964 (5), S. 1-23.
- Rashevsky, N.: Contribution to the Theory of Human Relations - Outline of a Mathematical Theory of the Size of Cities, in: Psychometrika, 1943 (8), S. 87-90.
- Rashevsky, N.: Mathematical Theory of Human Relations, Bloomington 1947.
- Rashevsky, N.: Mathematical Biology of Social Behaviour, Chicago University Press, Chicago 1951.
- Raumordnungsbereich der Bundesregierung (1.), in: Verhandlungen des Deutschen Bundestages, Drucksachen IV/1492 vom 1.10.1963, S. 21.
- Raumordnungsgesetz vom 8. April 1965, in: Bundesgesetzblatt, I., S. 306.
- Richardson, H.W.: Optimality in City Size, Systems of Cities and Urban Policy - A Skeptic's View, in: Urban Studies, 1972 (9), S. 37 ff.
- Richardson, H.W.: Regional Growth Theory, McMillan, London, 1973.
- Richardson, H.W.: Theory of the Distribution of City Sizes - Review and Prospects, in: Regional Studies, 1973 (7), S. 239-251.
- Robinson, J.: Economics of Imperfect Competition, London 1933.
- Robson, B.T.: Urban Growth - An Approach, London 1973.
- Rogers, A.: A Markovian Policy Model of Interregional Migration, in: Papers of the Regional Science Association, 1966 (17), S. 205-224.
- Rosing, K.E.: A Rejection of the Zipf Model (Rank Size Rule) in Relation to City Size, in: The Professional Geographer, 1966, Vol 18, S. 75-82.
- Ross, S.A.; Wachter, M.L.: Pricing and Timing Decisions in Oligopoly Industries, in Quarterly Journal of Economics, 1975 (89), S. 115-137.
- Roy, A.D.: The Distribution of Earnings and Individual Output, in: Economic Journal, 1950 (60), S. 489-505.
- Sachverständigenrat zur Begutachtung der gesamtwirtschaftlichen Entwicklung: Stabilisierung ohne Stagnation, Jahresgutachten 1965, Stuttgart 1965.
- Sarly, R.M.: A Model for the Location of Rural Settlement, in: Papers of the Regional Science Association, 1972 (29), S. 87-104.
- Schneider, E.: Preisbildung und Preispolitik unter Berücksichtigung der geographischen Verteilung von Erzeugern und Verbrauchern, in: Schmollers Jahrbuch für Gesetzgebung, Verwaltung und Volkswirtschaft im Deutschen Reich, München und Leipzig 1934 (58).

- Serck-Hanssen, J.: Optimal Patterns of Location, North Holland, Amsterdam 1970.
- Simon, H.: On a Class of Skew Distribution Functions, in: *Biometrika*, 1955 (42), S. 425-440.
- Singer, H.W.: Note on Spatial Price Discrimination, in: *Review of Economic Studies*, 1937 (5), S. 75-77.
- Singer, H.W.: The 'Courbes des Populations' - A Parallel to Pareto's Law, in: *Economic Journal*, 1939.
- Skinner, G.W.: Marketing and Social Structure in Rural China, in: *Journal of Asian Studies*, 1964 (34).
- Smithies, A.: Monopolistic Price Policy in a Spatial Market, in: *Econometrica*, 1941 (9), S. 63-73.
- Smithies, A.: Optimum Location in Spatial Competition, in: *Economic Journal of Political Economy*, 1941 (49), S. 423-439.
- Spearman, C.: The Proof and Measurement of Association between two Things, in: *American Journal of Psychology*, 1904 (15), S. 72-101.
- Spitzer, H.: Regionale Konzentration der gesamtwirtschaftlichen Produktion im Vergleich, in: *Informationen*, 1970 (9), S. 273-283.
- Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1950, Band XIV, Entwicklung der Bevölkerung in Stadtregionen, Forschungs- und Sitzungsberichte der Akademie für Raumforschung und Landesplanung, Hannover 1958.
- Stadtregionen in der Bundesrepublik Deutschland 1961, Forschungs- und Sitzungsberichte des Ausschusses "Raum und Bevölkerung" der Akademie für Raumforschung und Landesplanung, Raum und Bevölkerung 5, Hannover 1967, Band XXXII, Textband, Ergänzungsband 1-5.
- Statistisches Jahrbuch Deutscher Gemeinden 1963, 1963 (51).
- Statistisches Jahrbuch Deutscher Gemeinden 1970, 1970 (57).
- Statistisches Jahrbuch München 1970, München 1971.
- Stevens, B.H.; Rydell, P.C.: Spatial Demand Theory and Monopoly Price Policy, in: *Papers of the Regional Science Association*, 1966 (17), S. 195-204.
- Stewart, J.Q.: Demographic Gravitation - Evidence and Applications, in: *Sociometry*, 1948 (11).
- Stewart, C.F.: The Size and the Spacing of Cities, in: *Geographical Review*, 1958 (48), S. 222-245.
- Takayama, T.; Judge, G.G.: Spatial and Temporal Price and Allocation Models, North-Holland, Amsterdam 1971.
- Takayama, T.; Judge, G.G.(ed.): *Studies in Economic Planning over Space and Time*, North-Holland, Amsterdam 1973.

- Thomas, E.N.: Additional Comments on Population-Size Relationships for Sets of Cities, in: Garrisson, W.L. (ed.): Quantitative Geography, Atherton Press, 1964.
- Tiebout, C.M.: A Pure Theory of Local Expenditures, in: Journal of Political Economy, 1956 (64), S. 416-424.
- Tinbergen, J.: Sur un Modèle de la Dispersion Géographique de l'Activité Economique, in: Revue d'Economie Politique, 1964 (74), S. 30 ff.
- Tinbergen, J.: The Hierarchy Model of the Size Distribution of Centers, in: Papers of the Regional Science Association, 1967 (20), S. 65-68.
- Toregas, C.; Swain, R.; Revelle, C.; Bergman, L.: The Location of Emergency Service Facilities, in: Operations Research, 1971 (19), S. 1663-1673.
- Vining, R.: A Description of Certain Spatial Aspects of an Economic System, in: Economic Development and Cultural Change, 1950 (3), S. 152 ff.
- Voraussichtliche Bevölkerungsentwicklung bis 1986, in: Wirtschaft und Statistik, 1971 (11), S. 607 ff.
- Ward, B.: Greek Regional Development, Center for Economic Research, Athen 1962.
- Ward, B.: City Structure and Interdependance, in: Papers of the Regional Science Association, 1963 (1), S. 207-221.
- Wilson, A.: Notes on Some Concepts in Social Physics, in: Papers of the Regional Science Association, 1969 (22), S. 159-193.
- Winsborough, H.H.: City Growth and City Structure, in: Journal of Regional Science, 1963 (5).
- Zipf, G.K.: National Unity and Disunity, Bloomington, Ind., 1941.
- Zipf, G.K.: The P1/P2/D-Hypothesis on the Intercity Movement of Persons, in: American Sociological Review, 1946 (11), S. 677-686.
- Zipf, G.K.: Human Behaviour and the Principle of Least Effort, Cambridge (Mass.) 1949.



### Lebenslauf

|                      |                                                                                                                                               |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1942 am 25. November | Geburt in Krefeld<br>Vater: Dr. ing. Heinz Beutel<br>Mutter: Ursula Beutel, geb. Koch                                                         |
| 1949 im April        | Volksschule Essen-Bergerhausen                                                                                                                |
| 1953 im April        | Helmholtz-Gymnasium Essen                                                                                                                     |
| 1956 im April        | Gymnasium am Moltkeplatz Krefeld                                                                                                              |
| 1963 am 5. März      | Abitur und Erlangung der Hochschulreife                                                                                                       |
| 1963 im Mai          | Immatrikulation an der Universität Bonn<br>Studium der Rechtswissenschaft                                                                     |
| 1963 im August       | Exmatrikulation an der Universität Bonn                                                                                                       |
| 1963 im November     | Immatrikulation an der Universität<br>Heidelberg<br>Studium der Wirtschaftswissenschaften<br>Wahlfach: Sozial- und Wirtschafts-<br>geschichte |
| 1969 im April        | Exmatrikulation an der Universität<br>Heidelberg                                                                                              |
| 1970 am 24. Januar   | Diplomprüfung für Volkswirte an der<br>Universität Heidelberg                                                                                 |
| 1970 am 15. Februar  | Tutor für Volkswirtschaftslehre an der<br>Staatswirtschaftlichen Fakultät der<br>Universität München                                          |
| 1970 am 1. November  | Wissenschaftlicher Angestellter am<br>Institut für empirische Wirtschafts-<br>forschung der Universität München                               |
| 1971 ab 1. Oktober   | Verwalter einer wissenschaftlichen<br>Assistentenstelle am Institut für<br>empirische Wirtschaftsforschung der<br>Universität München         |









Bamberger Fotodruck *Schadel & Wehle*  
GmbH & Co. KG.  
86 Bamberg · Hohe-Kreuz-Str. 9b · Tel. 0951/21617 [5 4414]